



LUCAS ANDERY REIS

**UM ALGORITMO HEURÍSTICO DE OTIMIZAÇÃO EM TEMPO
REAL PARA O PLANEJAMENTO DO *TRIPPER CAR* EM
USINAS DE MINÉRIO DE FERRO**

**Ouro Preto, MG
2023**

LUCAS ANDERY REIS

**UM ALGORITMO HEURÍSTICO DE OTIMIZAÇÃO EM TEMPO
REAL PARA O PLANEJAMENTO DO *TRIPPER CAR* EM
USINAS DE MINÉRIO DE FERRO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de especialista em Sistemas Inteligentes: Ênfase em Ciência de Dados.

Área de concentração: Otimização

Orientador: Prof. Thomás Vargas Barsante e Pinto, M.Sc.

Coorientadora: Prof. Luciano Perdigão Cota, D.Sc.

**Ouro Preto, MG
2023**

Título: Um algoritmo heurístico de otimização em tempo real para o planejamento do tripper car em usinas de minério de ferro
Classificação: () Confidencial () Restrita () Uso Interno (x) Pública

Informações Confidenciais - Informações estratégicas para o Instituto e sua Mantenedora. Seu manuseio é restrito a usuários previamente autorizados pelo Gestor da Informação.

Informações Restritas - Informação cujo conhecimento, manuseio e controle de acesso devem estar limitados a um grupo restrito de empregados que necessitam utilizá-la para exercer suas atividades profissionais.

Informações de Uso Interno - São informações destinadas à utilização interna por empregados e prestadores de serviço.

Informações Públicas - Informações que podem ser distribuídas ao público externo, o que, usualmente, é feito através dos canais corporativos apropriados.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

R311a

Reis, Lucas Andery

Um algoritmo heurístico de otimização em tempo real para o planejamento do tripper car em usinas de minério de ferro. Lucas Andery Reis... [et al.] - Ouro Preto, MG: ITV, 2023.

47 p.: il.

Monografia (Especialização *latu sensu*) - Instituto Tecnológico Vale, 2023.

Orientador: Thomas Vargas Barsante Pinto

Coorientador: Luciano Perdigão Cota

1. Tripper Car. 2. Otimização em Tempo Real. 3. Algoritmo Heurístico.
I. Pinto, Thomas Vargas Barsante. II. Cota, Luciano Perdigão. III. Título.

CDD.23. ed. 629.892

Lucas Andery Reis

**UM ALGORITMO HEURÍSTICO DE OTIMIZAÇÃO EM TEMPO REAL
PARA O PLANEJAMENTO DO TRIPPER CAR EM USINAS DE MINÉRIO DE
FERRO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de especialista *lato sensu* em [Sistemas Inteligentes: Ênfase em Ciência de Dados].

Orientador: Prof. MSc. Thomás Vargas Barsante e Pinto

Trabalho de conclusão de curso defendido e aprovado em 27 de novembro de 2023 pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. MSc. Thomás Vargas Barsante e Pinto
Orientador – Instituto Tecnológico Vale

Prof. D.Sc. Luciano Perdigão Cota
Coorientador – Instituto Tecnológico Vale

Prof. D.Sc. José Manuel Gonzalez Tubio Perez
Membro interno – Instituto Tecnológico Vale

MSc. Tiago Alves Moraes
Membro externo – Vale

Os Signatários declaram e concordam que a assinatura será efetuada em formato eletrônico. Os Signatários reconhecem a veracidade, autenticidade, integridade, validade e eficácia deste Documento e seus termos, nos termos do art. 219 do Código Civil, em formato eletrônico e/ou assinado pelas Partes por meio de certificados eletrônicos, ainda que sejam certificados eletrônicos não emitidos pela ICP-Brasil, nos termos do art. 10, § 2º, da Medida Provisória nº 2.200-2, de 24 de agosto de 2001 (“MP nº 2.200-2”).

PROTOCOLO DE ASSINATURA(S)

O documento acima foi proposto para assinatura digital na plataforma Portal de Assinaturas Vale. Para verificar as assinaturas clique no link: <https://vale.portaldeassinaturas.com.br/Verificar/395F-E4F6-D20D-DF61> ou vá até o site <https://vale.portaldeassinaturas.com.br:443> e utilize o código abaixo para verificar se este documento é válido. The above document was proposed for digital signature on the platform Portal de Assinaturas Vale . To check the signatures click on the link: <https://vale.portaldeassinaturas.com.br/Verificar/395F-E4F6-D20D-DF61> or go to the Website <https://vale.portaldeassinaturas.com.br:443> and use the code below to verify that this document is valid.

Código para verificação: 395F-E4F6-D20D-DF61



Hash do Documento

F3D5DA095DF9558A64056AB173AD308691D9DA2CD18578E9F0E977F126AC01A5

O(s) nome(s) indicado(s) para assinatura, bem como seu(s) status em 15/01/2024 é(são) :

Tiago Alves Moraes (Signatário) - em 12/01/2024 17:37 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: tiago.moraes@vale.com; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Fri Jan 12 2024 17:37:22 GMT-0300 (Horário Padrão de Brasília)

Geolocation Latitude: -7.231506 Longitude: -35.893533 Accuracy: 500

IP 177.37.145.211

Hash Evidências:

EAB25DAC317520A0BD06284D4076950641932493CBE10A3C9F580773F832DFB0

José Manuel Gonzalez Tubio Perez (Signatário) - em 10/01/2024 11:22 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: jose.perez@itv.org; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Wed Jan 10 2024 11:21:45 GMT-0300 (Horário Padrão de Brasília)

Geolocation Latitude: -22.916578 Longitude: -43.233898 Accuracy: 500

IP 191.250.145.44

Hash Evidências:

ADDBDD4022C9151393A40C066E28F27154B321C5FCAA978AB2AD6A003056FFEE

Luciano Perdigão Cota (Signatário) - 067.976.936-67 em 09/01/2024 11:13 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: luciano.p.cota@itv.org; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Tue Jan 09 2024 11:13:12 GMT-0300 (Horário Padrão de Brasília)

Geolocation Latitude: -19.972879036512108 Longitude: -43.96978697821045 Accuracy: 19.636327566186882

IP 189.59.190.188

Hash Evidências:

507DD6F744107CD4543482E897B378682CA56DE00AD75180C3D19E9610216FFA

- Thomás Vargas Barsante e Pinto (Signatário) - 115.302.536-16 em 09/01/2024 10:02 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: thomas.pinto@itv.org; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Tue Jan 09 2024 14:02:03 GMT+0100 (Horário Padrão da Europa Central)

Geolocation Location not shared by user.

IP 31.4.245.88

Hash Evidências:

89A40418A3368956D8A8EFF65207DF4EBFC12D491D01A7FF33145A0EE7B87E93



À minha esposa Raiane.

Aos meus pais e irmão.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por ser luz e meu guia.

À minha esposa Raiane, pelo amor e por estar sempre ao meu lado.

Aos meus pais e irmão, pelo amor e apoio incondicional.

Aos orientadores Thomás e Luciano, que com maestria contribuíram ativamente para o sucesso do desenvolvimento deste trabalho.

Ao Wanderlei Sales e à Karine Marins pelas contribuições durante o desenvolvimento da solução e simulação.

Ao Instituto Tecnológico Vale por mais uma vez fazer parte da minha formação profissional.

À Vale e à Gerência de Controle e Otimização de Processos, pela confiança e pelo incentivo ao desenvolvimento profissional.

Agradeço a todos que contribuíram para a realização desse trabalho.

“Um investimento em conhecimento sempre
paga o melhor juro.” Benjamin Franklin

RESUMO

O *tripper car*, ou carro distribuidor, é um equipamento comumente utilizado em processo de beneficiamento de minério de ferro. Ele é aplicado entre fases da operação a seco com a função de distribuir o material de forma uniforme em um conjunto de silos pulmões para que não falte material em uma das linhas subsequentes. Por envolver vários equipamentos, o sistema com *tripper car* se torna complexo e a escolha do método de controle é crucial para o desempenho eficiente do sistema e para determinar a sequência ideal de movimentação do equipamento. Nesse contexto, o trabalho proposto descreve matematicamente o problema de movimentação do *tripper car* e mostra o desenvolvimento de um algoritmo heurístico de otimização em tempo real para o planejamento do *tripper car* em usinas de minério de ferro. Com isso, esse trabalho contribui com uma nova abordagem para tratar o problema de movimentação, que leva em consideração as possibilidades de movimentação passando por silos que não estejam ativos em algum momento operacional. Os resultados alcançados foram coletados a partir da simulação em dois cenários reais de operação e demonstram que o método heurístico proposto é eficiente no tratamento dos requisitos definidos na função objetivo e, por consequência, são minimizados os eventos que seriam tratados como desarmes no mundo real, além de manter a estabilidade do nível médio dos silos. Também vale ressaltar que os tempos de execução do algoritmo demonstram que a solução é viável de ser aplicada no mundo real para contribuir com o aumento da eficiência das operações e redução de micro paradas dos equipamentos envolvidos em sistemas com *tripper car*.

Palavras-chave: *tripper car*, otimização em tempo real, algoritmo heurístico.

Fase da Cadeia: Usina

ABSTRACT

The tripper car is a equipment commonly used in the iron ore processing. It is employed between stages of dry operation with the purpose of evenly distributing the material into a set of storage silos to ensure that there is no shortage of material in one of the subsequent lines. Due to its involvement with several pieces of equipment, the tripper car system becomes complex, and the choice of the control method is crucial for the efficient performance of the system and for determining the ideal sequence of equipment movement. In this context, the proposed work mathematically describes the tripper car movement problem and presents the development of a heuristic real-time optimization algorithm for tripper car planning in iron ore plants. As such, this work contributes a novel approach to addressing the movement problem, which takes into consideration the possibilities of movement through silos that may not be active at some point during operations. The results obtained were collected from simulations in two real operational scenarios and demonstrate that the proposed heuristic method is effective in addressing the requirements defined in the objective function. Consequently, events that would be treated as shutdowns in the real world are minimized, in addition to maintaining the stability of the average level of the silos. It is also worth noting that the algorithm's execution times indicate that the solution is viable for real-world applications, contributing to increased operational efficiency and reduced equipment downtime in systems involving a tripper car.

Keywords: *tripper car*, real-time optimization, heuristic algorithm.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxograma simplificado do processo de beneficiamento de minério de ferro.	15
Figura 2 – Diagrama simplificado de um sistema de alimentação com <i>tripper car</i> . .	16
Figura 3 – <i>Tripper car</i> com seis silos de alimentação.	22
Figura 4 – Movimentações do <i>tripper car</i> em um horizonte de planejamento $H = 5$. .	23
Figura 5 – Estratégia de controle da etapa de alimentação da usina.	26
Figura 6 – Estratégia de controle da etapa de classificação da usina.	28
Figura 7 – Processo de alimentação com <i>tripper car</i>	35
Figura 8 – Cenário 1 - <i>status</i> dos silos.	36
Figura 9 – Cenário 2 - <i>status</i> dos silos.	36
Figura 10 – Variação dos níveis dos silos - cenário 1.	37
Figura 11 – Variação dos níveis dos silos na planta real.	38
Figura 12 – Nível médio dos silos ativos - cenário 1.	39
Figura 13 – Variação dos níveis dos silos - cenário 2.	41
Figura 14 – Variação dos níveis dos silos na planta real.	42
Figura 15 – Nível médio dos silos ativos - cenário 2.	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Malhas de controle do circuito de alimentação.	27
Tabela 2 – Exemplo de movimentação do <i>tripper car</i> em cada instante do planejamento.	29
Tabela 3 – Características do processo.	34
Tabela 4 – Características do computador de simulação.	34
Tabela 5 – Resultados da simulação - cenário 1.	39
Tabela 6 – Solução passo a passo da movimentação do <i>tripper car</i> para o cenário 1.	40
Tabela 7 – Resultados da simulação - cenário 2.	43
Tabela 8 – Solução passo a passo da movimentação do <i>tripper car</i> para o cenário 2.	44

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CLP	–	Controlador lógico programável
GRASP	–	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
ITV	–	Instituto Tecnológico Vale
MPC	-	Controle Preditivo baseado em Modelo
PIMS	–	Plant Information Management Systems
ROM	–	Run of mine
RTO	–	Real Time Optimization
SA	–	Simulated Annealing

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Contexto	15
1.2	Motivação	17
1.3	Objetivos	17
1.3.1	Objetivo geral	17
1.3.2	Objetivos específicos	18
1.4	Organização do Texto	18
2	REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1	Movimentação do <i>tripper car</i>	19
2.2	Trabalhos relacionados	20
3	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	22
3.1	Problema de movimentação do <i>tripper car</i>	22
3.2	Controle Regulatório	26
3.2.1	Controle da alimentação	26
3.2.2	Controle da classificação	27
4	ALGORITMO PROPOSTO	29
4.1	Representação e avaliação da solução	29
4.2	Algoritmo construtivo	30
4.3	Algoritmo RTO	33
5	ESTUDO DE CASO	34
5.1	Descrição dos cenários	34
5.2	Resultados	37
5.2.1	Cenário 1	37
5.2.2	Cenário 2	40
6	CONCLUSÃO	45
7	TRABALHOS FUTUROS	46
	REFERÊNCIAS	47

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

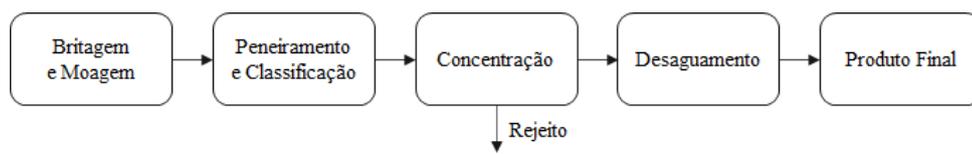
Um processo de beneficiamento de minério de ferro é comumente composto por operações unitárias sequenciais como britagem e peneiramento. As operações de britagem fazem parte da etapa de cominuição e tem por objetivo reduzir o tamanho das partículas a um tamanho adequado à liberação do mineral a ser concentrado (LUZ; SAMPAIO; FRANÇA, 2010). Já o material proveniente da cominuição precisa ser classificado pela fração da partícula a ser processado nas etapas subsequentes. Essa classificação é realizada pela operação de peneiramento.

Para as operações a seco combinadas entre britagem e peneiramento, são necessários mais de um estágio de processamento para chegar ao tamanho adequado e ocorrer a liberação mineral desejada. Para isso, normalmente são utilizados pulmões de minério entre as operações ou estágios de processamento com a finalidade de não faltar material na etapa subsequente e gerar instabilidade na usina. Neste caso são utilizados tanques, pilhas ou silos (WILLS; FINCH, 2015).

Os silos são estruturas utilizadas para armazenar materiais granulados secos. Já o transporte do minério que é armazenado nos silos é realizado por correias transportadoras. Quando há um conjunto de silos trabalhando juntos, o material recebido de uma etapa anterior tem que ser distribuído de forma uniforme entre os silos para que não falte material em uma das linhas. Para essa distribuição, pode ser utilizado o sistema com o *tripper car*, ou carro distribuidor. Para alimentar as próximas etapas de processamento, abaixo de cada silo existe um alimentador que tem a função de retirar o material armazenado. O tamanho do silo e o número de alimentadores depende da produção projetada.

Além dessas operações, uma usina normalmente possui as etapas de moagem, concentração, desaguamento e secagem do produto final. A Figura 1 ilustra um fluxograma simplificado das etapas do beneficiamento de minério, desde a alimentação da usina até a obtenção do produto final.

Figura 1 – Fluxograma simplificado do processo de beneficiamento de minério de ferro.

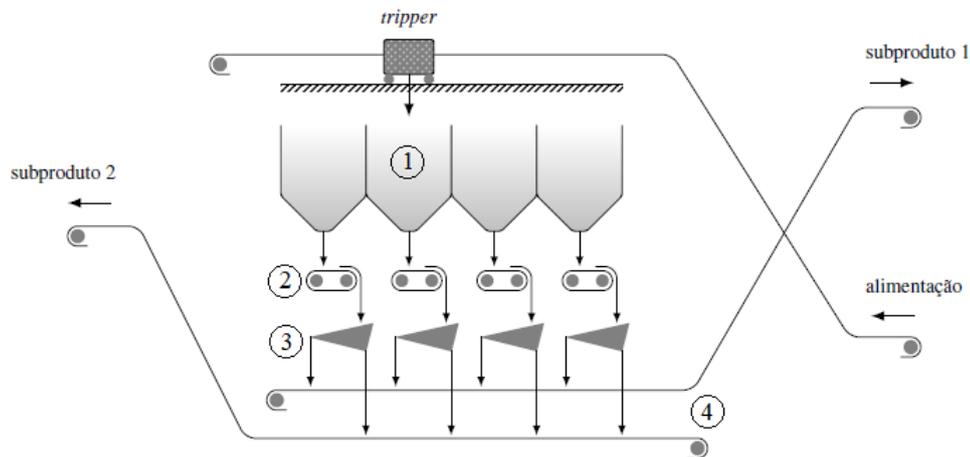


Fonte: Elaboração própria.

O *tripper car* é constituído por um sistema móvel que recebe o material de uma correia transportadora e distribui entre os silos para que não falte material nas linhas operacionais subsequentes. Sua movimentação é feita por rodas de aço que desliza em

trilhos metálicos durante a alimentação feita pela correia transportadora. Na Figura 2 é apresentado um fluxograma simplificado de um sistema de alimentação da operação unitária do peneiramento com o *tripper car* fazendo a função de abastecer os silos.

Figura 2 – Diagrama simplificado de um sistema de alimentação com *tripper car*.



Fonte: Adaptado de Caldas (2018).

Além do *tripper car*, é possível verificar pela identificação da Figura 2, os principais equipamentos que compõem o sistema. Onde:

- 1. Silos localizados abaixo do *tripper car*.
- 2. Alimentadores que ficam localizados abaixo de cada silo com o objetivo de retirar o material e alimentar o peneiramento.
- 3. Peneiras utilizadas para realizar a classificação do material.
- 4. Correias transportadoras utilizadas para transportar o material entre circuitos com material seco.

É possível verificar, pela Figura 2, que existem vários equipamentos envolvidos na operação composta pelo *tripper car*, o que torna o sistema com uma complexidade relevante. Para o controle, pode ser utilizada uma operação manual ou automática, o que torna a escolha do método utilizado crucial para o desempenho eficiente do sistema para realizar o acionamento e determinar a posição ideal do equipamento a partir da leitura dos níveis dos silos envolvidos, onde o objetivo principal é manter os silos com a quantidade adequada de material e assegurar a continuidade do processo de produção.

Nesse contexto, o trabalho proposto tem como objetivo melhorar o controle de movimentação de um *tripper car* da etapa de peneiramento de uma planta real com a utilização de *Real-Time Optimization* (RTO) como solução do problema de posicionamento do *tripper car*. *Real-Time Optimization* é um tipo de controle, de malha fechada, que tem como objetivo otimizar o desempenho do processo em tempo real. Se comparar com outros tipos de controladores tradicionais existentes, ele se diferencia por ser construído com uma função objetivo que alimenta métodos de otimização para a geração de uma solução, o que ajuda a aumentar o desempenho e a eficiência dos processos.

1.2 Motivação

O circuito de alimentação da etapa de peneiramento da usina de beneficiamento de minério de ferro de Timbopeba, pertencente à Vale, localizada na cidade de Ouro Preto, Minas Gerais, possui seis silos e utiliza o *tripper car* combinado com correia transportadora para distribuir o material proveniente da pilha de ROM (*run of mine*) de alimentação da usina de beneficiamento e controlar o nível médio de material entre os silos. Na parte inferior de cada silo existe um alimentador, ou seja, o circuito possui seis linhas de peneiramento onde os alimentadores operam com velocidade variável em função de *setpoints* definidos por controlador *fuzzy*, que tem como variáveis de observação as vazões de processamento das etapas subsequentes.

O controle existente de movimentação do *tripper car* do circuito de alimentação supracitado é automático, realizado por uma lógica combinatória descrita por Barbosa (2018) e tem como objetivo distribuir o material de alimentação nos silos a partir da escolha do silo de menor nível para ser o próximo silo a ser alimentado. Esse sistema precisa lidar com alguns eventos ao longo do tempo, como falta de material e indisponibilidades de algum silo que faz com que seja necessário interromper a alimentação para que o *tripper car* passe sobre a linha indisponível. Esta indisponibilidade pode ser causada por nível alto ou uma parada da linha de peneiramento. O controle desliga os alimentadores da pilha de ROM, que alimenta o silo, por um tempo suficiente e possibilita o *tripper car* passar sobre o silo não disponível, evitando o entupimento do chute de descarga do mesmo.

Porém, a lógica combinatória é limitada em resolver o problema de movimentação do *tripper car* com uma solução que não observa um sequenciamento de passos do equipamento. Ou seja, não é gerado um planejamento de passos, o que não contribui para uma distribuição eficiente do material entre os silos em um horizonte de tempo, o que causa um número excessivo de micro paradas dos alimentadores dos silos por nível baixo e prejudica a taxa de alimentação da usina, que considera as linhas de peneiramento em funcionamento.

Nesse contexto, para melhorar o desempenho operacional e aumentar a estabilidade do processo de alimentação, as falhas recorrentes nesse sistema precisam ser minimizadas. Ainda carente de trabalhos que permeiam o problema de movimentação do *tripper car*, se faz necessário propor uma nova abordagem, que leva em consideração as possibilidades de movimentação passando por silos que não estejam ativos em algum momento operacional.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Desenvolver uma solução para o problema de movimentação do *tripper car*, a partir de algoritmo heurístico de otimização em tempo real, que contribua com o aumento

do rendimento operacional do processo de alimentação de uma usina de beneficiamento de minério de ferro.

1.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- Descrever matematicamente o problema de movimentação do *tripper car* para viabilizar uma solução com a utilização de RTO. Para isso, são utilizadas as características do processo de maneira que o modelo represente um sistema formado por uma quantidade qualquer de silos.
- Desenvolver um algoritmo heurístico de otimização em tempo real para o planejamento do *tripper car* em usinas de minério de ferro que tenha um tempo de execução suficiente para viabilizar a aplicação da metodologia no mundo real.
- Avaliar o impacto da solução RTO proposta em cenários reais de uma usina de beneficiamento de minério de ferro.

1.4 Organização do Texto

No capítulo 1 é apresentada uma contextualização do problema de movimentação de *tripper car*, uma descrição da motivação do estudo e a definição dos objetivos. No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica acerca do estado da arte que norteia esse trabalho. No capítulo 3 é apresentada a caracterização do problema. Nesse momento são apresentadas características importantes do processo. No capítulo 4 é apresentado o algoritmo proposto como solução do problema de movimentação do *tripper car*. No capítulo 5 são apresentados os resultados com uma avaliação dos cenários propostos para simulação do método desenvolvido. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e no capítulo 7 as sugestões de trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são apresentados referenciais acerca do problema de movimentação do *tripper car* e trabalhos existentes na literatura.

2.1 Movimentação do *tripper car*

O *tripper car* é um equipamento essencial em sistemas de mineração e em processos industriais que envolvem o manuseio de materiais a granel. Sua principal função é distribuir o material de alimentação em silos de armazenamento, garantindo o fluxo contínuo e eficiente do processo de produção. Este equipamento é especialmente empregado nas etapas em que o material a ser manuseado encontra-se em estado seco, como nas fases de alimentação e classificação.

O funcionamento do *tripper car* é baseado em uma combinação de movimentação e controle automatizado. Ele é posicionado sobre trilhos que percorrem todos os silos de armazenamento que ele abastece. A movimentação do *tripper car* é realizada por meio de rodas que deslizam sobre esses trilhos e são acionadas por um inversor de frequência. Esse inversor de frequência permite variar a velocidade do *tripper car*, adaptando-o às necessidades específicas do processo em tempo real.

A automação desse equipamento é crucial para o desempenho eficiente do sistema. O *tripper car* é controlado por um sistema de automação que emprega lógicas de acionamento para determinar a posição ideal do equipamento. O objetivo principal é manter os silos com a quantidade adequada de material e assegurar a continuidade do processo de produção. Sávio e Torquato (2020) descrevem um exemplo de estrutura para a lógica de funcionamento do *tripper car*:

1. Quando um silo atinge um nível baixo, geralmente cerca de 10%, ele solicita a presença do *tripper car* e após o início do enchimento, o *tripper car* interrompe o abastecimento desse silo quando o nível alcança 40%, por exemplo, ou se a linha de produção abaixo estiver parada.
2. Se todos os silos estiverem acima do nível mínimo, o *tripper car* se desloca da direita para a esquerda (ou vice-versa), atendendo a todas as linhas de silos.
3. O controle de nível máximo ou nível de abandono leva em consideração o nível dos outros silos. Se algum silo estiver próximo do nível mínimo (por exemplo, 10%), o nível de abandono é definido em 40%. Esse valor aumenta gradualmente à medida que os níveis dos silos aumentam, chegando, por exemplo, a 90% quando todos os silos estão acima de 20%.
4. O *tripper car* só se move para as linhas de extremidades (1 ou 6) se os silos anteriores (2 ou 5) permitirem seu retorno, evitando assim possíveis armadilhas.

5. Para tratar os casos de indisponibilidade de alguma linha, existe uma lógica para realizar a transposição do *tripper car* sobre essa linha com corte de alimentação.

Esse exemplo de lógica de funcionamento do *tripper car* demonstra como a automação e o controle preciso são essenciais para otimizar a distribuição de materiais em sistemas de mineração. O equipamento atua de maneira inteligente, priorizando o abastecimento dos silos com base em níveis de material e condições de operação, garantindo a eficiência e a continuidade dos processos de produção.

2.2 Trabalhos relacionados

A movimentação de *tripper car* é um problema de sequenciamento que tem como objetivo definir a melhor posição do equipamento sobre o silo ao longo do tempo para manter o nível de material o mais estável possível para que não gere instabilidade operacional nos processos subsequentes, como silo vazio por exemplo. Porém, há uma escassez de referências na literatura com a descrição do problema supracitado, o que mostra a importância de se propor soluções para a melhor movimentação desse equipamento, que é muito utilizado nos processos de tratamento de minério.

Caldas e Martins (2018) dividiu o trabalho em duas partes. Primeiramente utilizou programação linear inteira mista e programação dinâmica com o objetivo de maximizar o menor valor dentre os níveis dos silos em cada iteração, de forma a alcançar a máxima estabilidade na operação do *tripper car*, porém essas técnicas se mostraram ineficientes ao lidar com instâncias de dimensões elevadas devido ao tempo de processamento para se alcançar a solução ótima, o que inviabiliza a aplicação dessas soluções em sistemas reais com silos com muitas subdivisões. Como proposta de melhorar a resposta do sistema e a redução do tempo de execução e viabilizar a aplicação da metodologia à um conjunto maior silos em problemas reais, utilizou como alternativa aos métodos exatos, as meta-heurísticas *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) e *Simulated Annealing* (SA). Nos experimentos, o desempenho do GRASP se mostrou muito superior aos resultados obtidos pelo SA, tanto em relação ao tempo despendido quanto à assertividade em atingir soluções exatas, o que torna o GRASP uma possível solução para aplicações em sistemas reais. Para a construção da solução do GRASP, foi definida a estrutura gulosa do problema, bem como a metodologia de busca local.

Pedrosa (2019) utiliza como referência inicial a solução dada por Caldas e Martins (2018) e faz alguns ajustes nas restrições como forma de avaliar o desempenho entre as propostas quanto ao tempo de execução e o controle do nível do silo com programação linear inteira mista. Também altera a função objetivo, onde propõe maximizar o menor nível entre todos os períodos de tempo. Como resultado, obteve um tempo médio de execução inferior ao proposto por Caldas e Martins (2018). Mas em relação ao controle de nível médio, as políticas de Caldas e Martins (2018) atendem melhor o quesito de equilíbrio dos níveis e a minimização da diferença entre os níveis dos silos.

Já Filho et al. (2020) faz uma comparação entre as políticas desenvolvidas por Caldas e Martins (2018) e Pedrosa (2019) e ainda propõe outras duas abordagens para se comparar o tempo de execução e os resultados em relação ao controle de nível. A primeira política proposta é a minimização da diferença dos níveis e a segunda é a minimização das movimentações do *tripper car*. Para isso, foram realizadas as devidas alterações nas restrições do problema original e comparados em situações com diferentes quantidades de silos e a quantidade de períodos de execução. Ao final do trabalho conclui-se que as novas políticas apresentadas são relevantes para a solução do problema de movimentação do *tripper car*, onde a política de minimização da diferença dos níveis se mostra eficiente quando utilizada para comparação do equilíbrio dos níveis dos silos ao longo dos períodos de tempo. Já a política de minimização dos movimentos se mostra útil em relação ao tempo de execução para instâncias de menor tamanho.

Albuquerque et al. (2019) desenvolve um controlador especialista com a função de controlar o nível médio de um silo com material granulado. O sistema utiliza a posição do *tripper car* e o nível de cada silo como variáveis de observação. Dessa forma, atua na velocidade do *tripper car* e no número de linhas operacionais. O critério é manter o nível de cada subdivisão o mais próximo possível do nível médio. Já Fonseca et al. (2022) propõe um controle especialista *fuzzy* que tem como entrada o nível do silo e a distância do *tripper car*. Como variável de saída tem o indicador de aceleração e desaceleração do equipamento. Ao aplicar esse controlador no sistema real foi possível observar uma melhora significativa no tempo de operação das peneiras com maior eficiência. Essas duas abordagens supracitadas são alternativas que podem ser utilizadas como solução do problema de movimentação do *tripper car*.

Ainda carente de mais trabalhos que permeiam o problema de movimentação do *tripper car* para alimentação de silo de material seco, há uma grande oportunidade de novos estudos e desenvolvimento de novos modelos que possibilitem a aplicação de *Real-Time Optimization* (RTO) em plantas reais com o objetivo de aumentar a eficiência das operações do processo de peneiramento, reduzir micro paradas dos equipamentos de alimentação e aumentar a estabilidade operacional de uma usina de beneficiamento mineral.

3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é realizada a caracterização do problema endereçado no estudo.

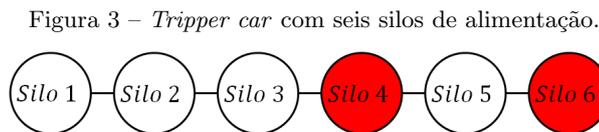
3.1 Problema de movimentação do *tripper car*

O problema de movimentação do *tripper car* tratado nesse trabalho envolve um conjunto P , $P = (1, \dots, |P|)$, de posições viáveis para o seu posicionamento em um horizonte de planeamento H , $H = (1, \dots, |H|)$. As posições correspondem à quantidade de silos da etapa de alimentação da usina de beneficiamento de minério de ferro. Na parte inferior de cada silo existe um alimentador, que opera com velocidade variável em função de um *setpoint* (SP) definido pelo processo subsequente.

Neste problema busca-se definir o próximo posicionamento, p_{ij} , $i \in P$, $j \in H$, do *tripper car* que melhor distribua o material no conjunto de silos, conforme ilustrado na Figura 3. A seguir, são apresentadas as características das movimentações:

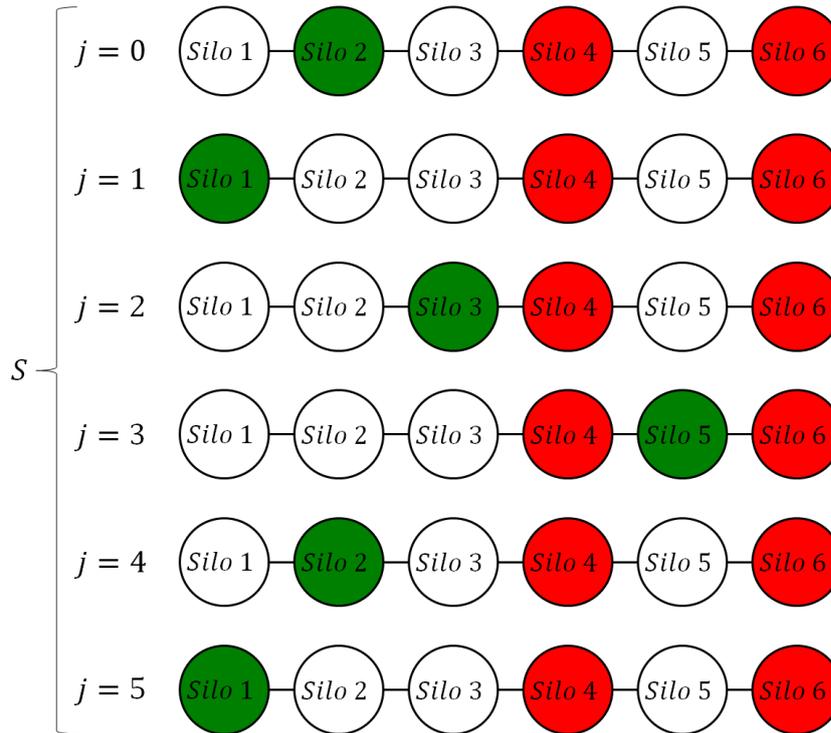
- Movimento para posição adjacente: dada uma posição inicial i , o *tripper car* pode se movimentar para uma posição $i + 1$ ou $i - 1$, desde que i não seja uma das extremidades. No caso dele ser uma extremidade, apenas um único movimento é permitido.
- Movimento para posição não adjacente: dada uma posição inicial i , o *tripper car* pode se movimentar para uma posição $i + z$ ou $i - z$, com $1 < z \leq |P| - 1$. Para realizar o movimento, o *tripper car* precisa passar por $z - 1$ posições intermediárias. Ele pode passar de duas maneiras:
 1. Sem interrupção de alimentação: caso os silos intermediários estejam ativos, a alimentação é mantida enquanto o *tripper car* passa pelos silos.
 2. Com interrupção de alimentação: caso existam silos intermediários inativos, o *tripper car* precisa interromper a alimentação quando passar por eles. Portanto, deixa-se de alimentar o circuito neste período.

A seguir, na Figura 3, apresenta-se um exemplo de um *tripper car* com seis silos de alimentação. Os silos 1, 2, 3 e 5 estão ativos e os demais estão inativos, identificados na cor vermelha.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 4, ilustra-se um conjunto de movimentações do *tripper car* da Figura 3, em um horizonte de planeamento $H = 5$.

Figura 4 – Movimentações do *tripper car* em um horizonte de planejamento $H = 5$.

Fonte: Elaboração própria.

No instante inicial, $j = 0$, o *tripper car* está no silo 2, $i = 2$ (indicado na cor verde), portanto, tem-se $p_{20} = 1$. No instante $j = 1$, realiza-se um movimento para o silo adjacente $i = 1$ ($p_{11} = 1$). No instante $j = 2$, o *tripper car* movimenta-se para o silo não adjacente 3, $i = 3$ ($p_{32} = 1$). Durante este movimento, o *tripper car* passa pelo silo 2 sem interromper a alimentação, uma vez que o mesmo está ativo. No instante $j = 3$, realiza-se um movimento para o silo não adjacente 5, $i = 5$ ($p_{53} = 1$). Durante este movimento, o *tripper car* passa pelo silo 4, com interrupção da alimentação, uma vez que o mesmo está inativo. No instante $j = 4$, é realizada uma movimentação não adjacente para o silo 2, $i = 2$ ($p_{24} = 1$). Para essa movimentação, o *tripper car* passa pelo silo 4 com interrupção da alimentação e pelo silo 3 sem interrupção. No instante $j = 5$, realiza-se um movimento para o silo adjacente 1, $i = 1$ ($p_{15} = 1$).

Ao se posicionar em um silo, o *tripper car* fica parado por um tempo. O tempo é calculado pela Eq. (1) em três situações: *i*) se o silo for o último ativo da esquerda; *ii*) se o silo for o último ativo da direita; *iii*) se o silo estiver com nível baixo. Para as demais situações, o tempo de parada é fixado em 30 segundos (BARBOSA, 2018).

$$t = (l_i - 20) \times \frac{15 - 60}{55 - 20} + 60 \quad (1)$$

onde t é o tempo em segundos, l_i é o nível do silo i em percentual. As constantes 20 e 55 são os valores mínimos e máximos do nível, respectivamente. As constantes 15 e 60 indicam os valores mínimos e máximos do tempo em segundos, respectivamente.

A velocidade nominal do *tripper car* é igual a $0,24m/s$. Quando tem-se um movimento para uma posição não adjacente com interrupção da alimentação, a velocidade é fixada em 80% da nominal. Quando o *tripper car* se aproxima a 1 metro de uma das extremidades, por questão de segurança, a velocidade é ajustada para 50% da nominal. Além disso, a velocidade também é ajustada para 50% caso as seguintes situações aconteçam simultaneamente: *i*) o *tripper car* está em movimento; *ii*) o silo corrente está com nível abaixo de 55%; *iii*) o silo de destino não está com nível baixo. Para os demais movimentos, a velocidade é fixada em 100% da nominal (BARBOSA, 2018).

A função objetivo do problema é definida pela Eq. (2).

$$\min \alpha \left(\sum_j^H ll(j) \right) + \omega \left(\sum_j^H hl(j) \right) + \sigma \left(\sum_j^H o(j) \right) \quad (2)$$

onde α , ω e σ são os pesos aplicados em cada parcela da função objetivo, respectivamente. Na primeira parcela, $ll(j)$ indica o número de intertravamentos ocorridos no instante j por nível baixo. Na segunda parcela, $hl(j)$ indica o número de intertravamentos por nível alto. Por fim, na terceira parcela, $o(j)$ indica quantos silos foram transpostos com interrupção de alimentação no instante j .

A distância entre cada par de silos é dado pela Eq. (3):

$$\lambda_{ii'} = |c_i - c_{i'}| \quad \forall i, i' \in P, i \neq i' \quad (3)$$

em que, c_i e $c_{i'}$ são o centro dos silos i e i' , respectivamente, $\lambda_{ii'}$ é a distância, em m , entre os silos i e i' .

Baseado na distância entre dois silos, é possível calcular o tempo de deslocamento do *tripper car* entre dois silos, que é dado pela Eq. (4):

$$\theta_{ii'} = \frac{\lambda_{ii'}}{v} \quad \forall i, i' \in P, i \neq i' \quad (4)$$

em que v é a velocidade de movimentação do *tripper car* e $\theta_{ii'}$ é tempo de deslocamento entre os silos i e i' , em segundos.

Consequentemente, com estas informações permite-se o cálculo do nível dos silos no instante j . Este cálculo foi dividido em quatro etapas: 1) o nível do silo i' destino do *tripper car* ($p_{i'j} = 1$); 2) o nível dos silos intermediários entre a posição do *tripper car* no instante $j - 1$ e a posição no instante j até chegar a i' ; 3) demais silos que não tiveram a passagem do *tripper car* entre os instantes $j - 1$ e j ; 4) e o nível do silo i , onde *tripper car* estava no instante $j - 1$.

A Eq. (5) apresenta o cálculo do nível do silo i' no instante j , silo destino do *tripper car*:

$$n_{i'}(j) = \sum_{i'=1}^P p_{i'j} \left(n_{i'}(j-1) - d\theta_{ii'} + e \left(\frac{b(i')}{v} + t \right) \right) \quad (5)$$

em que $n_{i'}$ é o nível do silo i' , d e e são os coeficientes angulares de decaimento e enchimento do nível, respectivamente, $b(i')$ é o comprimento em m da parte superior do silo i' e t é o tempo de enchimento do silo definido pela Eq. (1).

O conjunto de silos intermediários é representado por $I, I \subset P$. O cálculo do nível destes silos intermediários é dado pela Eq. (6):

$$n_{i''}(j) = n_{i''}(j-1) - d(\theta_{i''} + t) + \left(\frac{eb(i'')}{v} \right), \forall i'' \in I \quad (6)$$

em que $n_{i''}$ é o nível do silo intermediário i'' no instante j .

O cálculo do nível dos silos que não tiveram a passagem do *tripper car* entre os instantes $j-1$ e j , representados pelo conjunto $D \subset P$, é dado pela Eq. (7).

$$n_{i'''}(j) = n_{i'''}(j-1) - d(\theta_{i'''} + t), \quad \forall i''' \in D \quad (7)$$

em que $n_{i'''}$ é o nível dos silos no instante j .

Por fim, o cálculo do nível do silo i , posição em que o *tripper car* estava no instante $j-1$, é dado pela Eq. (8).

$$n_i(j) = n_i(j-1) - d(\theta_{i'} + t) + \left(e \frac{b(i)}{v} \right) \quad (8)$$

em que n_i é o nível do silo i no instante j .

Com o uso dos cálculos de nível de todos silos, pode-se calcular o número de intertravamentos no instante j por nível baixo ll e por nível alto hl , respectivamente, de acordo com a Eqs. (9) e (10):

$$ll(j) = \sum_{i=1}^P l_i, \quad l_i = \begin{cases} 1, & \text{se } n_{i^*}(j) \leq \gamma \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (9)$$

$$hl(j) = \sum_{i=1}^P h_i, \quad h_i = \begin{cases} 1, & \text{se } n_{i^*}(j) \geq \beta \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

em que γ é o limite inferior de nível, β é o limite superior e $n_{i^*}(j)$ é o nível do silo i . Observa-se que cada silo i tem o seu respectivo cálculo de nível de acordo com a sua posição, conforme Eqs. (5), (6), (7) e (8).

A seguir, apresenta-se o cálculo do número de silos que foram transpostos com interrupção de alimentação no instante j , na Eq. (11). Este cálculo é realizado apenas para o conjunto I , que representam os silos intermediários.

$$o(j) = \sum_{i=1}^I a_i, \quad a_i = \begin{cases} 1, & \text{se } a_i \text{ está inativo} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (11)$$

em que $a_i(j)$ indica se o silo i está inativo no instante j .

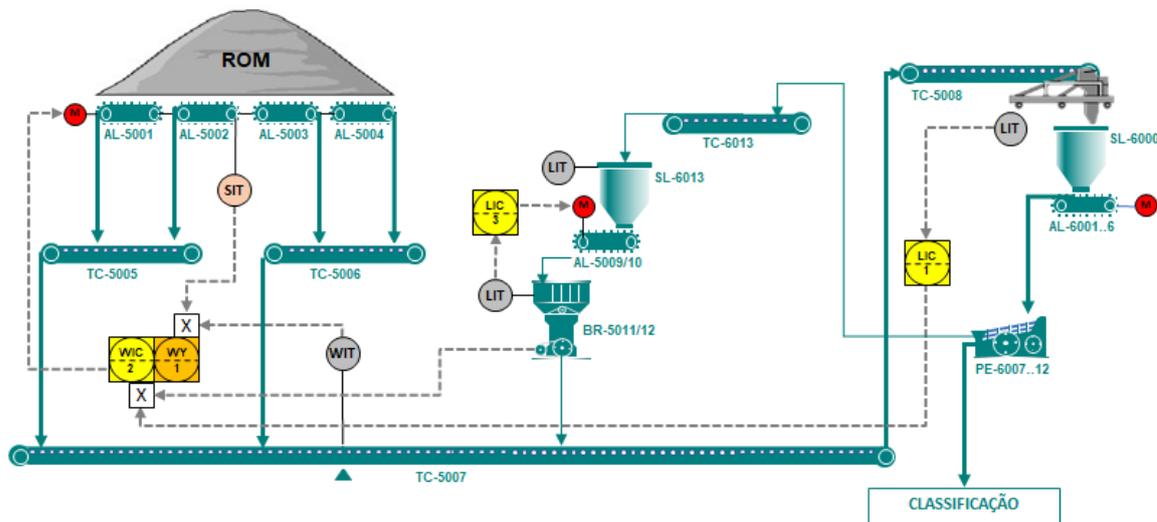
3.2 Controle Regulatório

Em paralelo com a lógica de movimentação do *tripper car*, existem duas estratégias de controle em funcionamento. A primeira tem o objetivo de controlar o nível médio dos silos a partir do controle de taxa de alimentação provenientes da pilha do ROM. A segunda tem o objetivo de controlar a vazão de saída de material dos silos, que é realizado por controlador *fuzzy* pela variação da velocidade dos alimentadores a partir da observação das variáveis de vazão da alimentação das etapas subsequentes, como a deslamagem e estocagem. Nessa seção são detalhados as duas estratégias de controle.

3.2.1 Controle da alimentação

O controle da alimentação tem o objetivo de manter o nível médio dos silos em um *setpoint* pré estabelecido. Para isso, existem duas malhas de controle que trabalham em uma estratégia mestre-escravo, onde a mestre é a de nível médio dos silos que estão ativos e a escrava é a de taxa da alimentação. Esse controle atua na velocidade dos alimentadores da pilha de ROM (*run of mine*). Na Figura 5 é ilustrada a estratégia de controle utilizada no circuito supracitado.

Figura 5 – Estratégia de controle da etapa de alimentação da usina.



Fonte: *Book de controle em Reis (2023)*.

De acordo com a Figura 5, cada alimentador da pilha do ROM possui uma malha de controle de taxa (WIC-2) que atua na variação da velocidade. Sua variável de processo é a vazão mássica do alimentador, que é um *soft sensor* construído a partir de um modelo de regressão linear entre a taxa da balança integradora da correia transportadora TC-5007 e a velocidade do alimentador (WY-1), sendo que a faixa de velocidade dos alimentadores é $600rpm$ a $1800rpm$. Já o seu *setpoint* é proveniente da malha de controle de nível médio (LIC-1) dos silos ativos, limitada a capacidade do processo ($2900t/h$). O SP de

taxa definido é dividido pelo número de alimentadores da pilha de ROM que estejam funcionando, limitado a 2 dos 4 alimentadores (AL5001, AL5002, AL5003 e AL5004).

Esse controle de taxa é influenciado pelo funcionamento de um dos britadores terciários (BR-5011 e BR-5012) que funciona de forma periódica e processa a carga circulante do circuito quando o nível do silo de alimentação chega em um limite máximo e para quando o silo esvazia. Seu funcionamento reduz o *setpoint* de taxa de alimentação em $800t/h$ e $350t/h$, que representam suas massas produzidas, respectivamente. Isso acontece por compartilharem a mesma correia transportadora com a alimentação nova.

Os britadores possuem controle de nível da câmara de britagem (LIC-3) que atua na velocidade dos alimentadores do silo que recebe a carga circulante. A Tabela 1 compila o controle regulatório existente no circuito de alimentação.

Tabela 1 – Malhas de controle do circuito de alimentação.

Malha de Controle	Descrição
LIC-1	Controle de nível médio dos silos
WIC-2	Controle de taxa de alimentação
LIC-3	Controle de nível da câmara do britador

Fonte: Elaboração própria.

3.2.2 Controle da classificação

O controle da classificação tem o objetivo de manter uma vazão estável nas etapas subsequentes da deslamagem em um *setpoint* definido por faixas de trabalho. Para isso, existe um controlador *fuzzy* que observa essas variáveis de vazão mássica e também as variáveis de vazão das correias transportadoras da etapa de estocagem, como maneira de proteção da capacidade máxima desses equipamentos. Já a atuação desse controlador é feita na velocidade dos alimentadores que estão na parte inferior dos silos da classificação. Na Figura 6 é ilustrada a estratégia de controle utilizada no circuito supracitado.

Cada alimentador possui a seu controlador *fuzzy*. Ou seja, cada controlador determina a velocidade do AL-6001, AL-6002, AL-6003, AL-6004, AL-6005 e AL-6006 a partir de informações como vazão para a deslamagem, vazão mássica TC-6040 e TC-6034. Dessa forma, tem-se a especificação dos controladores:

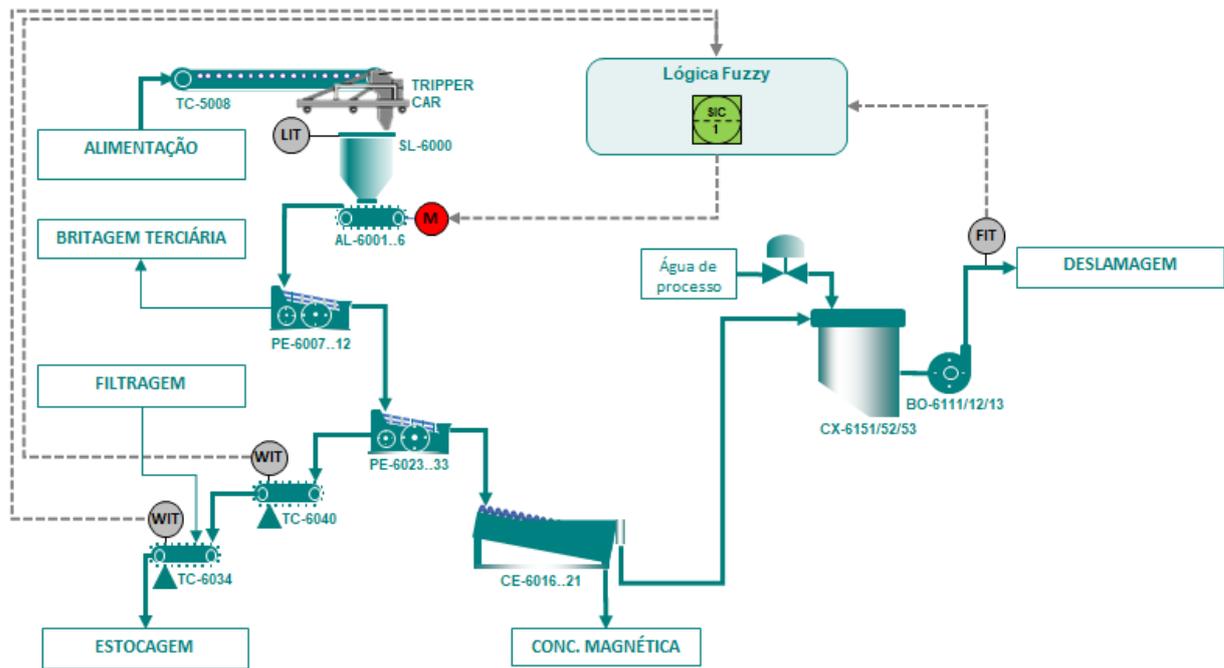
Variáveis de observação:

- Vazão para deslamagem
- Vazão mássica da correia transportadora TC-6040
- Vazão mássica da correia transportadora TC-6034

Variável manipulada:

- Velocidade do alimentador

Figura 6 – Estratégia de controle da etapa de classificação da usina.



Fonte: *Book* de controle em Reis (2023).

4 ALGORITMO PROPOSTO

Neste capítulo são propostos algoritmos para tratar o problema endereçado no estudo.

4.1 Representação e avaliação da solução

Uma solução s é representada por matriz $s = (s_{ij})_{H \times P}$, em que H indica o horizonte de planejamento, P é o número de silos e s_{ij} indica se o *tripper car* deve se deslocar para o silo j no instante i . Caso afirmativo, $s_{ij} = 1$, caso contrário, $s_{ij} = 0$.

A Tabela 2 apresenta uma solução para um problema fictício com um horizonte de planejamento $H = 10$ e número de silos $P = 6$. Por exemplo, observe que no instante $i = 1$ o *tripper car* deve-se deslocar para o silo $j = 4$. Uma solução s é avaliada utilizando a função definida na Eq. (2).

Tabela 2 – Exemplo de movimentação do *tripper car* em cada instante do planejamento.

Instante	Silo 1	Silo 2	Silo 3	Silo 4	Silo 5	Silo 6
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	0	1
3	1	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	1
8	0	1	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	0

Fonte: Elaboração própria.

A estratégia para o funcionamento do RTO desse trabalho segue a ideia de horizonte móvel apresentada por Camacho e Alba (2013) para os métodos de controle MPC (Controle Preditivo baseado em Modelo). O MPC faz referência aos métodos de controle que fazem o uso de um modelo do processo para prever sua saída em instantes de tempo futuros e obter o sinal de controle para otimizar uma função objetivo.

No primeiro instante de tempo, o algoritmo RTO faz uma chamada do algoritmo construtivo para executar o planejamento de movimentação do *tripper car* em um horizonte de tempo H . Ou seja, é calculada uma sequência de passos em um horizonte de tempo H para minimizar a função objetivo da Eq. (2). Então, o RTO aplica na planta, a primeira entrada da respectiva sequência ótima de ações.

Já no segundo instante de tempo de execução do RTO, o algoritmo construtivo refaz o cálculo e, se algo alterou em relação ao instante anterior, obtém uma nova sequência

de ações. Esse processo é conhecido como estratégia de horizonte móvel, onde se repete o cálculo a cada instante de tempo movendo as referências de tempo um passo à frente.

4.2 Algoritmo construtivo

O Algoritmo 1 mostra como construir uma solução para o planejamento da movimentação do *tripper car*. Na linha 1, uma matriz solução s é inicializada e na linha 2 o vetor de níveis é atualizado com os níveis atuais da planta. Na linha 3 é inicializado o planejamento de acordo com o horizonte definido. Na linha 4 é inicializado um conjunto com os silos candidatos e na linha 5 define-se a primeira posição do conjunto de silos candidatos para ser avaliada. Na linha 6 inicia-se um laço que vai avaliar todos os silos candidatos. Na linha 7 é verificado se o silo que está sendo avaliado não é a posição atual do *tripper car* e se a linha de processamento não está inativa. Em caso falso, na linha 23 o valor da função guia para esse silo é fixado no máximo para desconsiderá-lo como solução nesse passo do horizonte de planejamento e o vetor de valores da função guia é atualizado na linha 24. Em caso verdadeiro, inicia-se um laço que calcula o valor do peso do silo candidato a partir da função guia, sendo que na linha 8 é atualizado o conjunto dos silos intermediários e na linha 9 é atualizado o conjunto dos silos externos. Na linha 10 é realizado o cálculo da distância entre o silo atual e o silo candidato, de acordo com a Eq. (3). Na linha 11 é realizado o cálculo do tempo de deslocamento entre o silo atual e o silo candidato, de acordo com a Eq. (4). Na linha 12 é realizado o cálculo do nível futuro para o silo candidato, de acordo com a Eq. (5). Na linha 13 é realizado o cálculo dos níveis futuros para os silos intermediários, de acordo com a Eq. (6). Na linha 14 é realizado o cálculo dos níveis futuros para os silos externos, de acordo com a Eq. (7). Na linha 15 é realizado o cálculo do nível futuro para o silo atual, de acordo com a Eq. (8). Na linha 16 é realizado o cálculo da quantidade total de silos transpostos, de acordo com a Eq. (11). Na linha 17 é realizado o cálculo da quantidade total de intertravamentos por nível alto, de acordo com a Eq. (10). Na linha 18 é realizado o cálculo da quantidade total de intertravamentos por nível baixo, de acordo com a Eq. (9). Então nas linhas 19 e 20 é calculado o valor do peso para o silo candidato, de acordo com a Eq. (2), e o vetor de valores da função guia é atualizado. Após os cálculos e atualização do vetor com os valores dos pesos dos silos candidatos se inicia a avaliação do próximo candidato. Na linha 27 verifica-se qual é a posição do vetor com o menor valor da função guia, que representa o silo candidato escolhido. Mas caso exista um empate entre os candidatos, o critério para desempate é o silo com a maior distância do silo atual, pois durante o deslocamento, o *tripper car* enche os silos intermediários. Já na linha 28 a matriz solução é atualizada com o silo candidato vencedor para o passo atual do horizonte de planejamento determinado. Por fim, na linha 29 os níveis que são utilizados no próximo passo da construção do planejamento são atualizados com os níveis futuros calculados considerando o silo candidato escolhido. Quando o final do horizonte de planejamento for alcançado, na linha 31 é retornada a

matriz solução com o planejamento de movimentação do *tripper car*.

Algoritmo 1: Algoritmo Construtivo para Posicionamento do *Tripper Car*.

Entrada: Dimensão da base superior do silo (b), níveis atuais (n), status dos silos ($status$), tempo de enchimento (t), taxa de enchimento (e), taxa de decaimento (d), velocidade do *tripper car* (v), limite mínimo de nível (γ), limite máximo de nível (β), horizonte de planejamento (H), posição atual do *tripper car* (p), conjunto de silos (P)

Saída: Solução s

```

1  $s \leftarrow \emptyset$ ;
2  $N \leftarrow n$ ;
3 para cada passo  $j \in H$  faça
4   Inicialize o conjunto  $C$  de silos candidatos a partir de  $P$ ;
5    $i \leftarrow 1$ ;
6   para cada silo  $i \in C$  faça
7     se  $i \neq p$  e  $Status_i \neq inativo$  então
8        $I \leftarrow$  Atualize conjunto dos silos intermediários;
9        $D \leftarrow$  Atualize conjunto dos silos externos;
10       $\lambda \leftarrow$  Calcule a distância entre silo atual e candidato;
11       $\theta \leftarrow$  Calcule o tempo de deslocamento entre silo atual e silo
        candidato;
12       $L' \leftarrow$  Calcule nível futuro para silo candidato;
13       $L'' \leftarrow$  Calcule níveis futuros para silos intermediários;
14       $L''' \leftarrow$  Calcule níveis futuros para silos sem passagem do tripper
        car;
15       $L \leftarrow$  Calcule nível futuro para o silo atual;
16       $o \leftarrow$  Calcule quantidade total de silos transpostos;
17       $hl \leftarrow$  Calcule quantidade total de intertravamentos por nível alto;
18       $ll \leftarrow$  Calcule quantidade total de intertravamentos por nível baixo;
19       $g_i \leftarrow$  Calcule a função guia;
20       $G_i \leftarrow g_i$ ;
21    fim
22    senão
23       $g_i \leftarrow$  Fixe valor máximo;
24       $G_i \leftarrow g_i$ ;
25    fim
26  fim
27   $g(i_{melhor}) = menor\{G(i) | i \in P\}$ ;
28   $s_{ij} \leftarrow s_{ij} \cup \{g(i_{melhor})\}$ ;
29  Atualize o conjunto  $N$  com os níveis futuros de acordo com candidato
    escolhido;
30 fim
31 retorna  $s$ ;

```

4.3 Algoritmo RTO

O Algoritmo 2 mostra como ocorre a execução do RTO para o planejamento da movimentação do *tripper car* em um período pré determinado. Na linha 1, uma matriz solução s é inicializada. Na linha 2 inicia-se um laço que vai executar o planejamento enquanto for verdadeiro, onde nas linhas 3 e 4, o tempo de início da execução do planejamento e a posição atual são armazenados, respectivamente. Na linha 5 a solução s é atualizada com o novo planejamento feito pelo Algoritmo 1, onde é enviado à planta para execução. Após a término do planejamento, na linha 6 é verificado se o tempo de execução é menor do que o período de execução pré determinado e se a posição atual é igual a posição anterior ao planejamento. Em caso verdadeiro, nas linhas 7 e 8 a posição atual e o tempo atual de execução são atualizados, respectivamente. Já no caso de ser negativo, inicia-se um novo planejamento.

Algoritmo 2: Algoritmo RTO.

Entrada: Período de execução(τ), posição atual do *tripper car* (p)
Saída : Solução s

```

1  $s \leftarrow \emptyset$ ;
2 enquanto Verdadeiro faça
3    $Inicio \leftarrow TempoAtual()$ ;
4    $Posicao \leftarrow p$ ;
5    $s \leftarrow Planejamento()$ ;
6   enquanto ( $TempoAtual() - Inicio$ ) <  $\tau$  E  $Posicao == p$  faça
7     Atualize  $p$ ;
8     Atualize  $TempoAtual()$ ;
9   fim
10 fim
11 retorna  $s$ ;
```

5 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo é realizada a avaliação dos algoritmos propostos para tratar o problema endereçado no estudo, dividido em dois cenários.

5.1 Descrição dos cenários

O estudo de caso está dividido entre dois cenários que simulam condições reais da usina de beneficiamento de Timbopeba, pertencente à Vale, localizada na cidade de Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil. O objetivo é avaliar o desempenho do algoritmo proposto. Para as simulações, o algoritmo recebe como entradas as características reais da planta, onde os dados de processo, utilizados na avaliação, são coletados a partir do *software* PI *System*, fornecido pela OSI *Soft Learning*, que é o sistema PIMS (*Plant Information Management Systems*) da planta. Já os dados físicos são provenientes da documentação de engenharia. As características de processo utilizadas como parâmetros de entrada, para os dois cenários de simulação, são mostradas na Tabela 3.

Tabela 3 – Características do processo.

Característica	Valor
Dimensão da base superior do silo (b)	7m
Tempo de enchimento (t)	30s
Velocidade do <i>tripper car</i> (v)	0,24m/s
Limite mínimo de nível (γ)	5%
Limite máximo de nível (β)	75%
Horizonte de planejamento (H)	10
Total de silos (P)	6
Período de execução (τ)	150s

Fonte: Elaboração própria.

Os algoritmos dos experimentos foram desenvolvidos na linguagem Python, utilizando-se a interface de desenvolvimento do *Google Colaboratory* e *Spyder IDE*. Os experimentos foram executados em um computador cujas características são mostradas na Tabela 4.

Tabela 4 – Características do computador de simulação.

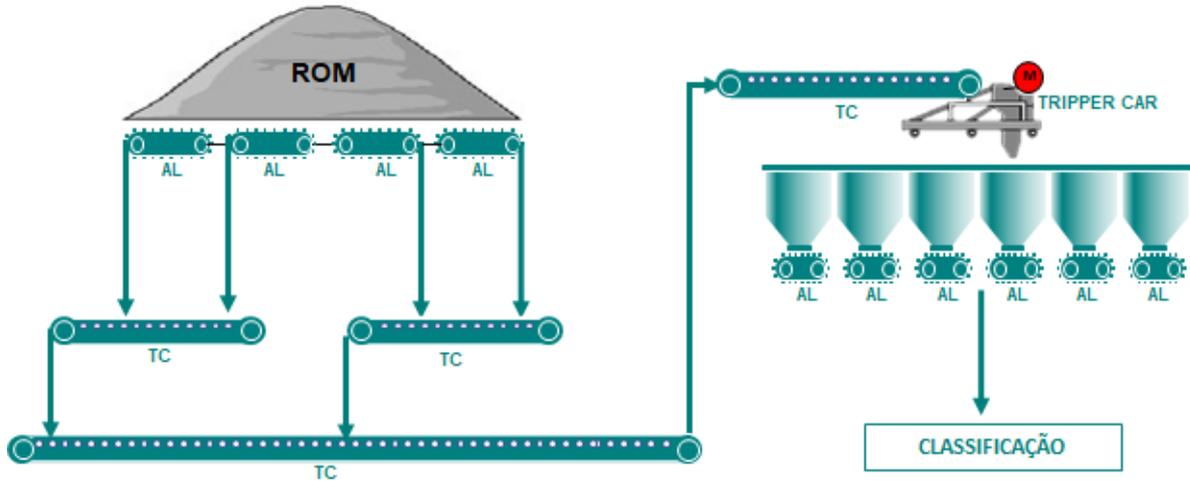
Característica	Valor
Processador	Intel Core i7-8700 3.2GHZ
Memória	8Gb 2133Mhz DDR4
Disco	SSD Kingston 240gb 500mbs

Fonte: Elaboração própria.

A usina de beneficiamento de Timbopeba possui um conjunto com seis silos que são responsáveis por armazenar o material proveniente da pilha de ROM de alimentação,

onde o *tripper car* está posicionado na parte superior do conjunto de silos e tem a função de distribuir o material entre eles. A etapa subsequente é o peneiramento, que é alimentada por alimentadores que estão posicionados na parte inferior dos silos. Na Figura 7 é ilustrado um esboço do processo em questão.

Figura 7 – Processo de alimentação com *tripper car*.



Fonte: Elaboração própria.

O controle de nível médio dos silos, que é realizado pelo controle de taxa de alimentação, apresentado na Seção 3.2.1, influencia a taxa de enchimento (e) do nível dos silos. Esse controle trabalha em paralelo com a lógica de movimentação do *tripper car*. Como o objeto é avaliar apenas o algoritmo de movimentação do *tripper car*, toda a parte de controle regulatório da alimentação não faz parte da simulação. Por isso, para a avaliação dos cenários é considerado um valor fixo para a taxa de enchimento, $e = 0,80\%/s$ para o cenário 1 e $e = 0,70\%/s$ para o cenário 2.

Nesse mesmo sentido, o controle da vazão de saída de material dos silos, que é realizado por controlador *fuzzy* pela observação das variáveis de vazão de alimentação das etapas subsequentes como a deslamagem e estocagem, apresentado na Seção 3.2.2, influencia a taxa de decaimento (d) do nível dos silos. Esse controle também trabalha em paralelo com a lógica de movimentação do *tripper car*. Como o objeto é avaliar o algoritmo de movimentação do *tripper car*, o controle *fuzzy* de saída de material não faz parte da simulação. Por isso, para a avaliação dos cenários é considerado um valor fixo para a taxa de decaimento, $d = 0,15\%/s$ para os dois cenários. Ou seja, para a avaliação dos cenários, tanto o fluxo de entrada como o fluxo de saída de material foram considerados fixos. Com isso, a avaliação fica focada na movimentação do *tripper car*, de forma que sejam minimizados os alarmes de nível máximo, nível mínimo e número de transposições, que contribui para o aumento do rendimento operacional do processo e influencia diretamente na taxa média horária de alimentação da usina de beneficiamento. Nesse sentido, para a

avaliação dos cenários, torna-se aceitável a variação do nível dos silos dentro dos limites estabelecidos como máximo e mínimo.

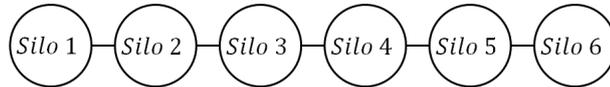
Os pesos da função guia, utilizados na simulação, foram: 0,3 para o somatório de nível mínimo, 0,5 para o somatório de nível máximo e 0,2 para o somatório de transposições. Dessa forma, a função objetivo da Eq. (2) é ajustada para ser utilizada como função guia (g) e é apresentada na Eq. (12). A definição dos pesos leva em consideração a criticidade da ocorrência de cada um dos eventos para o processo.

$$g = 0,3 \left(\sum_j^H ll(j) \right) + 0,5 \left(\sum_j^H hl(j) \right) + 0,2 \left(\sum_j^H o(j) \right) \quad (12)$$

Para a avaliação do desempenho do algoritmo, o período definido para execução do RTO é de 150 segundos, que equivale ao tempo aproximado de deslocamento do *tripper car* entre os silos extremos ou quando a posição atual for atualizada, o que ocorrer primeiro. Abaixo são descritos os cenários utilizado para as simulações.

- **Cenário 01:** o primeiro cenário avaliado é referente a operação do *tripper car* com todas as linhas de peneiramento com o *status* ativo. Ou seja, sem a necessidade de movimentação do equipamento com interrupção de alimentação. Esse cenário descreve a operação da planta real do dia 10 de dezembro de 2022. Na Figura 8 é ilustrado o resumo dos *status* dos silos.

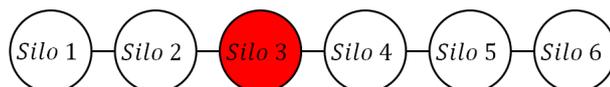
Figura 8 – Cenário 1 - *status* dos silos.



Fonte: Elaboração própria.

- **Cenário 02:** o segundo cenário avaliado é referente a operação do *tripper car* com a linha 3 do peneiramento com o *status* inativo. Ou seja, o *tripper car* terá a necessidade de realizar movimentações com interrupção de alimentação quando precisar passar pelo silo da linha 3. Esse cenário descreve a operação da planta real do dia 08 de março de 2023. Na Figura 9 é ilustrado o resumo dos *status* dos silos.

Figura 9 – Cenário 2 - *status* dos silos.



Fonte: Elaboração própria.

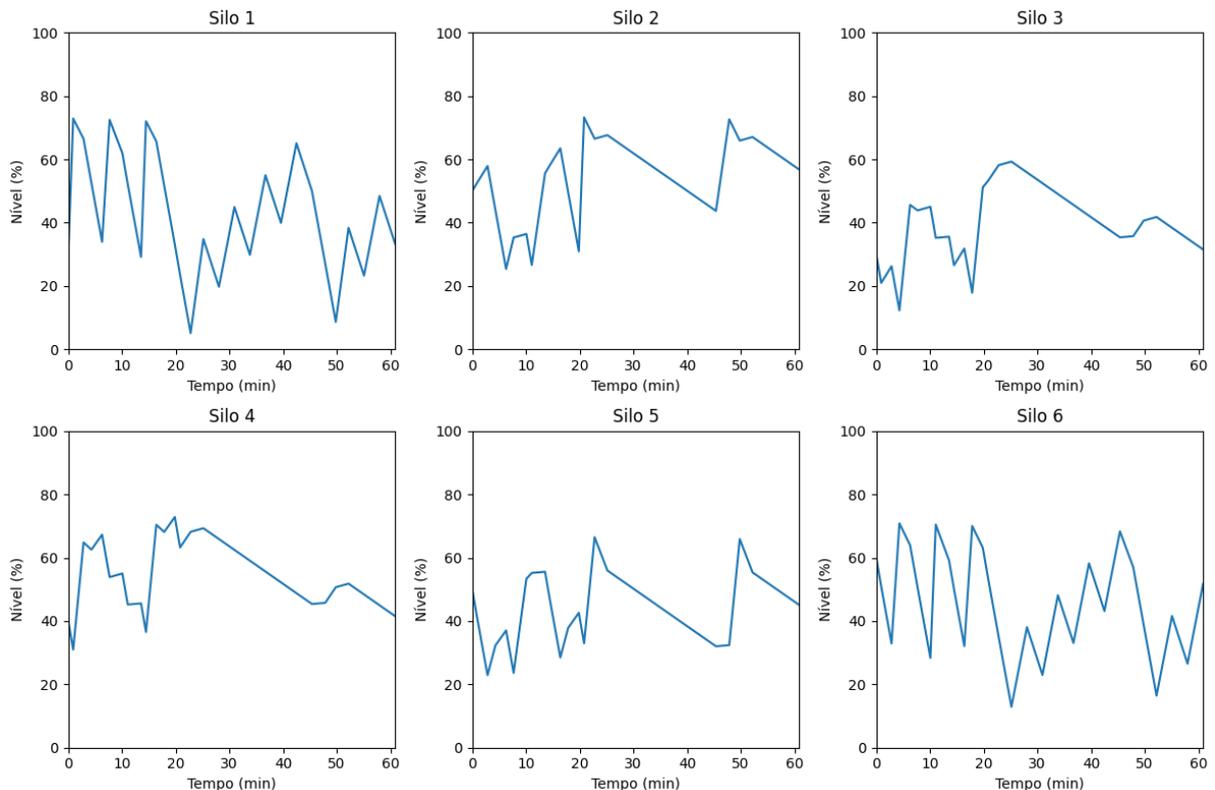
5.2 Resultados

5.2.1 Cenário 1

A primeira simulação foi realizada considerando os 6 silos ativos, $status = \{1,1,1,1,1,1\}$. Os níveis iniciais considerados foram $n = \{30, 50, 30, 40, 50, 60\}$, sendo que a posição inicial do *tripper car* foi o silo 2, $p = 2$.

A Figura 10 mostra o resultado da simulação. É apresentado o comportamento dos níveis dos silos ao longo do tempo, que representa 60 minutos de operação da planta. É possível observar que não ocorreu nenhum evento de nível abaixo do limite inferior (5%), o que é benéfico, pois significa que nesse cenário não faltou material em nenhum silo, o que influencia positivamente o rendimento operacional do processo. Comparado com a operação real, do dia utilizado como referência para o cenário 1, ocorreram em média 28 desarmes por nível baixo por hora. Já em relação ao limite superior (75%), também não ocorreu nenhum evento, o que demonstra que a função objetivo busca priorizar as posições que não ocorram os eventos que compõem sua formulação. Além disso, é possível observar que os níveis dos silos intermediários tem uma oscilação menor do que dos silos posicionados nos extremos, que não tem posições favoráveis por não serem alimentados durante o deslocamento do *tripper car*.

Figura 10 – Variação dos níveis dos silos - cenário 1.

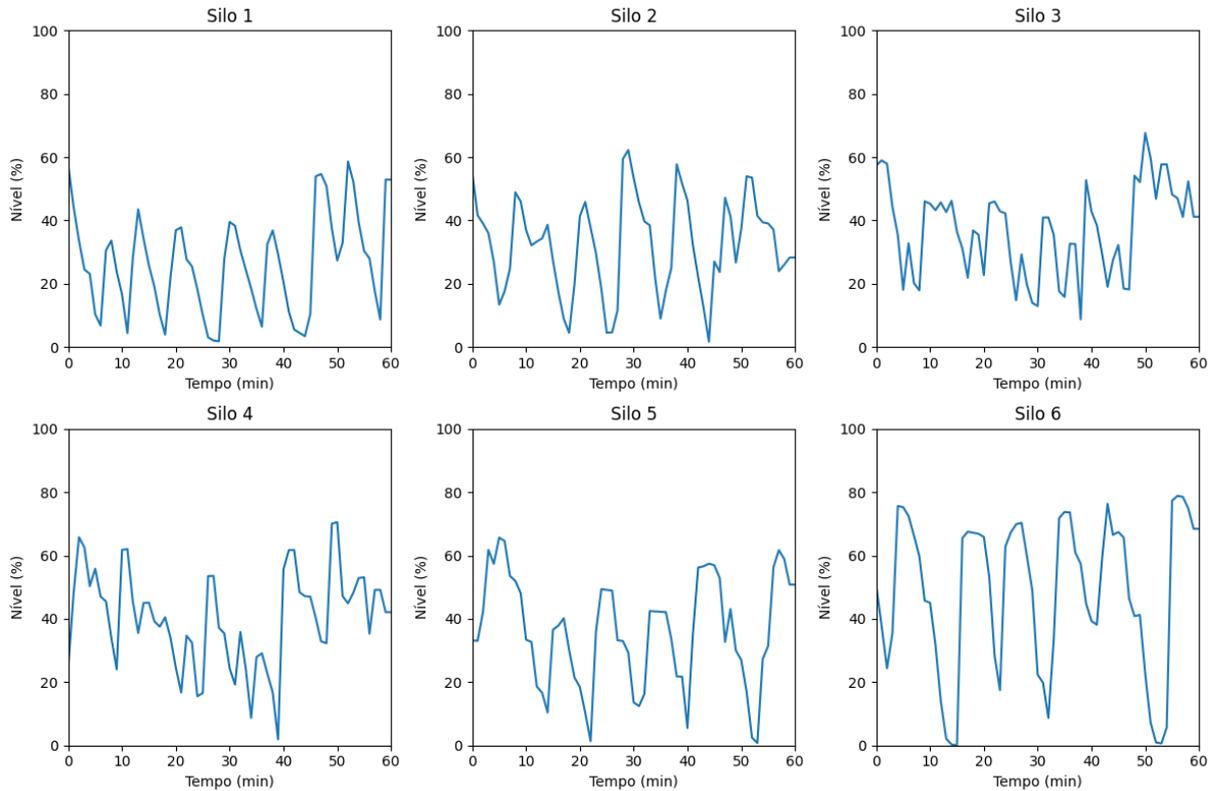


Fonte: Elaboração própria.

A Figura 11 mostra o comportamento dos níveis dos silos da planta real em um

período onde todos os silos estão ativos. É possível observar que ocorrem eventos de nível alto e nível baixo em alguns momentos, como pode ser visto no Silo 6, por exemplo. A média dos níveis é 36%, o que demonstra que o sistema estava trabalhando abaixo da referência de nível desejada de 50%.

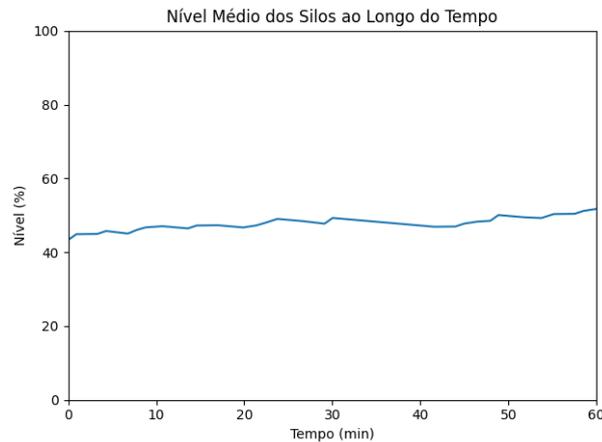
Figura 11 – Variação dos níveis dos silos na planta real.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 12 é apresentada a variação do nível médio dos silos ativos durante a execução da simulação, onde é possível verificar que o nível tem pouca variabilidade e mantém uma média de 47,78%. Esse resultado certifica que o planejamento de movimentação do *tripper car*, gerado pelo método desenvolvido, mantém uma distribuição equilibrada entre os silos. Além de não ter ocorrido eventos de nível baixo e nível alto, o sistema contribuiu para a estabilidade do controle regulatório da alimentação, que tem o nível médio dos silos como uma das variáveis de processo.

Figura 12 – Nível médio dos silos ativos - cenário 1.



Fonte: Elaboração própria.

Também é possível observar que a execução dos algoritmos da rotina de simulação obteve bons indicadores em relação ao tempo de execução, conforme as características apresentadas na Tabela 5. Já a Tabela 6 apresenta o posicionamento do *tripper car* em todos os passos executados pelo equipamento. É possível observar que o equipamento busca se movimentar para os extremos quando não há alarmes previstos no planejamento, pois enquanto ocorre o deslocamento, os silos intermediários já são alimentados.

Os resultados dessa simulação demonstram que, em conjunto com o controle da taxa de alimentação, é possível manter um controle estável do nível médio dos silos e uma distribuição mais eficiente do material, com o objetivo de aumentar o rendimento operacional do processo.

Tabela 5 – Resultados da simulação - cenário 1.

Característica	Valor
Tempo de operação simulada	60min
Tempo de execução para um planejamento	7ms
Tempo de execução da rotina de simulação	1,653s
Total de passos executados	29
Total de alarmes de nível baixo	0
Total de alarmes de nível alto	0
Total de transposições	0

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 6 – Solução passo a passo da movimentação do *tripper car* para o cenário 1.

Instante	Silo 1	Silo 2	Silo 3	Silo 4	Silo 5	Silo 6
1	0	1	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	1
9	0	1	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	0
11	0	0	0	1	0	0
12	0	0	0	0	0	1
13	0	0	1	0	0	0
14	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	1	0
16	1	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	1
18	1	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	1
20	1	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	1
22	1	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	1
24	0	1	0	0	0	0
25	0	0	0	0	1	0
26	1	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	1
28	1	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	1

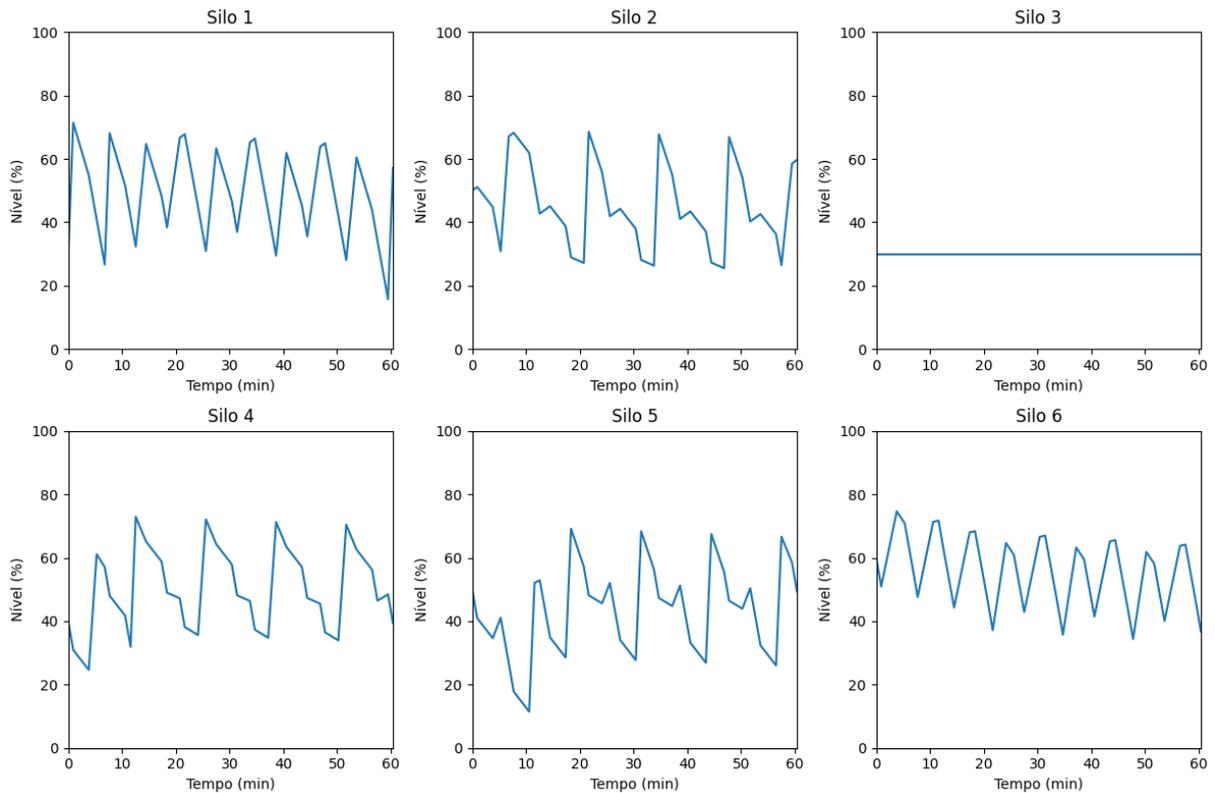
Fonte: Elaboração própria.

5.2.2 Cenário 2

A segunda simulação foi realizada considerando 5 silos ativos, onde o silo 3 foi considerado inativo, $status = \{1,1,0,1,1,1\}$. Os níveis iniciais considerados foram $n = \{30, 50, 30, 40, 50, 60\}$, sendo que a posição inicial do *tripper car* foi o silo 2, $p = 2$.

A Figura 13 mostra o resultado da simulação. É apresentado o comportamento dos níveis dos silos ao longo do tempo, que representa 60 minutos de operação da planta. Da mesma forma que o cenário 1, é possível observar que não ocorreu nenhum evento de nível abaixo do limite inferior (5%) e acima do limite superior (75%). Se comparar com a operação real, do dia utilizado como referência para o cenário 2, ocorreram em média 7 desarmes por nível baixo por hora. O que demonstra que a função objetivo consegue resolver o problema da transposição sem afetar o rendimento operacional do processo.

Figura 13 – Variação dos níveis dos silos - cenário 2.



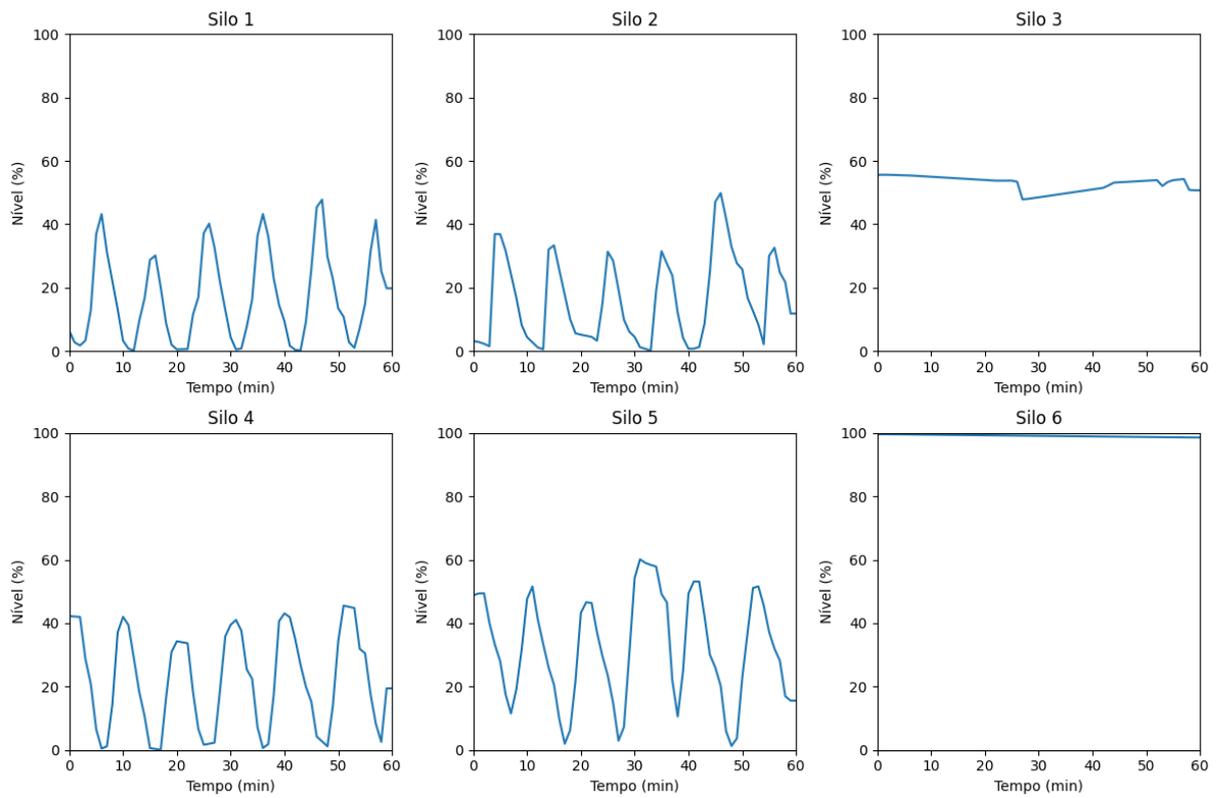
Fonte: Elaboração própria.

A Figura 14 mostra o comportamento dos níveis dos silos da planta real em um período onde o Silo 3 está inativo. É possível observar que ocorrem eventos de nível baixo em vários momentos. Já o Silo 6, estava indisponível por indicação de nível alto.

Na Figura 15 é apresentada a variação do nível médio dos silos ativos durante a execução da simulação, onde é possível verificar que o nível tem pouca variabilidade e mantém uma média de 48,73%. Esse resultado também certifica que o planejamento de movimentação do *tripper car*, gerado pelo método desenvolvido, mantém uma distribuição equilibrada entre os silos, mesmo tendo como obstáculo as movimentações com interrupção de alimentação para passar pelo silo inativo, que totalizaram 15 eventos ao longo da simulação. Isso demonstra que o sistema contribuiu para a estabilidade do controle regulatório da alimentação, que tem o nível médio dos silos como uma das variáveis de processo.

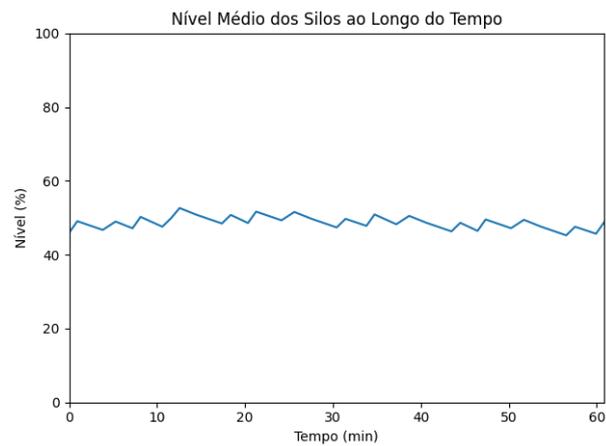
Também é possível observar que a execução dos algoritmos da rotina de simulação obteve bons indicadores em relação ao tempo de execução, conforme as características apresentadas na Tabela 7. Já a Tabela 8 apresenta o posicionamento do *tripper car* em todos os passos executados pelo equipamento. É possível observar que o equipamento busca atender os silos que estão em um dos lados do silo inativo para depois fazer a movimentação com corte de alimentação para passar pelo Silo 3. Esses movimentos se mostraram eficientes, pois mesmo a função objetivo penalizando a transposição, o *tripper car* não deixa de atender ao outro lado, mas em alguns momentos prioriza um silo que

Figura 14 – Variação dos níveis dos silos na planta real.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 15 – Nível médio dos silos ativos - cenário 2.



Fonte: Elaboração própria.

está ao seu lado para então fazer o movimento, passando pelo Silo 3.

Tabela 7 – Resultados da simulação - cenário 2.

Característica	Valor
Tempo de operação simulada	60min
Tempo de execução para um planejamento	9ms
Tempo de execução da rotina de simulação	1,750s
Total de passos executados	35
Total de alarmes de nível baixo	0
Total de alarmes de nível alto	0
Total de transposições	15

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados dessa simulação demonstram que, em conjunto com o controle da taxa de alimentação, é possível manter um controle estável do nível médio dos silos e uma distribuição mais eficiente do material, mesmo com as interrupções de alimentação que ocorrem para realizar o movimento não adjacente, passando pelo silo inativo. Dessa forma, pelos resultados apresentados nos cenários 1 e 2, conclui-se que o método desenvolvido consegue lidar com as restrições existentes no processo e ao mesmo tempo contribui para a distribuição eficiente do material, minimizando a geração de eventos indesejados no processo. Além disso, suas características de execução viabilizam o seu desenvolvimento e aplicação na planta real.

Tabela 8 – Solução passo a passo da movimentação do *tripper car* para o cenário 2.

Instante	Silo 1	Silo 2	Silo 3	Silo 4	Silo 5	Silo 6
1	0	1	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	1	0	0
10	1	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	1	0
13	1	0	0	0	0	0
14	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	1
16	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	1
19	0	0	0	0	1	0
20	1	0	0	0	0	0
21	0	1	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	1
23	0	0	0	1	0	0
24	1	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	1
26	0	0	0	0	1	0
27	1	0	0	0	0	0
28	0	1	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	1
30	0	0	0	1	0	0
31	1	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	1
33	0	0	0	0	1	0
34	0	1	0	0	0	0
35	1	0	0	0	0	0

Fonte: Elaboração própria.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma nova abordagem para tratar o problema de movimentação do *tripper car*, que leva em consideração as possibilidades de movimentação passando por silos que não estejam ativos em algum momento operacional. O objetivo foi descrever matematicamente o problema supracitado e desenvolver um algoritmo heurístico de otimização em tempo real para o planejamento do *tripper car* em usinas de minério de ferro, que tenha um tempo de execução suficiente para viabilizar a aplicação da metodologia no mundo real. A função objetivo elaborada busca minimizar os alarmes de nível baixo que geram desarmes dos alimentadores, nível alto que geram intertravamentos nos equipamentos da alimentação da usina e os eventos de transposição para que o *tripper car* priorize um silo próximo antes de interromper a alimentação e realizar a transposição do silo inativo.

Os resultados alcançados com o método heurístico foram coletados a partir de experimento em dois cenários de operação distintos. O primeiro cenário considera todos os silos disponíveis, já o segundo considera um silo inativo. Percebe-se que em ambos os cenários, em comparação com dados reais de operação, o planejamento de movimentação e a distribuição do material foram eficientes, pois o *tripper car* movimenta-se priorizando os requisitos definidos na função objetivo e, por consequência, não são gerados eventos que são tratados como desarmes no mundo real. Além disso, mantém o nível médio dos silos estável, o que contribui com o controle da taxa de alimentação, com o objetivo de aumentar o rendimento operacional do processo.

Como contribuições deste trabalho, pode-se citar a descrição do problema de movimentação do *tripper car* e o desenvolvimento de uma nova proposta de algoritmo heurístico que pode ser utilizado como solução para o problema de movimentação do *tripper car* com a possibilidade de existir silos inativos durante a operação. Vale ressaltar que os tempos de execução apresentados demonstram que a solução é viável de ser aplicada no mundo real para contribuir com o aumento da eficiência das operações do processo de peneiramento, redução de micro paradas dos equipamentos de alimentação e aumento da estabilidade operacional de uma usina de beneficiamento mineral.

7 TRABALHOS FUTUROS

Para a continuidade e evolução desse estudo, são sugeridos os seguintes trabalhos:

1. Simular a planta real para possibilitar a avaliação do algoritmo em um simulador e comparar com a lógica aplicada na planta real, que é responsável pela a movimentação do *tripper car*;
2. Desenvolver um algoritmo meta-heurística para trabalhar em conjunto com o algoritmo construtivo. Realizar as simulações necessárias para avaliação e comparação com a lógica aplicada na planta real;
3. Desenvolver um modelo para tornar as taxas de enchimento e decaimento do nível dos silos em variáveis ajustáveis automaticamente a partir da situação da usina;
4. Desenvolver o algoritmo no ambiente de produção com objetivo de aplicar na planta real e interagir com dados reais da planta. Monitorar as indicações de posicionamento do *tripper car* para comparar com as ocorrências da lógica existente. Após a validação, realizar a aplicação no controle de movimentação do *tripper car*.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, K.; SILVA, H.; TEODORO, E.; FONSECA, A.; GARIOLI, G.; LOPES, Ê.; COTA, L.; EUZÉBIO, T. **Averaging level control of bulk solid material using a tripper car**. [S.l.]: Elsevier, 2019. 147–152 p. Citado na página 21.
- BARBOSA, A. **Memorial Descritivo da Operação Automática do Tripper Usina de Timbopeba**. 2018. Citado 3 vezes nas páginas 17, 23 e 24.
- CALDAS, F. N. **Propostas para Solução do Problema de Movimentação de Tripper**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2018. Citado na página 16.
- CALDAS, F. N.; MARTINS, A. X. **Proposed Solutions to the Tripper Car Positioning Problem**. 2018. 344–352 p. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- CAMACHO, E. F.; ALBA, C. B. **Model predictive control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. Citado na página 29.
- FILHO, E. S. d. S.; TAVARES, W. F.; MARTINS, A. X.; COSTA, T. A.; SILVA, T. A. d. O. **Problema de movimentação do carro tripper - análise, desenvolvimento e comparação de políticas**. 2020. Citado na página 21.
- FONSECA, A. G.; PINTO, T. V. B.; ALBUQUERQUE, K. S.; DUARTE, R. A.; EUZÉBIO, T. A. M. **Controle Fuzzy para o Aumento de Eficiência do Peneiramento no Processamento Mineral**. 2022. Citado na página 21.
- LUZ, A. B. d.; SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. C. A. **Tratamento de minérios**. [S.l.]: CETEM/MCT, 2010. Citado na página 15.
- PEDROSA, L. d. O. M. **Problema de movimentação do carro tripper-comparação de novas políticas**. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- REIS, L. **Book de Controle do Complexo Mariana**. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.
- SÁVIO, E.; TORQUATO, N. **Manuseio de Minério e Controle de Processos**. 2020. Citado na página 19.
- WILLS, B. A.; FINCH, J. **Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery**. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2015. Citado na página 15.