



MATHEUS FERREIRA MANDARINO

**UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ALOCAÇÃO DE
ROTEADORES EM UMA MINA A CÉU ABERTO**

**Ouro Preto, MG
2023**

MATHEUS FERREIRA MANDARINO

**UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ALOCAÇÃO DE
ROTEADORES EM UMA MINA A CÉU ABERTO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de especialista em Sistemas Inteligentes: Ênfase em Ciência de Dados.

Área de concentração: Otimização

Orientador: Prof. Luciano Perdigão Cota, D.Sc.
Coorientadora: Profa. Tatianna A. P. Beneteli, D.Sc.

**Ouro Preto, MG
2023**

Título: Um modelo matemático para a alocação de roteadores em uma mina a céu aberto
Classificação: () Confidencial () Restrita () Uso Interno () Pública

Informações Confidenciais - Informações estratégicas para o Instituto e sua Mantenedora. Seu manuseio é restrito a usuários previamente autorizados pelo Gestor da Informação.

Informações Restritas - Informação cujo conhecimento, manuseio e controle de acesso devem estar limitados a um grupo restrito de empregados que necessitam utilizá-la para exercer suas atividades profissionais.

Informações de Uso Interno - São informações destinadas à utilização interna por empregados e prestadores de serviço.

Informações Públicas - Informações que podem ser distribuídas ao público externo, o que, usualmente, é feito através dos canais corporativos apropriados.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação(CIP)

M238m	<p>Mandarino, Matheus Ferreira Um modelo matemático para a alocação de roteadores em uma mina a céu aberto. Matheus Ferreira Mandarino... [et al.] - Ouro Preto, MG: ITV, 2023.</p> <p>35 p.: il.</p> <p>Monografia (Especialização <i>latu sensu</i>) - Instituto Tecnológico Vale, 2023. Orientador: Luciano Perdigão Cota Coorientadora: Tatianna A. P. Beneteli</p> <p>1. Redes Mesh. 2. Minas a Céu Aberto. 3. Alocação de Roteadores. 4. P-Medianas. 5. Localização de Facilidades. I. Cota, Luciano Perdigão. II. Beneteli, Tatianna A. P. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD.23. ed. 629.892</p>
-------	---

Matheus Ferreira Mandarin

**UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ALOCAÇÃO DE ROTEADORES EM
UMA MINA A CÉU ABERTO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de especialista *lato sensu* em [Sistemas Inteligentes: Ênfase em Ciência de Dados].

Orientador: Prof. D.Sc. Luciano Perdigão Cota

Trabalho de conclusão de curso defendido e aprovado em 13 de novembro de 2023 pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. D.Sc. Luciano Perdigão Cota
Orientador – Instituto Tecnológico Vale

Prof.^a D.Sc. Tatianna Aparecida Pereira Beneteli
Coorientadora – Instituto Tecnológico Vale

Prof. D.Sc. Adam Dreyton Ferreira dos Santos
Membro externo – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

MSc. Renan Portela de Souza
Membro externo – Vale

Os Signatários declaram e concordam que a assinatura será efetuada em formato eletrônico. Os Signatários reconhecem a veracidade, autenticidade, integridade, validade e eficácia deste Documento e seus termos, nos termos do art. 219 do Código Civil, em formato eletrônico e/ou assinado pelas Partes por meio de certificados eletrônicos, ainda que sejam certificados eletrônicos não emitidos pela ICP-Brasil, nos termos do art. 10, § 2º, da Medida Provisória nº 2.200-2, de 24 de agosto de 2001 (“MP nº 2.200-2”).

PROTOCOLO DE ASSINATURA(S)

O documento acima foi proposto para assinatura digital na plataforma Portal de Assinaturas Vale. Para verificar as assinaturas clique no link: <https://vale.portaldeassinaturas.com.br/Verificar/84AB-75F4-3E42-394A> ou vá até o site <https://vale.portaldeassinaturas.com.br:443> e utilize o código abaixo para verificar se este documento é válido. The above document was proposed for digital signature on the platform Portal de Assinaturas Vale . To check the signatures click on the link: <https://vale.portaldeassinaturas.com.br/Verificar/84AB-75F4-3E42-394A> or go to the Website <https://vale.portaldeassinaturas.com.br:443> and use the code below to verify that this document is valid.

Código para verificação: 84AB-75F4-3E42-394A



Hash do Documento

91DB77C4EBFA96E488BB0561D287569E96F4861E15A49F3B631B6C6E278F35E9

O(s) nome(s) indicado(s) para assinatura, bem como seu(s) status em 24/11/2023 é(são) :

- Adam Dreyton Ferreira dos Santos (Signatário) - em 21/11/2023 08:51 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: adam.dreyton@gmail.com; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Tue Nov 21 2023 08:51:05 GMT-0300 (Brasilia Standard Time)

Geolocation Latitude: -5.3657103 Longitude: -49.1111528 Accuracy: 1329.677094556904

IP 177.55.76.52

Hash Evidências:

CE7231C7B4779B4FAC26138E7E188977A3CD334B09F0E024D8DA0231AC82DFF8

- Luciano Perdigão Cota (Signatário) - 067.976.936-67 em 20/11/2023 15:27 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: luciano.p.cota@itv.org; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Mon Nov 20 2023 15:27:04 GMT-0300 (Horário Padrão de Brasília)

Geolocation Latitude: -19.9154783 Longitude: -43.9532056 Accuracy: 3749.1139794740893

IP 179.187.136.169

Hash Evidências:

A801B71CE740045EC7753EF499E9E8BCFE9105713EC5A37EA04B35F2BF18E036

- Tatianna Aparecida Pereira Beneteli (Signatário) - em 20/11/2023 15:23 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: tatianna.beneteli@pq.itv.org; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Mon Nov 20 2023 15:27:51 GMT-0300 (Horário Padrão de Brasília)

Geolocation Latitude: -21.77256 Longitude: -43.3095471 Accuracy: 14.269

IP 187.16.181.127

Hash Evidências:

BB6ED7782C2C767B7EC74C2AFA3650FE2367EE32F9B6881E083C4727B1EF5BBF

Renan Portela de Souza - 902.472.132-68 em 20/11/2023 15:07 UTC-03:00

Tipo: Assinatura Eletrônica

Identificação: Por email: renan.souza@vale.com; Código de acesso: 1

Evidências

Client Timestamp Mon Nov 20 2023 15:07:02 GMT-0300 (Horário Padrão de Brasília)

Geolocation Latitude: -6.0721808 Longitude: -50.1588557 Accuracy: 20

IP 201.65.118.249

Hash Evidências:

5C6537B03BF78AC043CD49E9CEE21B6AB8ACA8F6B8C20E5B963A51B8A07D7DC4



Dedico este trabalho de conclusão de curso à minha amada família, cujo amor e apoio constante foram fundamentais em minha jornada acadêmica. Cada página escrita é uma expressão do carinho e da gratidão que sinto por vocês. Obrigado por estarem sempre ao meu lado.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a todos que contribuíram para o sucesso deste trabalho de conclusão de curso. Este projeto representa um marco significativo em minha jornada acadêmica e profissional. Eu não poderia ter chegado a este ponto sem o apoio inestimável de várias pessoas e instituições.

Primeiramente, gostaria de agradecer à minha família. Seu apoio inabalável, amor e compreensão foram o alicerce que me permitiu seguir adiante com determinação. Vocês foram minha fonte constante de inspiração e motivação. Cada conquista ao longo deste percurso é também de vocês.

Aos meus professores e orientadores, meu profundo agradecimento. Suas orientações, conselhos e conhecimentos compartilhados foram cruciais para a realização deste trabalho. Suas mentorias foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e profissional. Eu sou imensamente grato por todas as oportunidades de aprendizado que me proporcionaram.

Não posso deixar de mencionar a Vale S.A. Agradeço por acreditar em meu potencial e por investir em minha educação. Seu apoio financeiro e a oportunidade de aplicar o conhecimento adquirido neste curso em nosso ambiente de trabalho foram inestimáveis. Estou ansioso para continuar contribuindo para o sucesso da empresa e retribuir a confiança que vocês depositaram em mim.

Por fim, agradeço a todos os amigos e colegas que, de alguma forma, contribuíram para este projeto. Nossas discussões, seus *insights* e apoio emocional foram fundamentais para que eu pudesse concluir este trabalho com sucesso.

Agradeço também o apoio do Instituto Tecnológico Vale e das agências brasileiras de fomento CAPES e CNPq.

“Acredite em você mesmo e será invencível.”

Mahatma Gandhi

RESUMO

As minas a céu aberto muitas vezes estão localizadas em áreas remotas, portanto é muito importante garantir a cobertura da rede de informação para os equipamentos em operação nesses locais. Pensando nisso, este trabalho apresenta um modelo matemático para resolver o problema de alocação de roteadores baseado no problema da p-mediana, onde o objetivo principal é determinar a localização dos roteadores, minimizando o número de unidades instaladas. Para isso foram utilizados dados reais da mina de Fábrica Nova localizada no Município de Mariana (MG) para validar o modelo matemático. Ademais foram definidos três cenários de simulação baseados no planejamento de mineração para os anos de 2023, 2024 e 2025. A partir desse trabalho, os resultados mostraram que o modelo proposto encontrou a localização ótima para a instalação dos roteadores em poucos segundos, proporcionando uma cobertura mais eficiente para equipamentos de mineração e utilizando um menor número de roteadores.

Palavras-chave: Redes mesh. Minas a céu aberto. Alocação de roteadores. P-medianas; Localização de facilidades.

Fase da Cadeia: Mina

ABSTRACT

Open-pit mines are often located in remote areas, so ensuring network coverage for the equipment operating in these locations is essential. Therefore, this work presents a mathematical model to solve the router allocation problem based on the problem of the p -median, where the main objective is to determine the location of routers and minimize the number of units installed. Real data from the Fábrica Nova mine, located in the city of Mariana (MG), were used to validate the mathematical model. In addition, three simulation scenarios were defined based on mining planning for 2023, 2024, and 2025. In conclusion, the results showed that the proposed model found the optimal location for installing the routers in a few seconds, providing more efficient mining equipment coverage and using fewer routers.

Keywords: Mesh networks. Open-pit mines. Allocation of routers. P -medians; Location of facilities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Carretinha utilizada para a instalação de roteadores - Mina de Fábrica Nova	15
Figura 2 – Mapeamento dos pontos de operação	21
Figura 3 – Pontos de operação (J) e possíveis pontos de instalação (I) - Exemplo didático	23
Figura 4 – Possível solução - Exemplo didático	24
Figura 5 – Pontos de operação do cenário 01	29
Figura 6 – Pontos de operação do cenário 02	30
Figura 7 – Pontos de operação do cenário 03	30
Figura 8 – Possíveis pontos de instalação (em vermelho)	31
Figura 9 – Solução para o cenário 01	32
Figura 10 – Solução para o cenário 02	33
Figura 11 – Solução para o cenário 03	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Pontos de operação (J) - Exemplo didático	23
Tabela 2 – Possíveis pontos de instalação dos roteadores (I) - Exemplo didático .	23
Tabela 3 – Matriz de distâncias - Exemplo didático	24
Tabela 4 – Resultados	32

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

- CAPES – Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
- CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
- GRASP – Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
- ITV – Instituto Tecnológico Vale
- MI – Mineração

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação	16
1.2	Objetivo Geral	16
1.3	Objetivos Específicos	16
1.4	Organização do Trabalho	17
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	Redes mesh	18
2.2	p-medianas	18
3	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	21
3.1	Exemplo didático	22
4	METODOLOGIA	25
4.1	Modelo matemático clássico	25
4.2	Modelo matemático proposto	26
5	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	29
5.1	Cenários	29
5.2	Resultados	31
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	35
7	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	36
	REFERÊNCIAS	37

1 INTRODUÇÃO

A rede mesh, também conhecida como rede em malha, é uma tecnologia de comunicação sem fio que se destaca por sua capacidade de aumentar a cobertura e a eficiência da rede, além de oferecer maior estabilidade e segurança (AKYILDIZ; WANG; WANG, 2005). Essa tecnologia é uma evolução das redes tradicionais, que utilizam um único ponto de acesso, como um roteador, para se conectar a diversos dispositivos. Com a rede mesh, os dispositivos se conectam entre si, formando uma malha de comunicação, o que permite que a rede seja mais robusta e flexível.

Segundo Ahmed et al. (2011), as redes mesh apresentam diversas vantagens em relação às redes tradicionais, tais como a capacidade de expansão da rede sem fio, cobertura de áreas remotas e a solução de problemas de conectividade em locais onde o sinal é fraco ou inexistente. Essas vantagens tornam a rede mesh uma opção interessante para ambientes de grande porte, como empresas mineradoras.

Atualmente, os pontos de instalação dos roteadores na mina de Fábrica Nova são determinados de forma empírica. A Figura 1 apresenta a estrutura utilizada na mina de Fábrica Nova para a instalação de roteadores.

Figura 1 – Carretinha utilizada para a instalação de roteadores - Mina de Fábrica Nova



Fonte: Elaboração própria.

O problema de alocação de roteadores em redes mesh pode ser classificado como um problema p-mediana. Na literatura, o problema da p-mediana é amplamente tratado em diversas aplicações, visando minimizar as distâncias entre instalações e clientes (MLADENOVIC et al., 2007; DASKIN; MAASS, 2015). Entretanto, não foi encontrado nenhum estudo sobre o problema de alocação de roteadores em minas a céu aberto. Neste problema existem restrições adicionais, como delimitar as áreas de operação da mina por quatro

pontos extremos, respeitar o raio de cobertura dos roteadores e permitir redundância, aumentando a confiabilidade da cobertura da rede. Além disso, a função objetivo minimiza o número de roteadores, uma vez que a instalação agrega custo à infraestrutura da mina.

Para preencher esta lacuna, este trabalho propõe um modelo de programação linear inteira mista para alocação de roteadores em minas a céu aberto baseado no problema da p-mediana. Para validar a proposta, foi utilizado um estudo de caso com três cenários na mina Fábrica Nova da Vale S.A no Brasil. O primeiro cenário representa a situação atual da mina e os resultados indicam a localização ideal dos roteadores. Os cenários 2 e 3 representam o planejamento da mineração para os anos de 2024 e 2025, respectivamente, e os resultados estimam a infra-estrutura de rede necessária para a operação.

1.1 Motivação

A mineração a céu aberto é uma atividade que requer o uso de diversos equipamentos de alta tecnologia para garantir a segurança e produtividade da operação. Um dos principais desafios enfrentados pelas empresas de mineração é garantir a conectividade dos equipamentos, uma vez que a operação ocorre em áreas remotas e muitas vezes com acesso limitado às redes de comunicação. Uma solução para esse problema é o uso de redes mesh, que consiste em uma rede sem fio de dispositivos interconectados que se comunicam uns com os outros para fornecer uma cobertura de rede mais ampla e eficiente. A instalação de roteadores em uma rede mesh é um dos principais fatores que influenciam a eficiência e a qualidade do sinal da rede.

Apesar da importância econômica e operacional de disponibilizar uma cobertura eficiente para os equipamentos de mineração, atualmente a instalação de roteadores ainda é realizada de forma manual, utilizando métodos de tentativa e erro. Essa estratégia adotada pode ocasionar perda de sinal, colocando em risco a operação e a segurança.

1.2 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é determinar a localização dos roteadores, minimizando o número de unidades instaladas, garantindo uma melhor qualidade de sinal para os equipamentos utilizados na mineração.

1.3 Objetivos Específicos

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre redes mesh;
- Realizar uma revisão bibliográfica sobre o problema p-medianas;
- Caracterizar o problema estudado;
- Descrever o problema p-medianas e apresentar sua formulação matemática;

- Adaptar a formulação matemática para representar o problema de alocação de roteadores;
- Validar a formulação matemática proposta com dados reais da mina de Fábrica Nova.

1.4 Organização do Trabalho

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma:

- **Capítulo 2 - Referencial Teórico:** apresenta uma revisão bibliográfica sobre o tema;
- **Capítulo 3 - Caracterização do problema:** apresenta a caracterização do problema e traz um exemplo didático;
- **Capítulo 4 - Metodologia:** apresenta o modelo clássico de localização de facilidades *p*-medianas e o modelo proposto, nas Seções 4.1 e 4.2, respectivamente;
- **Capítulo 5 - Experimentos computacionais:** os experimentos computacionais são apresentados nesse capítulo;
- **Capítulo 6 - Considerações finais:** nesse capítulo são apresentadas as considerações finais do trabalho realizado;
- **Capítulo 7 - Sugestões:** o capítulo final apresenta sugestões de trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A seguir apresentaremos a revisão bibliográfica de alguns temas relacionados ao problema de alocação de roteadores em minas a céu aberto.

2.1 Redes mesh

A alocação eficiente de roteadores em redes de comunicação é um desafio essencial para garantir uma cobertura adequada, alta eficiência e conectividade confiável. A tecnologia de redes mesh tem se destacado como uma solução promissora para melhorar a capacidade de comunicação sem fio, devido à sua capacidade de autoconfiguração e redundância (AHMED et al., 2011).

A alocação de roteadores em redes mesh tem sido estudada extensivamente na literatura. Em particular, o uso de algoritmos de otimização para determinar a instalação ideal de roteadores tem se mostrado eficaz em diversos contextos. Em Zhang, Berman e Verter (2009), os autores propuseram um modelo de otimização para a localização-alocação de roteadores em redes mesh em áreas urbanas, visando minimizar o custo total da rede.

Já em Bueno (2021), os autores apresentam um estudo sobre a localização-alocação de roteadores em redes mesh em áreas rurais. Nesse caso, foi utilizada uma abordagem de programação linear inteira mista para determinar a localização ideal de roteadores considerando diversas restrições, como o custo da instalação e o alcance do sinal.

Em relação ao uso de redes mesh em ambientes de mineração, um estudo recente de Song et al. (2011) destacou a importância da utilização de redes mesh para a transmissão de dados em minas subterrâneas, visando melhorar a eficiência e segurança das operações. No entanto, ainda são escassos os estudos sobre a alocação de roteadores em redes mesh em ambientes de mineração a céu aberto.

2.2 p-medianas

A classe de problema das p-medianas é um problema de otimização combinatória que visa encontrar a localização ótima de p medianas em um conjunto de possíveis locais, minimizando a distância entre as medianas e os pontos de demanda. O problema das p-medianas tem sido empregado em diversas áreas. A seguir, apresentamos algumas dessas aplicações:

- **Otimização de centros de distribuição:** em logística e gerenciamento da cadeia de suprimentos, o problema das p-medianas é utilizado para determinar a localização estratégica de centros de distribuição, minimizando os custos de transporte e maximizando a eficiência na entrega de produtos (HARRIS; KOTZALAS, 2006).

- **Planejamento de serviços de saúde:** na área da saúde, a abordagem do problema das p-medianas é aplicada para determinar a localização ideal de hospitais, clínicas ou centros de atendimento, visando maximizar o acesso aos serviços médicos e minimizar os tempos de deslocamento dos pacientes (CIRINO, 2016).
- **Redução de emissões de carbono:** na busca por soluções sustentáveis de transporte, o problema das p-medianas é utilizado para otimizar a localização de pontos de recarga para veículos elétricos, reduzindo as emissões de carbono e melhorando a infraestrutura de mobilidade urbana (COSTA, 2014).
- **Planejamento urbano e espacial:** a abordagem do problema das p-medianas é empregada no planejamento urbano para a determinação da localização de serviços públicos, como escolas, bibliotecas ou parques, buscando garantir uma distribuição equitativa desses recursos na cidade (CIRINO; GONÇALVES; GONÇALVES, 2013).

Os problemas de localização-alocação buscam encontrar a melhor configuração para a instalação de uma ou mais facilidades para atender a demanda de uma população. No setor público o termo facilidade pode ser substituído por unidades de serviço público (escolas, bibliotecas, hospitais, pontos de ônibus) e unidade de serviços de emergência (bombeiros, delegacias, postos de ambulância). Já no setor privado o termo facilidade pode ser substituído por fábricas, depósitos, antenas de telecomunicações, roteadores, entre outros.

O problema de alocação de roteadores em redes mesh é uma questão crítica que visa encontrar a localização ideal para a instalação de roteadores em uma área geográfica buscando garantir a máxima cobertura e conectividade. Este problema é complexo e envolve várias restrições, como o alcance do sinal, custos de instalação e o número limitado de roteadores a serem instalados. Para resolver esse desafio, diversas abordagens de otimização têm sido amplamente estudadas e aplicadas.

Em Lorena e Pereira (2002), o problema das p-medianas é aplicado a um problema de localização de facilidades, simulando a instalação de antenas de rádio para serviço de internet na cidade de São José dos Campos, Brasil. Já Capdeville e Vianna (2013) propuseram a implementação de heurísticas GRASP (do termo em inglês *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) para o problema de localização de pontos de acesso numa rede em malha sem fio, o qual é tratado como um problema de localização de p-medianas capacitado baseado na estrutura de uma nova rede que será implantada.

Dessa forma, a formulação do problema das p-medianas também pode ser utilizada como uma abordagem para resolver o problema de alocação de roteadores em redes mesh. Nesse contexto, as medianas representam as localizações dos roteadores e os pontos de demanda são os dispositivos ou áreas que requerem conectividade.

A utilização da abordagem do problema das p-medianas para resolver o problema

de alocação de roteadores em redes mesh permite determinar as posições estratégicas para a instalação dos roteadores de forma a garantir a cobertura da rede e minimizar os custos associados. Para tanto, foi desenvolvida uma nova formulação matemática baseada no problema da p -mediana. A nova função objetivo e as restrições do problema buscam representar as características específicas do problema de alocação de roteadores em minas a céu aberto. A nova formulação proposta será apresentada a seguir.

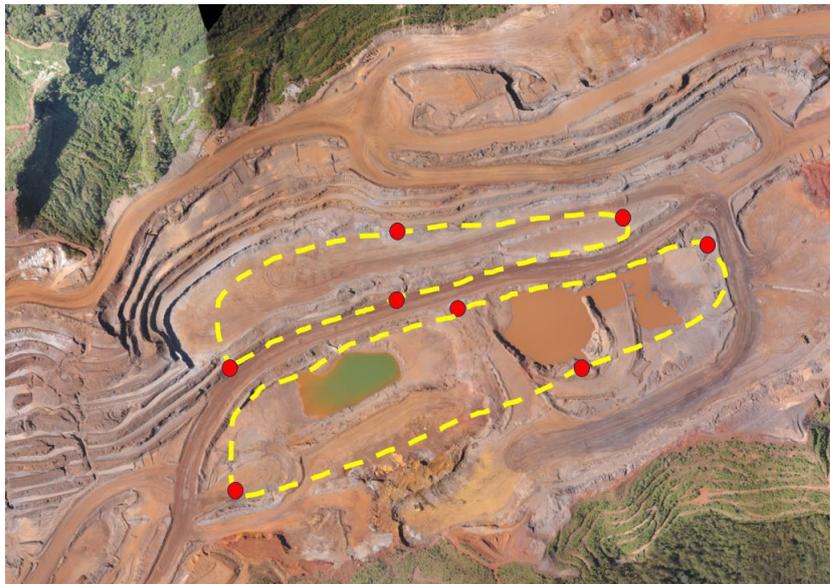
3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Minas a céu aberto geralmente possuem uma vasta extensão geográfica e as atividades de mineração podem ocorrer de forma simultânea em diversas regiões dessa mina. Os equipamentos de mineração utilizados na operação necessitam de acesso à rede de comunicação para garantir as condições de segurança e produtividade da operação.

Para caracterizar o problema a ser tratado, o primeiro passo foi delimitar as áreas de operação da mina. Nesse trabalho, as áreas em que as atividades de mineração estão sendo realizadas, nas quais os equipamentos de mineração circulam e necessitam de conectividade, são determinadas pelos pontos de operação. Portanto, para cada área de operação são definidos quatro pontos extremos.

A Figura 2 ilustra uma região na qual existem duas áreas de operação, que são representadas pelas áreas delimitadas pelas linhas em amarelo. Cada área de operação é representada por quatro pontos extremos, denominados pontos de operação e representados em vermelho na imagem.

Figura 2 – Mapeamento dos pontos de operação



Fonte: Elaboração própria.

O problema de alocação de roteadores em minas a céu aberto consiste em determinar a quantidade mínima de roteadores necessários para garantir que todos os pontos de operação estejam dentro do raio de cobertura de pelo menos um roteador instalado. A seguir, apresenta-se as características deste problema.

1. Pontos de operação (\mathcal{J}):
 - a) Uma mina pode ter diversas áreas de operação simultânea;

- b) Em cada área de operação existem diversos equipamentos que precisam de conectividade para desempenhar suas atividades de forma adequada;
- c) Cada área de operação é representada por quatro pontos extremos, denominados *pontos de operação*;
- d) Cada ponto de operação $j \in \mathcal{J}$ possui uma localização lp_j ;
- e) Cada ponto de operação $j \in \mathcal{J}$ precisa ser atendido por um ou mais roteador $r \in \mathcal{R}$;

2. Roteadores (\mathcal{R}):

- a) Uma rede de comunicação é composta por n roteadores;
- b) Cada roteador instalado possui uma localização $lr_i \in \mathcal{I}$;
- c) Cada roteador $r \in \mathcal{R}$ possui um raio de cobertura, identificado como *raio*;
- d) p_{max} indica o número máximo de roteadores que podem ser instalados.

3. Locais candidatos à instalação de roteadores (\mathcal{I}):

- a) Existe um conjunto de locais candidatos à instalação de roteadores;
- b) Cada local $i \in \mathcal{I}$ possui uma localização lr_i .

O objetivo neste problema é alocar os roteadores $r \in \mathcal{R}$ atendendo todos os pontos de operação $j \in \mathcal{J}$, buscando minimizar o número de roteadores utilizados.

3.1 Exemplo didático

A seguir, para facilitar o entendimento, um exemplo de pequeno porte do problema de alocação de roteadores é apresentado.

Nesse exemplo, representado na Figura 3, existem duas áreas de operação, representadas pelas áreas delimitadas em *amarelo*. As duas áreas de operação totalizam oito pontos de operação $j = \{J1, J2, \dots, J8\}$, representados em *vermelho*. Existem seis possíveis pontos para a instalação dos roteadores $i = \{I1, I2, \dots, I6\}$, representados em *azul*. Cada roteador possui o raio de atuação igual a 1000 metros e o número máximo de roteadores que podem ser instalados é igual a quatro.

Figura 3 – Pontos de operação (*J*) e possíveis pontos de instalação (*I*) - Exemplo didático

Fonte: Elaboração própria.

Na Tabela 1 é apresentada a matriz com localização dos pontos de operação, em coordenadas cartesianas (XYZ), enquanto a Tabela 2 apresenta a localização dos possíveis pontos de instalação dos roteadores.

Tabela 1 – Pontos de operação (*J*) - Exemplo didático

Pontos de operação	Localização		
	X	Y	Z
J1	662924,60	7763976,10	857,60
J2	662944,60	7763855,45	855,87
J3	663103,26	7763667,44	863,62
J4	663085,39	7763452,97	861,33
J5	662745,07	7763950,46	850,35
J6	662983,63	7763629,94	857,03
J7	663025,22	7763378,73	844,49
J8	663157,37	7763180,37	852,08

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 2 – Possíveis pontos de instalação dos roteadores (*I*) - Exemplo didático

Pontos de instalação	Localização		
	X	Y	Z
I1	662672,16	7764069,48	854,63
I2	662848,54	7764001,51	857,08
I3	663018,54	7763651,51	862,22
I4	663101,99	7763358,01	865,70
I5	663176,98	7763235,03	871,57
I6	663262,39	7763096,90	876,83

Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 3 apresenta a matriz de distância entre os pontos de operação e os possíveis pontos de instalação dos roteadores, em metros.

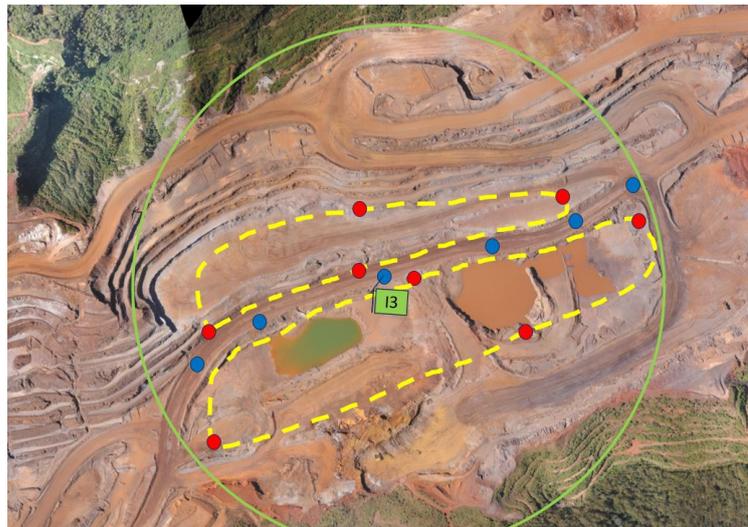
Tabela 3 – Matriz de distâncias - Exemplo didático

	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8
I1	277,72	347,99	670,29	787,10	157,96	544,46	878,69	1019,42
I2	80,40	176,29	462,85	615,55	160,79	395,36	806,04	902,36
I3	359,54	257,19	88,18	210,27	546,07	67,90	587,14	593,94
I4	709,21	618,35	313,71	115,42	927,43	371,70	529,54	371,72
I5	979,04	908,97	501,79	341,15	1286,16	651,06	942,44	438,00
I6	1313,17	1261,83	766,80	637,82	1699,66	993,61	1414,54	746,96

Fonte: Elaboração própria.

Uma possível solução para o exemplo didático apresentado é instalar um roteador no ponto *I3*. A solução adotada pode ser observada na Figura 4.

Figura 4 – Possível solução - Exemplo didático



Fonte: Elaboração própria.

4 METODOLOGIA

A formulação do problema p-medianas pode ser utilizada como uma abordagem para resolver o problema de alocação de roteadores em redes mesh. Para tanto, a formulação matemática do problema p-medianas precisa ser alterada para representar as características desse problema. Tanto a formulação clássica, quanto o novo modelo matemático proposto serão apresentados a seguir.

4.1 Modelo matemático clássico

Nessa seção iremos apresentar um modelo clássico para o problema de localização de facilidades. O problema p-medianas tem como objetivo determinar a localização de p facilidades, minimizando a soma das distâncias dos clientes às facilidades. Nesse problema, os clientes são designados às facilidades, garantindo que cada cliente seja atendido por uma única facilidade (SOUZA, 2007). O problema de p-medianas tem grande importância prática como, por exemplo, na localização de escolas (PIZZOLATO; BARCELOS; LORENA, 2004) e de antenas de telecomunicação (LORENA; PEREIRA, 2002).

A seguir, são descritos os conjuntos de entrada, índices, parâmetros e variáveis de decisão usados na formulação clássica do problema p-medianas.

- Conjuntos:

\mathcal{J} : conjunto de nós que representam os clientes;

\mathcal{I} : conjunto de locais candidatos à localização de facilidades.

- Índices:

j : índice do conjunto \mathcal{J} ;

i : índice do conjunto \mathcal{I} .

- Parâmetros:

d_{ij} : distância do cliente j à facilidade localizada em i ;

p : quantidade de facilidades que serão abertas.

- Variáveis de decisão:

$$x_{ij} : \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } j \text{ é atendido pela facilidade localizada em } i; \\ 0, & \text{caso contrario;} \end{cases}$$

$$y_i : \begin{cases} 1, & \text{se a facilidade é aberta no local } i; \\ 0, & \text{caso contrario;} \end{cases}$$

A equação (1) representa a função objetivo do problema, que busca minimizar a soma das distâncias entre os clientes e as facilidades.

$$\min \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

A seguir, as restrições desse problema são apresentadas.

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (2)$$

A equação (2) garante que cada cliente j seja atendido por uma e apenas uma facilidade i .

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \mathcal{J} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} y_i = p \quad (4)$$

A equação (3) garante que cada cliente j só poderá ser atendido por facilidades i abertas. Já a equação (4) determina o número exato de facilidades i que serão abertas.

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \mathcal{J} \quad (5)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (6)$$

As equações (5) e (6) definem o domínio das variáveis de decisão.

4.2 Modelo matemático proposto

Em uma mina existem diversas áreas de operação, que são representadas pelos pontos de operação j . Os equipamentos de mineração que atuam dentro dessas áreas precisam estar conectados a rede para desempenhar suas funções de forma adequada e garantir a comunicação com os sistemas de controle. Para tanto, é necessário que todos os pontos de operação estejam dentro da área de cobertura dos roteadores.

Portanto, o problema de alocação de roteadores em uma mina a céu aberto possui algumas características particulares. Restrições adicionais foram implementadas para representar essas características, como delimitar as áreas de operação da mina por quatro pontos extremos, respeitar o raio de cobertura dos roteadores e permitir redundância, aumentando a confiabilidade da cobertura da rede. Além disso, a função objetivo minimiza o número de roteadores, uma vez que a instalação desses equipamentos agrega custo à infraestrutura da mina.

Para representar o problema descrito, um novo modelo matemático foi proposta e será apresentado a seguir. Nesse modelo, o conjunto de roteadores é homogêneo e cada roteador possui uma área de cobertura representada pelo *raio*.

A seguir, são descritos os conjuntos de entrada, índices, parâmetros e variáveis de decisão usados no modelo matemático proposto para o problema de alocação de roteadores em minas à céu aberto.

- Conjuntos:

\mathcal{J} : conjunto de pontos de operação que devem ser atendidos;

\mathcal{I} : conjunto de locais candidatos à instalação dos roteadores.

- Índices:

j : índice do conjunto \mathcal{J} ;

i : índice do conjunto \mathcal{I} .

- Parâmetros:

d_{ij} : distância do ponto de operação j ao roteador instalado em i ;

p_{max} : quantidade máxima de roteadores que podem ser instalados;

$raio$: raio de cobertura de cada roteador.

- Variáveis de decisão:

p : quantidade de roteadores que serão instalados;

x_{ij} : $\begin{cases} 1, & \text{se o ponto de operação } j \text{ é atendido pelo roteador instalado em } i; \\ 0, & \text{caso contrario;} \end{cases}$

y_i : $\begin{cases} 1, & \text{se o roteador é instalado no local } i; \\ 0, & \text{caso contrario;} \end{cases}$

No novo modelo matemático proposto, a função objetivo do problema, representada pela equação (7), minimiza o número de facilidades abertas, ou seja, o número de roteadores que serão instalados.

$$\min p \quad (7)$$

Um novo conjunto de restrições (8) foi implementado para garantir que todos os pontos de operação estejam dentro do raio de cobertura dos roteadores instalados.

$$d_{ij} x_{ij} \leq raio \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \mathcal{J} \quad (8)$$

A equação (9) foi modificada para garantir que cada ponto de operação seja atendido por pelo menos um roteador. Dessa forma, permiti-se a redundância de cobertura, aumentando a confiabilidade da rede.

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} x_{ij} \geq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (9)$$

A equação (10) garante que cada ponto de operação só poderá ser atendido por roteadores instalados.

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \mathcal{J} \quad (10)$$

A nova restrição (11) determina o número de roteadores instalados, enquanto a equação (12) define que o número de roteadores instalados deve ser menor que o número de roteadores disponíveis p_{max} .

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} y_i \leq p \quad (11)$$

$$p \leq p_{max} \quad (12)$$

Por fim, as equações (13) e (14) definem o domínio das variáveis de decisão x_{ij} e y_i , respectivamente.

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \mathcal{J} \quad (13)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (14)$$

5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

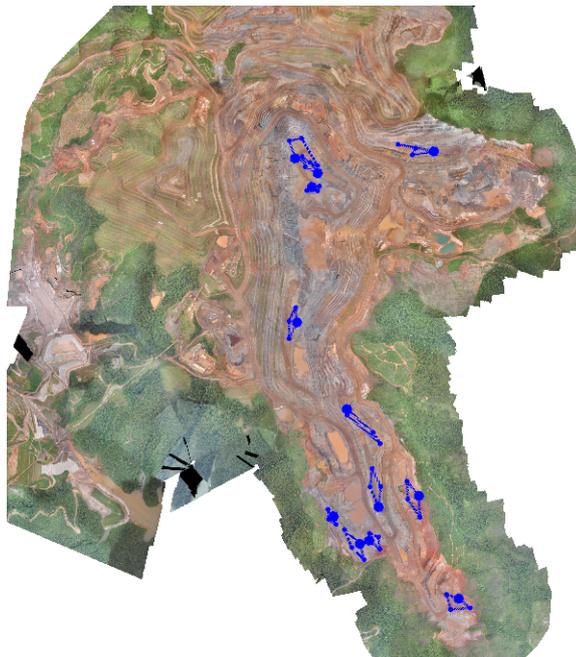
Para avaliar o modelo proposto utilizamos dados reais da mina de Fábrica Nova, localizada na cidade de Mariana, Minas Gerais, Brasil. Os pontos de operação foram coletados através de coordenadas geográficas. Os possíveis pontos de instalação dos roteadores foram obtidos com o uso do software *Deswik* (CASTANHEIRA, 2021). Através da topografia da mina é possível identificar as estradas existentes e o software fornece as coordenadas dos possíveis pontos de instalação de forma discretizada.

5.1 Cenários

Atualmente, a mina de Fábrica Nova conta com 10 roteadores disponíveis para a implementação da rede. Nesse estudo, adotamos que cada roteador possui um raio de cobertura de 1.000 metros. A escolha de um valor menor do que a cobertura indicada pelo fabricante reflete as condições de operação e interferências geográficas existentes.

- **Cenário 01:** o primeiro cenário avaliado reflete o planejamento de lavra atual (ano 2023). Esse cenário possui 12 áreas de operação representados por quatro pontos extremos cada, totalizando 48 pontos de operação. A Figura 5 apresenta os pontos de operação no ano de 2023, ou seja, os atuais avanços de lavra da mina.

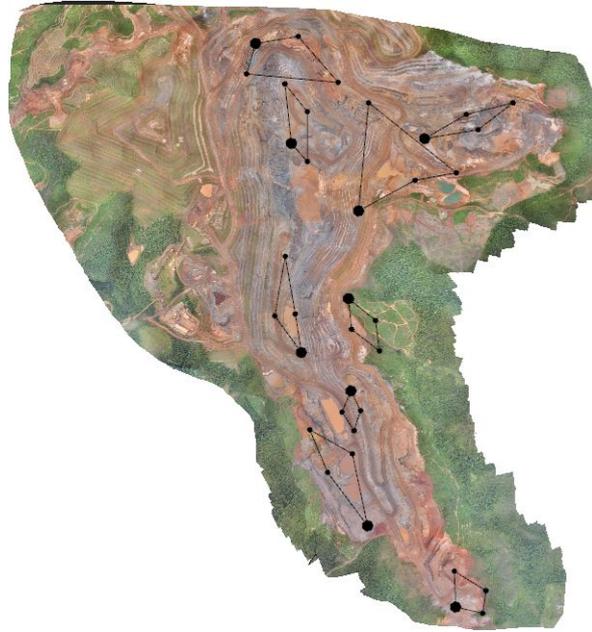
Figura 5 – Pontos de operação do cenário 01



Fonte: Elaboração própria.

- **Cenário 02:** o segundo cenário analisado representa o planejamento de lavra para o ano de 2024. Esse cenário é apresentado na Figura 6 e possui nove áreas de operação, totalizando 36 pontos de operação.

Figura 6 – Pontos de operação do cenário 02



Fonte: Elaboração própria.

- **Cenário 03:** o último cenário analisado é apresentado na Figura 7 e representa o planejamento de lavra para o ano de 2025. Esse cenário possui seis áreas de operação, totalizando 24 pontos de operação.

Figura 7 – Pontos de operação do cenário 03



Fonte: Elaboração própria.

Os possíveis pontos de instalação dos roteadores foram obtidos através do software *Deswik* (CASTANHEIRA, 2021) e representam os acessos da mina. Esses locais foram escolhidos como locais candidatos a instalação dos roteadores devido o baixo risco associado a eles, facilidade de manutenção e mobilidade, além de não se alterarem ao longo dos cenários analisados. O software utilizado indicou 101 pontos a serem considerados. A Figura 8 ilustra os possíveis pontos de instalação dos roteadores, em vermelho.

Dessa forma, para o cenário 01, a matriz de distância possui a dimensão 48×101 . Para o cenário 02 teremos uma matriz de distância com dimensão 36×101 e para o cenário 03, uma matriz com dimensão 24×101 . Portanto, devido as grandes dimensões, uma planilha com os dados de entrada do problema é disponibilizada em <https://encr.pw/alocacao-roteadores>.

Figura 8 – Possíveis pontos de instalação (em vermelho)



Fonte: Elaboração própria.

5.2 Resultados

O modelo matemático proposto foi implementado no *Lingo* 10.0, versão 4.01.100 (TULETT; KE, 2022), e o computador utilizado nos experimentos computacionais foi um notebook Intel(R) Xeon(R) W-10885M CPU @ 2.40 GHz 2.40 GHz, 64.0 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 11. O modelo implementado foi disponibilizado em <https://l1nq.com/ModeloAlocacaoRoteadores>.

Em todos os cenários analisados, o novo modelo matemático proposto encontrou rapidamente a solução ótima. A tabela 4 resume os resultados.

A solução gerada em cada cenário é ilustrada abaixo. Ressaltamos que, no cenário 01 temos a operação atual da mina e nos cenários 02 e 03, temos uma projeção de áreas

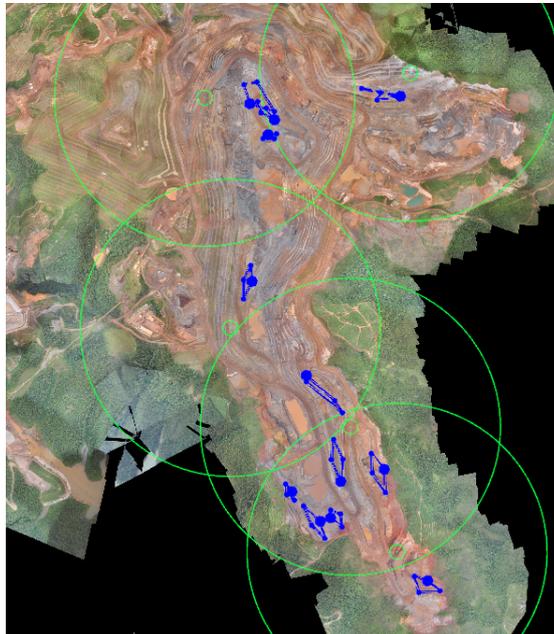
Tabela 4 – Resultados

Cenário	#Áreas de Operação	#Pontos de Operação	#Possíveis Pontos de Instalação	Roteadores Instalados	GAP	Tempo de Execução (s)
1	12	48	101	5	0	1
2	9	36	101	9	0	1
3	6	24	101	8	0	1

de lavra para os próximos anos. Essa é uma análise importante para o processo, na qual conseguimos prever a quantidade necessária de equipamentos e os possíveis locais de instalação dos roteadores nos próximos anos.

A figura 9 apresenta a solução para o cenário 01. Cinco roteadores foram instalados nos pontos indicados em verde.

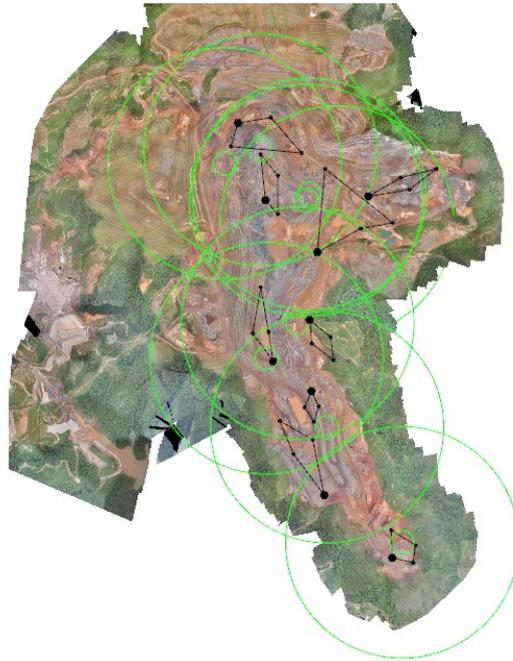
Figura 9 – Solução para o cenário 01



Fonte: Elaboração própria.

A solução para o cenário 02 é apresentada na Figura 10. Para o planejamento de lavra do ano de 2024 foi indicada a instalação de nove roteadores nos pontos em verde. Ao encontrar soluções para o planejamento de lavra dos próximos anos, o modelo se mostra uma ferramenta capaz de prever a infraestrutura necessária para a implementação da rede de comunicação na expansão de lavra.

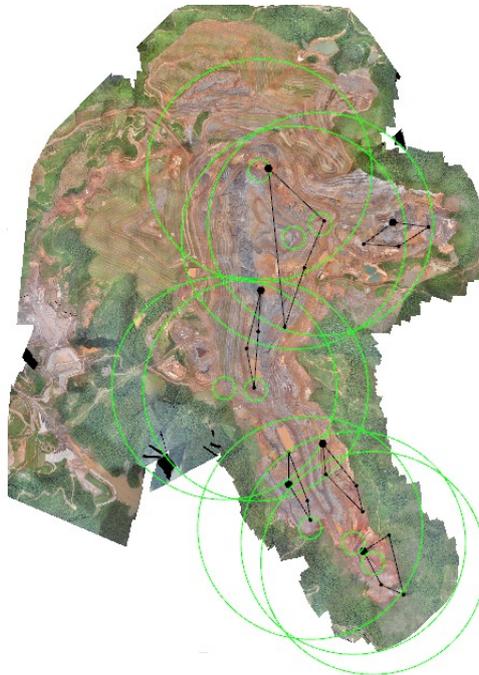
Figura 10 – Solução para o cenário 02



Fonte: Elaboração própria.

Por fim, para o planejamento de lavra do ano de 2025 foi indicada a instalação de oito roteadores. A Figura 11 representa a solução para o cenário 03.

Figura 11 – Solução para o cenário 03



Fonte: Elaboração própria.

Analisando os resultados é possível observar que a coordenada Z, que indica a profundidade dos bancos de lavra, impacta diretamente na localização dos roteadores. Os cenários 02 e 03 incluem a operação em áreas mais profundas da mina, sendo necessário um maior número de roteadores para a cobertura de uma única área de operação. Essa situação pode ser observada nas Figuras 10 e 11, que representam as soluções obtidas para os esses cenários.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho, um novo modelo matemático baseado na classe de problemas das p -medianas foi proposto para resolver problema de alocação de roteadores em uma mina a céu aberto. Neste problema existem restrições adicionais, como delimitar as áreas de operação da mina por quatro pontos extremos, respeitar o raio de cobertura dos roteadores e permitir redundância, aumentando a confiabilidade da cobertura da rede. Além disso, a função objetivo minimiza o número de roteadores, uma vez que a instalação agrega custo à infraestrutura da mina.

O objetivo principal desse problema é determinar a localização dos roteadores, minimizando o número de unidades instaladas, buscando otimizar a cobertura da rede e garantir uma melhor cobertura de sinal para os equipamentos utilizados na mineração.

O modelo matemático proposto foi implementado no software *Lingo* e experimentos computacionais utilizando dados reais da mina de Fábrica Nova foram realizados para validar a metodologia. Os resultados mostraram que a modelo proposto permite realizar a alocação ótima de roteadores em poucos segundos, minimizando a quantidade de roteadores instalados e garantindo a cobertura de rede para os equipamentos de mineração. Dessa forma, o modelo matemático proposto se mostrou uma boa ferramenta de suporte a decisão, podendo auxiliar na determinação do número de roteadores necessário e na determinação da localização ideal desses equipamentos.

7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No contexto deste estudo, foram identificadas diversas direções promissoras para pesquisas futuras na área de alocação de roteadores em minas a céu aberto. Como trabalhos futuros, sugere-se os seguintes estudos:

1. Realizar um teste em campo;
2. Expandir o modelo para outras áreas de operação;
3. Explorar de técnicas de otimização multiobjetivo, visando não apenas garantir a cobertura de sinal, mas também minimizar custos de implementação, consumo de energia e outros objetivos, simultaneamente;
4. A adaptação dinâmica do modelo para a evolução da mina ao longo do tempo pode ser um campo de estudo relevante, considerando estratégias de realocação dinâmica. O uso de técnicas de inteligência artificial e aprendizado de máquina poderia ser investigado para aprimorar a alocação de roteadores com base em dados de campo em tempo real;
5. Outras áreas de pesquisa incluem a otimização da eficiência energética, a integração de tecnologias emergentes como redes 5G e Internet das Coisas Industrial. Essas perspectivas de pesquisa oferecem um amplo leque de oportunidades para avançar no campo da conectividade em minas a céu aberto.

REFERÊNCIAS

- AHMED, I.; MOHAMED, A.; FOULY, T.; HU, Y. C. On the fairness of frequency domain resource allocation in wireless mesh networks — a survey. In: . Dubai, United Arab Emirates: 2011 IEEE GCC Conference and Exhibition (GCC), 2011. p. 517–520. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.
- AKYILDIZ, I. F.; WANG, X.; WANG, W. Wireless mesh networks: a survey. **Computer networks**, Elsevier, v. 47, n. 4, p. 445–487, 2005. Acessado em: dez. 2023. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128604003457>>. Citado na página 15.
- BUENO, H. d. O. **Otimização da seleção de parâmetros de transmissão de redes LORA Mesh de gateway single channel em ambientes rurais**. Uberlândia: Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Uberlândia, 2021. Citado na página 18.
- CAPDEVILLE, R. M. A.; VIANNA, D. S. Heurísticas grasp para o problema de alocação de pontos de acesso em uma rede sem fio em ambiente indoor. **Sistemas & Gestão**, v. 8, n. 1, p. 86–93, 2013. Citado na página 19.
- CASTANHEIRA, L. H. Impacto dos teores de cortes dinâmicos na geração de cavas finais utilizando o software deswik: uma comparação entre os métodos pseudoflow e sequenciamento direto de blocos. 2021. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.
- CIRINO, S. **Modelo de p-medianas hierárquico e acessibilidade: análise dos hospitais públicos de Santa Catarina**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2016. Citado na página 19.
- CIRINO, S.; GONÇALVES, L. A.; GONÇALVES, M. B. Análise locacional de sistemas de saúde usando um modelo hierárquico combinado de p-medianas. In: . Belém: XXVII ANPET–Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 2013. Citado na página 19.
- COSTA, T. I. da. **Estratégia de localização dos postos de carregamento para o veículo elétrico. O caso da cidade do Porto**. Porto: Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Universidade do Porto, 2014. Citado na página 19.
- DASKIN, M. S.; MAASS, K. L. The p-median problem. In: **Location science**. [S.l.]: Springer, 2015. p. 21–45. Citado na página 15.
- HARRIS, T.; KOTZALAS, M. **Essential Concepts of Bearing Technology**. 5. ed. Boca Raton: CRC Press, 2006. (Rolling Bearing Analysis). ISBN 9781420006599. Citado na página 18.
- LORENA, L. A.; PEREIRA, M. A. A lagrangean/surrogate heuristic for the maximal covering location problem using hillman’s edition. **International Journal of Industrial Engineering**, Citeseer, v. 9, p. 57–67, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 25.
- MLADENović, N.; BRIMBERG, J.; HANSEN, P.; MORENO-PÉREZ, J. A. The p-median problem: A survey of metaheuristic approaches. **European Journal of Operational Research**, v. 179, n. 3, p. 927–939, 2007. ISSN 0377-2217. Acessado em: dez. 2023. Disponível

em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221706000750>>. Citado na página 15.

PIZZOLATO, N. D.; BARCELOS, F. B.; LORENA, L. A. N. School location methodology in urban areas of developing countries. **International Transactions in Operational Research**, Wiley Online Library, v. 11, n. 6, p. 667–681, 2004. Citado na página 25.

SONG, W.; DAI, J. B.; WANG, F.; GAO, Y. P. Research on the multi hop performance of underground mine emergency communication system based on wmn. **Journal of China Coal Society**, Editorial Office of Journal of China Coal Society, v. 36, n. 4, p. 706–710, 2011. Citado na página 18.

SOUZA, M. J. F. Otimização combinatória. **Notas de Aula, Universidade**, 2007. Citado na página 25.

TULETT, D. M.; KE, G. Y. Using lingo for business students. In: SPRINGER. **Operations Research Forum**. [S.l.], 2022. v. 4, n. 1, p. 3. Citado na página 31.

ZHANG, Y.; BERMAN, O.; VERTER, V. Incorporating congestion in preventive healthcare facility network design. **European Journal of Operational Research**, v. 198, n. 3, p. 922–935, 2009. ISSN 0377-2217. Acessado em: dez. 2023. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221708009594>>. Citado na página 18.