



**INSTITUTO  
TECNOLÓGICO  
VALE**

**Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e  
Automação de Processos de Mineração (PROFICAM)  
Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)  
Associação Instituto Tecnológico Vale (ITV)**

**Dissertação**

**AVALIAÇÃO DE ALGORITMO WATERSHED E REDE NEURAL  
CONVOLUCIONAL U-NET PARA ESTIMATIVA DO TAMANHO DE BOLHAS EM  
ESPUMA DE FLOTAÇÃO**

**Carlos Júnior Pereira da Silva**

**Ouro Preto  
Minas Gerais, Brasil  
2021**

**Carlos Júnior Pereira da Silva**

**AVALIAÇÃO DE ALGORITMO WATERSHED E REDE NEURAL  
CONVOLUCIONAL U-NET PARA ESTIMATIVA DO TAMANHO DE BOLHAS EM  
ESPUMA DE FLOTAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração da Universidade Federal de Ouro Preto e do Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Gustavo Pessin, D.Sc.

Coorientador: Prof. Jefferson R. de Souza, D.Sc.

Ouro Preto

2021

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

S586a Silva, Carlos Júnior Pereira da .  
Avaliação de algoritmo Watershed e Rede Neural Convolutacional U-NET  
para estimativa do tamanho de bolhas em espuma de flotação.  
[manuscrito] / Carlos Júnior Pereira da Silva. - 2021.  
111 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Pessin.

Coorientador: Prof. Dr. Jefferson Rodrigo de Souza.

Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto. Programa de Mestrado Profissional em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração. Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração.

Área de Concentração: Engenharia de Controle e Automação de Processos Mineraiis.

1. Visão Computacional. 2. Flotação. 3. Bolhas (Física) - Tamanho. I. Pessin, Gustavo. II. Souza, Jefferson Rodrigo de. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 681.5:622.2

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
ESCOLA DE MINAS  
PROGR. POS GRAD. PROF. INST. CONT. E AUT.  
PROCESSOS DE MIN.



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Carlos Júnior Pereira da Silva**

### **Avaliação de Algoritmo Watershed e Rede Neural Convolutacional U-Net para Estimativa do Tamaho de Bolhas em Espuma de Flotação**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração (PROFICAM), Convênio Universidade Federal de Ouro Preto/Associação Instituto Tecnológico Vale - UFOP/ITV, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação na área de concentração em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração.

Aprovada em 06 de setembro de 2021

#### Membros da banca

Doutor - Gustavo Pessin - Orientador - Instituto Tecnológico Vale  
Doutor - Jefferson Rodrigo de Souza - Universidade Federal de Uberlândia  
Doutora - Andrea Gomes Campos Bianchi - Universidade Federal de Ouro Preto  
Doutor - Claudio Rosito Jung - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Gustavo Pessin, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 03/12/2021



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Nazário Coelho, COORDENADOR(A) DE CURSO DE PÓS-GRAD EM INSTRUMENTAÇÃO CONTROLE E AUTOMAÇÃO DE PROCESSOS DE MINERAÇÃO**, em 10/12/2021, às 09:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0254711** e o código CRC **49880C03**.

*Ao meu querido tio Laurito Pereira  
Gonçalves (in memoriam). Grande  
amigo, saudoso tio, amado pai.  
Saudades eternas!.*

# Agradecimentos

Agradeço a Deus pela saúde e capacidade para perseguir este sonho. Agradeço a minha família e amigos pela compreensão e carinho ofertado durante esta longa jornada de autoconhecimento, dedicação e trabalho. A força, o amor e amizade de vocês é o que me mantém na direção certa nesta jornada. Agradeço aos meus pais, Carlos e Judite, pelo amor e esforço empregados na minha formação e bem-estar. Esta conquista também é de vocês.

Agradecimentos especiais aos meus orientadores D.Sc. Gustavo Pessin e D.Sc. Jefferson Rodrigo de Souza pela confiança, ensinamentos e disponibilidade em orientar este trabalho. As contribuições realizadas foram imprescindíveis para a conclusão desta pesquisa. A vocês os meus sinceros agradecimentos. Agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a consolidação desta conquista.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Brasil (CAPES), Código de Financiamento 001; do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG); e da Vale SA.

*“E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda a fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria.”  
(1 Coríntios 13:2).*

## Resumo

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

### AVALIAÇÃO DE ALGORITMO WATERSHED E REDE NEURAL CONVOLUCIONAL U-NET PARA ESTIMATIVA DO TAMANHO DE BOLHAS EM ESPUMA DE FLOTAÇÃO

Carlos Júnior Pereira da Silva

Setembro/2021

Orientadores: Gustavo Pessin  
Jefferson R. de Souza

Dentre as etapas de processamento de minérios, a flotação se destaca como um dos mais importantes, principalmente quando se trata de separação de minerais. O rendimento deste processo está muito ligado as variáveis de processo como a vazão de ar e o controle de abertura das válvulas de descarga. Estas variáveis, muitas vezes, são determinadas através do aspecto visual da espuma deste processo, onde os operadores se baseiam em suas experiências para a tomada de decisão e escolha destes parâmetros. As principais características observadas são: tamanho das bolhas, textura e velocidade de deslocamento. Como esta análise, muitas vezes, fica a cargo do operador do processo ela acaba se tornando subjetiva, variando de operador para operador. Além desta análise subjetiva, o controle deste processo é uma tarefa complexa. Desta forma, a automação deste processo se torna ainda mais importante. Utilizando as técnicas de visão computacional é possível obter as principais características da espuma importantes ao processo. A proposta deste trabalho é utilizar o algoritmo *Watershed* para estimar o tamanho médio e o número de bolhas presentes na espuma de flotação como ferramenta de apoio na tomada de decisão dos operadores deste tipo de processo. Também é objetivo desta pesquisa avaliar os resultados obtidos por uma rede neural U-net para a mesma aplicação. A partir das informações coletadas seria possível uma maior assertividade na escolha dos parâmetros de processo buscando um maior desempenho na flotação de minérios.

**Palavras-chave:** Visão Computacional, Flotação, Tamanho das Bolhas.

**Macrotema:** Usina; **Linha de Pesquisa:** Instrumentação no Processamento de Minérios;  
**Tema:** Redução de Variabilidade e Melhoria de Controle;

## **Abstract**

Abstract of Dissertation presented to the Graduate Program on Instrumentation, Control and Automation of Mining Process as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

### **WATERSHED ALGORITHM AND U-NET CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK EVALUATION FOR ESTIMATING BUBBLE SIZE IN FROTH FLOTATION**

Carlos Júnior Pereira da Silva

September/2021

Advisors: Gustavo Pessin

Jefferson R. de Souza

Among the ore processing steps flotation stands out as one of the most important, especially when it comes to ore separation. The efficiency of this process is closely linked to process variables such as air supply flow and discharge valve opening control. These variables are often determined by the visual aspect of the flotation froth, where industrial operators rely on their experience in decision-making and choosing these parameters. The main characteristics observed are bubble size, texture, and bubble velocity. As this analysis is often left to the process operator, it becomes subjective, varying from operator to operator. Beyond this subjective analysis, controlling this process is a complex task. Thus, the automation of this process becomes even more important for operation. Using computer vision techniques, it is possible to acquire the main characteristics of the foam that are important to the process. The purpose of this work is to use Watershed algorithm to estimate the average size and number of bubbles disposed of in the froth flotation to support the decision-making process of the operators of this type of process. It is also the objective of this research to evaluate the results obtained by a U-net neural network for the same application. From the information collected it would be possible to assert more assertiveness in the choice of process parameters seeking a higher performance in the ore flotation process.

**Keywords:** Computer Vison, Flotation, Bubble Size.

**Macrotheme:** Industrial Plant; **Research Line:** Instrumentation in Mineral Processing;  
**Theme:** Variability Reduction and Control Improvement;

# Lista de Figuras

Figura 1.1	Espuma de flotação de minério de chumbo . . . . .	22
Figura 2.1	Mecanismo de interação partícula-bolha. . . . .	27
Figura 2.2	Esquema básico de uma coluna de flotação. . . . .	29
Figura 2.3	Sistema para medição do <i>hold up</i> do ar. . . . .	31
Figura 2.4	Ilustração visual do funcionamento do algoritmo <i>Watershed</i> com base no processo de inundação. . . . .	33
Figura 2.5	Efeitos na segmentação de imagens para alguns valores de $h$ : (a) $h = 0$ , (b) $h = 1$ , (c) $h = 2$ , (d) $h = 5$ , e (e) $h = 47$ . . . . .	35
Figura 2.6	Exemplo de uma rede neural convolucional e suas diferentes camadas. . . . .	35
Figura 2.7	Exemplos de segmentação de imagens utilizando a rede U-net. . . . .	36
Figura 2.8	Arquitetura U-net (exemplo para 32x32 <i>pixels</i> na camada de mais baixa resolução). . . . .	37
Figura 2.9	Esquema de controle para dosagem de reagentes em processo de flotação. . . . .	39
Figura 2.10	Arquitetura do sistema de análise por visão computacional. . . . .	40
Figura 2.11	Imagem original da espuma de flotação em minério de cobre. . . . .	41
Figura 2.12	Imagem segmentada da espuma de flotação em minério de cobre. . . . .	41
Figura 2.13	Comparação das metodologias aplicadas na segmentação de bolhas em espuma de flotação. (a) Imagem original (b) <i>Ground truth</i> (c) MsJ (d) U-net. . . . .	42
Figura 3.1	Metodologia de pesquisa utilizada. . . . .	44
Figura 3.2	Amostras do conjunto de imagens de teste para os métodos de detecção de bolhas. . . . .	46
Figura 3.3	Fluxograma do método de detecção e estimativa de tamanho de bolhas. . . . .	48
Figura 3.4	Funcionamento da transformada H-minima para um diagrama unidimensional para $H = 2$ (20% do máximo valor de <i>pixel</i> ). . . . .	49
Figura 3.5	Exemplo de marcadores utilizados para segmentação. . . . .	50
Figura 3.6	Processamento inicial das imagens para aplicação do algoritmo <i>Watershed</i> . . . . .	51
Figura 3.7	Inversão da imagem e aplicação da transformada H-minima. . . . .	51
Figura 3.8	Extração de marcadores e resultado da segmentação utilizando o método <i>Watershed</i> . . . . .	52
Figura 3.9	Efeito da aplicação da transformada H-minima na segmentação das imagens. . . . .	52

Figura 3.10	Exemplos de <i>Ground Truth</i> criado utilizando <i>Watershed</i> . . . . .	54
Figura 3.11	Exemplo de histograma de tamanho de bolhas. . . . .	56
Figura 4.1	Conjunto de imagens de teste para os métodos de detecção de bolhas. . . . .	58
Figura 4.2	Resultados do <i>thresholding</i> utilizando o método de Otsu. . . . .	58
Figura 4.3	Resultados do <i>thresholding</i> utilizando o método adaptativo. . . . .	59
Figura 4.4	Resultados da segmentação utilizando algoritmo <i>Watershed</i> para a figura 4.1a. . . . .	59
Figura 4.5	Histograma de tamanhos obtido da segmentação da figura 4.4a. . . . .	60
Figura 4.6	Resultados da segmentação utilizando algoritmo <i>Watershed</i> para a figura 4.1b. . . . .	61
Figura 4.7	Resultados da segmentação utilizando algoritmo <i>Watershed</i> para a figura 4.1c. . . . .	62
Figura 4.8	Histograma de tamanhos para as segmentações da figura 4.6a e figura 4.7a. . . . .	62
Figura 4.9	Exemplos de resultados das segmentações conforme Tabela 4.3. . . . .	63
Figura 4.10	Gráficos das métricas de treinamento da rede U-net. . . . .	65
Figura 4.11	Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 02. . . . .	65
Figura 4.12	Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 03. . . . .	66
Figura 4.13	Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 23. . . . .	66
Figura 4.14	Imagens parciais segmentadas para avaliação da acurácia do método de segmentação <i>Watershed</i> . . . . .	67
Figura 4.15	Comparação entre os resultados de segmentação entre os métodos. . . . .	68
Figura 5.1	Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 29. . . . .	71
Figura A.1	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 01. . . . .	80
Figura A.2	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 02. . . . .	80
Figura A.3	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 03. . . . .	81
Figura A.4	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 04. . . . .	81
Figura A.5	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 05. . . . .	81
Figura A.6	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 06. . . . .	82
Figura A.7	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 07. . . . .	82
Figura A.8	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 08. . . . .	82
Figura A.9	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 09. . . . .	83
Figura A.10	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 10. . . . .	83
Figura A.11	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 11. . . . .	83
Figura A.12	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 12. . . . .	84
Figura A.13	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 13. . . . .	84
Figura A.14	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 14. . . . .	84
Figura A.15	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 15. . . . .	85
Figura A.16	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 16. . . . .	85
Figura A.17	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 17. . . . .	85
Figura A.18	Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 18. . . . .	86

Figura A.19 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 19. . . . .	86
Figura A.20 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 20. . . . .	86
Figura A.21 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 21. . . . .	87
Figura A.22 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 22. . . . .	87
Figura A.23 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 23. . . . .	87
Figura A.24 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 24. . . . .	88
Figura A.25 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 25. . . . .	88
Figura A.26 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 26. . . . .	88
Figura A.27 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 27. . . . .	89
Figura A.28 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 28. . . . .	89
Figura A.29 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 29. . . . .	89
Figura A.30 Resultados pelo método <i>Watershed</i> - Imagem de teste 30. . . . .	90
Figura B.1 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 01. . . . .	92
Figura B.2 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 02. . . . .	92
Figura B.3 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 03. . . . .	93
Figura B.4 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 04. . . . .	93
Figura B.5 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 05. . . . .	93
Figura B.6 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 06. . . . .	94
Figura B.7 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 07. . . . .	94
Figura B.8 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 08. . . . .	94
Figura B.9 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 09. . . . .	95
Figura B.10 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 10. . . . .	95
Figura B.11 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 11. . . . .	95
Figura B.12 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 12. . . . .	96
Figura B.13 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 13. . . . .	96
Figura B.14 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 14. . . . .	96
Figura B.15 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 15. . . . .	97
Figura B.16 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 16. . . . .	97
Figura B.17 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 17. . . . .	97
Figura B.18 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 18. . . . .	98
Figura B.19 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 19. . . . .	98
Figura B.20 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 20. . . . .	98
Figura B.21 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 21. . . . .	99
Figura B.22 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 22. . . . .	99
Figura B.23 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 23. . . . .	99
Figura B.24 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 24. . . . .	100
Figura B.25 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 25. . . . .	100
Figura B.26 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 26. . . . .	100

Figura B.27 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 27. . . . .	101
Figura B.28 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 28. . . . .	101
Figura B.29 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 29. . . . .	101
Figura B.30 Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 30. . . . .	102

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1	Dados estatísticos (em <i>pixels</i> ) obtidos da segmentação da figura 4.4a. . . . .	61
Tabela 4.2	Estatísticas obtidas pelo método utilizando <i>Watershed</i> . . . . .	63
Tabela 4.3	Estatísticas obtidas pelo método utilizando <i>Watershed</i> para o grupo de testes do Apêndice A. . . . .	64
Tabela 4.4	Resultados de acurácia calculados para o método <i>Watershed</i> . . . . .	67
Tabela 4.5	Resumo dos dados estatísticos de desempenho para o método <i>Watershed</i> . . .	68
Tabela 4.6	Tempo de processamento dos métodos. . . . .	69

# Lista de Siglas e Abreviaturas

**API** *Application Programming Interface*

**CNN** *Convolutional Neural Network*

**FCN** *Fully Connected Neural Network*

**FFT** *Fast Fourier Transform*

**IEEE** *Institute of Electrical and Electronics Engineers*

**ReLU** *Rectified Linear Unit*

**SE** *Spherical Structuring Element*

# Lista de Símbolos

$\sigma$  Desvio Padrão da Função Gaussiana

$H$  *Height Threshold Value*

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>22</b>
1.1	Motivação e Justificativa . . . . .	23
1.2	Perguntas desta pesquisa . . . . .	25
1.3	Objetivos . . . . .	25
1.3.1	Objetivo Geral . . . . .	25
1.3.2	Objetivos Específicos . . . . .	25
1.4	Estrutura do Trabalho . . . . .	25
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica e Fundamentação Científica</b>	<b>27</b>
2.1	Flotação . . . . .	27
2.2	Visão Computacional . . . . .	32
2.2.1	<i>Watershed</i> . . . . .	32
2.2.2	Transformada H-minima . . . . .	34
2.3	Redes Neurais Convolucionais . . . . .	35
2.3.1	U-net . . . . .	36
2.4	Visão Computacional e Espuma de Flotação . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Materiais e Métodos</b>	<b>43</b>
3.1	Metodologia . . . . .	43
3.2	Caracterização da área de estudo . . . . .	45
3.3	Conjunto de Dados . . . . .	45
3.4	Ambiente Computacional . . . . .	46
3.5	Método <i>Watershed</i> . . . . .	47
3.5.1	Processamento de Imagens . . . . .	48
3.5.2	Método de Segmentação de Imagens . . . . .	50
3.5.3	Metodologia <i>Watershed</i> . . . . .	50
3.6	Método U-net . . . . .	53
3.6.1	<i>Data Augmentation</i> . . . . .	53
3.6.2	Criação do <i>Ground Truth</i> . . . . .	54
3.7	Análise dos Resultados e Estimativa do Tamanho de Bolhas . . . . .	55
3.8	Acurácia do Método . . . . .	56

<b>4</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>58</b>
4.1	Validação do Método <i>Watershed</i> . . . . .	58
4.2	Resultados <i>Watershed</i> . . . . .	63
4.3	Resultados U-net . . . . .	65
4.4	Avaliando a Acurácia . . . . .	67
4.5	Avaliação dos métodos . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>70</b>
<b>6</b>	<b>Trabalhos Futuros</b>	<b>72</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>73</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>77</b>
<b>A</b>	<b>Resultados do Método utilizando <i>Watershed</i></b>	<b>80</b>
<b>B</b>	<b>Resultados do Método utilizando a Rede U-net</b>	<b>92</b>
<b>C</b>	<b>Artigo - Congresso Brasileiro de Automática 2020</b>	<b>104</b>

# 1. Introdução

Os recursos minerais são parte importante no desenvolvimento econômico e social mundialmente. Estes estão presentes em muitos aspectos do cotidiano e servem como base para a fabricação dos mais diversos produtos. Neste contexto, o Brasil também está fortemente interligado ao segmento da mineração como um dos países com maior potencial mineral no mundo. Em 2017, as exportações de recursos minerais representaram 11% do resultado total do ano vigente (MISI & LINS, 2018).

O aumento acelerado da demanda de recursos minerais tem ocasionado o esgotamento das reservas minerais obrigando a indústria de mineração a processarem minérios cada vez mais complexos, com baixos teores e cada vez com maior eficiência industrial. Além disto, a indústria da mineração também está imersa no contexto da globalização, o que aumenta a necessidade de obterem processos produtivos com custos cada vez menores (SILVA, 2016). Com este cenário, o processo de flotação se destaca entre os principais processos de concentração de minérios, principalmente pela capacidade de aproveitamento de minérios de baixos teores, sua ampla aplicabilidade e viabilidade econômica frente a outros métodos de processamento mineral (BALTAR, 2009). Desta forma, otimizar os parâmetros de controle e operação do processo de flotação é muito importante para a rentabilidade do negócio.

Dentre os vários campos de pesquisas envolvendo flotação, o estudo e avaliação do tamanho médio e distribuição do tamanho de bolhas se destacam, principalmente pelo fato de influenciarem diretamente na coleta e transporte das partículas minerais (ALMEIDA et al., 2017). Este tamanho médio possui uma faixa de valores específica para cada tipo de processo onde se é possível obter um melhor desempenho operacional (AQUINO et al., 2018). A Figura 1.1 apresenta um exemplo prático de espuma de flotação em coluna.



Figura 1.1: Espuma de flotação de minério de chumbo  
Fonte: O autor (2019).

Com a evolução das tecnologias de aquisição e processamento de dados muitas técnicas

vêm sendo aplicadas na análise destas características visuais existentes na espuma de flotação. Técnicas de processamento digital de imagens estão sendo estudadas na criação de estratégias de controle automáticas com base nestas características visuais, como nos trabalhos de Kaartinen et al. (2006), Hu et al. (2013) e Wang et al. (2019). Métodos de segmentação como o algoritmo *Watershed* são amplamente utilizados em problemas semelhantes (KAEHLER & BRADSKI, 2016). Este método se baseia no conceito de bacias hidrográficas para realizar a segmentação destas imagens e se mostra uma excelente alternativa para detecção de bolhas em espuma de flotação (HU et al., 2013).

Novas pesquisas vem sendo realizadas envolvendo redes neurais convolucionais e *deep learning* para a análise da espuma de flotação (LIU et al., 2020; ZARIE et al., 2020). Estas técnicas se destacam devido à capacidade de aprendizagem que fornecem e adaptação aos mais diversos cenários práticos. Estas características também fazem com que estas metodologias tenham grande potencial no desenvolvimento de métodos automáticos de avaliação da espuma e conseqüentemente na melhoria contínua dos processos de flotação.

Este trabalho busca estudar o método *Watershed* e a rede CNN U-net para segmentação de bolhas existentes em imagens de espuma de flotação e extrair dados estatísticos em relação ao número e tamanho das bolhas presentes nestas amostras. A rede CNN U-net foi escolhida por ser uma técnica consolidada para a segmentação de imagens e pelo seu potencial de desempenho em realizar esta atividade mesmo com um restrito conjunto de dados.

## 1.1. Motivação e Justificativa

O processo de flotação de minérios possui muitas variáveis e parâmetros de controle, o que torna o seu controle complexo (ZARIE et al., 2020). Em muitas indústrias de mineração, os operadores de planta utilizam de suas experiências em relação ao aspecto visual da espuma gerada pelo sistema para realizar os ajustes dos parâmetros de processo (WANG et al., 2019). Este método de análise faz com o que o sistema, muitas vezes, não esteja operando com o máximo desempenho possível. Pelo fato das análises serem subjetivas e realizadas com base na experiência dos operadores, as indústrias de beneficiamento mineral estão sujeitas a variações no desempenho e qualidade no processo de flotação quando ocorrem, por exemplo (MOOLMAN et al., 1994; WANG et al., 2019):

- Trocas de turno: As equipes de turnos diferentes não possuem a mesma experiência e conhecimento do processo;
- *Turnover* da equipe de operação: Saída de operadores experientes e entrada de operadores com pouco conhecimento do processo;
- Falta de entendimento fundamentado da dinâmica da planta: Ações tomadas com base em informações subjetivas variando de operador para operador;

- Imprecisão e baixa confiabilidade de sistemas de controle manuais.

Com o avanço dos equipamentos de aquisição de imagens e a evolução da capacidade de processamento dos computadores, o uso de técnicas de processamento de imagens para análise da espuma de flotação se tornou uma alternativa cada vez mais viável. Estas técnicas podem ser aplicadas para classificar e determinar o desempenho em processos de flotação direta de diversos minerais como, por exemplo, o cobre, platina, zinco e carvão. As principais características visuais relatadas pelos operadores como critério de avaliação são: mobilidade, cor, tamanho e textura das bolhas (SILVA & GALÉRY, 2013). Estas também são as mais utilizadas em técnicas de tratamento de imagens aplicadas a flotação de minérios.

As características visuais da espuma podem fornecer muitas informações importantes sobre o processo, como: teor e recuperação de minerais úteis. Este conceito é corroborado e estudado por alguns pesquisadores como: Nicolato et al. (2005), Aldrich et al. (2010) e Wang et al. (2019). O controle da distribuição do tamanho de bolhas é amplamente difundido na prática industrial como também na literatura como uma das características visuais mais importantes a serem consideradas. Esta característica influencia diretamente na capacidade do processo de flotação de coletar os minerais de interesse (OSTADRAHIMI et al., 2020). O tamanho médio da bolha não depende apenas das características da máquina de flotação, mas também do minério a ser flotado, da vazão de ar e da taxa de dosagem dos reagentes químicos. Existe uma relação entre o tamanho médio da bolha existente no interior da polpa e o tamanho médio da bolha contida na espuma, onde bolhas em uma determinada faixa de tamanho podem gerar um sistema de colisão partícula/bolha mais eficiente e conseqüentemente melhor resultado na recuperação de minerais de interesse (HASSANZADEH et al., 2016; MOOLMAN et al., 1995).

A estabilidade da espuma é outra característica muito importante a ser observada. Quando a espuma é pouco estável (com alta quantidade de água), as bolhas contendo os minerais de interesse podem se romper antes de finalizar o processo de flotação. Já quando acontece o contrário, a espuma possui uma característica mais espessa podendo coletar também os minérios que não se tem interesse (BALTAR, 2009; MOOLMAN et al., 1995), diminuindo assim a eficiência do processo de recuperação de minerais. Outras características como textura, mobilidade e cor também podem estar correlacionadas com o desempenho do sistema de flotação como mostra o trabalho de Aldrich et al. (2010).

Com o cenário atual da mineração, a redução dos teores das minas, e o contexto competitivo do mercado de mineração, cada vez mais se busca menores custos de produção e altas taxas de produtividade (SILVA, 2016). Tendo em vista estes fatores uma operação baseada em informações subjetivas pode não alcançar todo o potencial de desempenho operacional. A aplicação de técnicas de processamento digital pode colaborar para alcançar uma maior padronização da operação e estabelecer índices de desempenho com maior acurácia do sistema de controle em processos de flotação (WANG et al., 2019).

## 1.2. Perguntas desta pesquisa

Este trabalho busca investigar as técnicas de processamento de imagens *Watershed* e rede CNN U-net para análise da espuma gerada em processos de flotação. Para tanto, através desta pesquisa se pretende responder as seguintes perguntas:

- A aplicação destas técnicas de processamento de imagens é eficaz na estimativa do tamanho médio das bolhas presentes na espuma gerada em processos de flotação? Se sim, quais etapas e métodos para atingir este objetivo?
- Quais as restrições para a aplicação destes métodos de processamento de imagens na análise da espuma em processos de flotação?
- Qual o desempenho da rede convolucional U-net e do método *Watershed* na segmentação de bolhas existentes em espuma de flotação?

Este trabalho foi implementado conforme os desdobramentos propostos por estas perguntas e todas as etapas da metodologia de trabalho buscam esclarecer estes pontos, bem como alcançarem os objetivos estabelecidos.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo Geral

Estimar o tamanho das bolhas presentes na espuma de um processo de flotação através da análise de imagens da superfície da espuma.

### 1.3.2. Objetivos Específicos

- Verificar a aplicabilidade do método *Watershed* e a transformada H-minima para detecção e segmentação de bolhas em uma imagem de espuma de flotação;
- Avaliar o desempenho do método *Watershed* e os resultados obtidos pela rede U-net na segmentação de bolhas em espuma de flotação;
- Verificar as restrições para aplicação dos métodos de detecção e estimativa de tamanho de bolhas.

## 1.4. Estrutura do Trabalho

Este trabalho está organizado em 5 capítulos, os quais apresentam a fundamentação teórica sobre flotação, visão computacional, a motivação e justificativa desta pesquisa. No

decorrer dos próximos capítulos serão apresentados também a metodologia, resultados obtidos e as conclusões finais, conforme estrutura a seguir:

- O Capítulo 2 contempla o referencial bibliográfico sobre a uso de técnicas de visão computacional para a extração de características visuais da espuma de flotação. Apresenta também uma revisão dos métodos de segmentação de imagens, os quais serão utilizados nesta pesquisa. Também apresenta a fundamentação teórica sobre o processo de flotação mineral, seus principais conceitos e variáveis de processo. Traz uma breve conceituação dos parâmetros de controle e da importância da análise das características visuais da espuma de flotação no ajuste dos parâmetros de controle do processo. Por fim, apresenta um breve histórico e principais conceitos da rede CNN U-net, a qual foi utilizada para a tarefa de segmentação de bolhas neste trabalho;
- O Capítulo 3 detalha a metodologia utilizada na caracterização da área de estudo, conjunto de dados, processamento de imagens e o fluxograma do método de detecção de bolhas. Neste capítulo é detalhada cada etapa da metodologia empregada bem como os passos para execução dos experimentos realizados. Também é descrito os materiais e equipamentos utilizados e a descrição dos *softwares* utilizados na implementação dos métodos;
- O Capítulo 4 apresenta os resultados encontrados e as análises realizadas. São apresentadas as segmentações das imagens, os resultados obtidos e análise de cada método. É realizada uma análise do desempenho e a aplicabilidade de cada metodologia para a análise de bolhas em espuma de flotação;
- O Capítulo 5 expõe as conclusões realizadas a partir dos resultados finais e os potenciais trabalhos futuros para sequência desta pesquisa;

## 2. Revisão Bibliográfica e Fundamentação Científica

### 2.1. Flotação

Os processos de concentração de minérios, de forma generalizada, podem ser descritos como processos capazes de dar a um ou mais componentes de uma mistura heterogênea de minerais uma velocidade diferente dos demais componentes da mistura (CHAVES et al., 2018). Isto é realizado com objetivo de separar os minérios desejados dos que não se tem interesse durante o processo de concentração. O processo de flotação é um processo de separação de minérios que ocorre em suspensão em água (polpa). Neste processo as partículas que se deseja selecionar são obrigadas a percorrer um trajeto ascendente. A capacidade de diferenciação entre as espécies minerais se dá pela capacidade das partículas se prenderem a bolhas de gás, geralmente ar (BALTAR, 2009). Quando uma partícula consegue se prender a um número suficiente de bolhas, a densidade deste novo conjunto se torna menor do que o fluido e o conjunto se desloca verticalmente para a superfície onde é separado na forma de espuma. A capacidade das partículas de capturarem estas bolhas de ar se chama hidrofobicidade, e a capacidade destas partículas minerais serem molhados pela água é chamada de hidroflicidade. Estas características das espécies minerais são importantes para o correto dimensionamento e operação de um processo de flotação (CHAVES et al., 2018). Quando uma espécie mineral não possui a característica de hidrofobicidade, este comportamento hidrofóbico pode ser induzido através da adição de substâncias reagentes. Também é possível se induzir hidrofobicidade em apenas uma espécie mineral deixando a outra hidrofílica em uma mistura de duas ou mais espécies minerais utilizando compostos reagentes (BALTAR, 2009). Na Figura 2.1 é apresentado um esquema resumido do mecanismo de interação das bolhas de ar com as partículas hidrofóbicas e hidrofílicas em um processo típico de flotação.

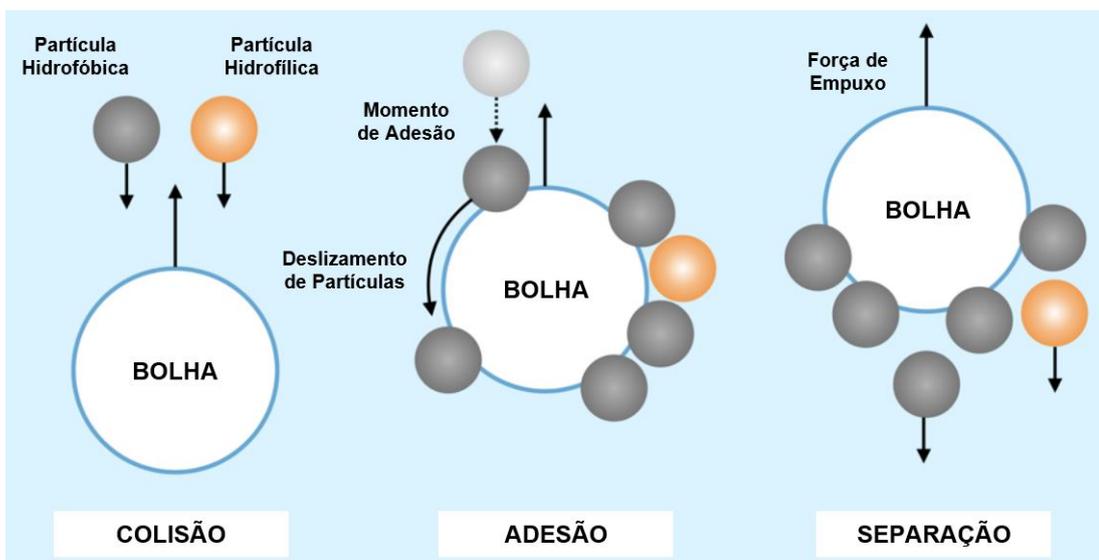


Figura 2.1: Mecanismo de interação partícula-bolha.  
Fonte: Adaptado de Sokolovic & Miskovic (2018).

Em sua grande maioria, os processos de flotação atuam geralmente na relação água/ar. Os principais processos de flotação encontrados na indústria são: por espuma, em película, em óleo, carregadora, eletroflotação e flotação em floco.

A flotação em espuma é o processo mais utilizado na tecnologia mineral e pode ser definido quanto ao seu *modus operandi* (CHAVES et al., 2018):

- **Flotação direta** – Os minerais de interesse são flotados através da espuma. Os minerais de ganga (rejeito) permanecem na polpa.
- **Flotação reversa** – Os minerais de ganga são flotados e os minerais de interesse permanecem na polpa.
- **Flotação coletiva (*Bulk flotation*)** – Um grupo de minerais com características semelhantes são flotados em conjunto.
- **Flotação seletiva** – Apenas uma espécie mineral é flotada.
- **Flotação instantânea (*Flash flotation*)** – A flotação é realizada em etapas de tempo. As partículas não liberadas retornam ao moinho para uma nova etapa da moagem e depois serem flotadas novamente.

Existem 3 classificações quanto a máquinas de flotação, estas são: células mecânicas, células pneumáticas e colunas. As células mecânicas foram as primeiras a serem projetadas para processos de concentração de minérios. As células convencionais são compostas de tanques que recebem a alimentação em um de seus lados, descarregam o afundado (material que não foi flotado) pelo lado oposto e a espuma pela parte superior. Elas possuem um rotor interno que realiza as funções de agitação e aeração da polpa (BALTAR, 2009; REZENDE & SANTOS, 2017).

Com o objetivo de suprir algumas deficiências das células mecânicas foram desenvolvidas as chamadas células pneumáticas em busca de um sistema com maior desempenho. Neste tipo de equipamento, o processo de aeração e agitação são realizadas através da utilização de ar comprimido. Isto permite uma menor turbulência no interior da célula permitindo assim a flotação de partículas mais finas do que geralmente uma célula mecânica é capaz. Embora possua esta capacidade, este tipo de célula possui alto consumo energético (AQUINO et al., 2018).

A necessidade de se ter máquinas de flotação capazes de processar minérios de baixos teores e ainda manter um baixo custo de produção impulsionou o desenvolvimento de processos de flotação em colunas (REZENDE & SANTOS, 2017). O conceito básico deste processo foi desenvolvido na década de 60 no Canadá por Boutin e Tremblay onde registraram a primeira patente sobre este processo em colunas (TAKATA & VALLE, 2013). Os modelos de colunas de flotação mais frequentemente encontradas nas indústrias apresentam características semelhantes à coluna canadense. A Figura 2.2 ilustra as principais características desta coluna.

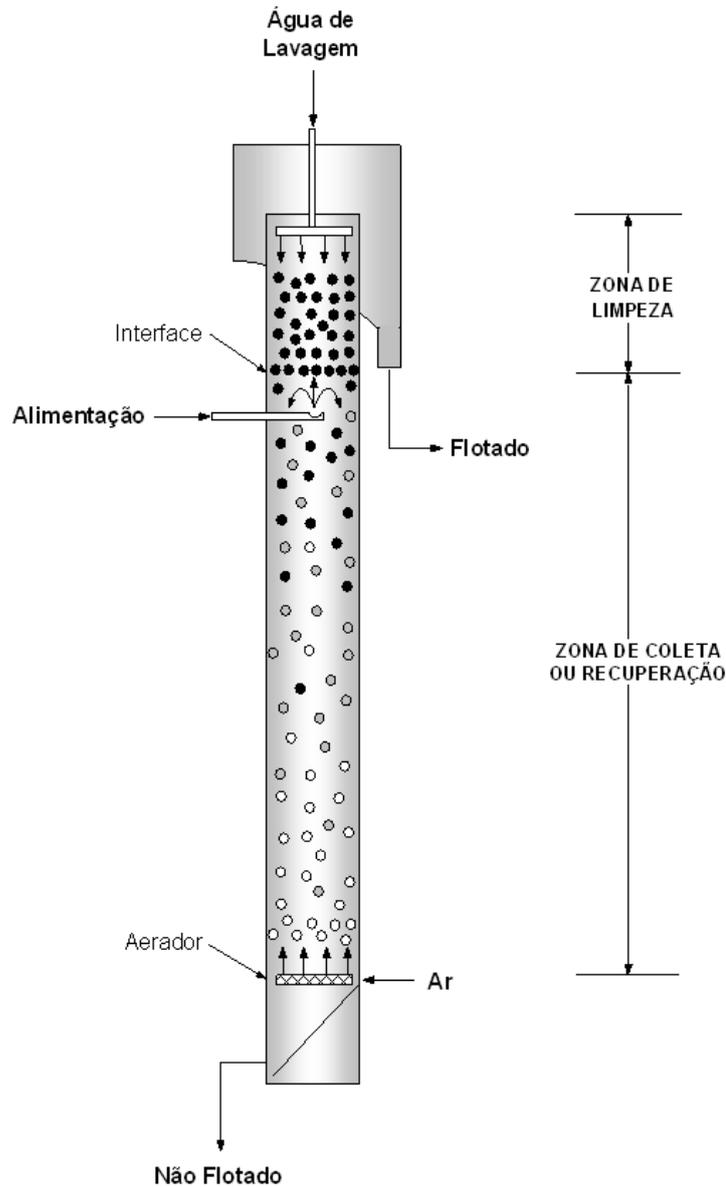


Figura 2.2: Esquema básico de uma coluna de flotação.  
 Fonte: Aquino et al. (2018).

A coluna de flotação se difere das células mecânicas convencionais em alguns aspectos básicos, estes são: geometria (relação altura : diâmetro efetivo), água de lavagem, ausência de agitação mecânica e sistema de geração de bolhas. Em outros termos, a grande diferença da flotação em coluna para a célula mecânica é a capacidade de geração de pequenas bolhas, baixa turbulência no interior do processo e a minimização da possibilidade do material hidrofílico ser arrastado para a espuma utilizando o sistema de água de lavagem na parte superior da coluna. O processo de flotação não é um processo simples de se controlar. As principais variáveis de controle são (AQUINO et al., 2018):

- Vazão de ar;
- *Hold up* de ar;

- Tamanho das bolhas;
- Bias;
- Água de lavagem;
- Altura da camada de espuma;
- Altura da seção de recuperação;
- Tempo de Residência.

A vazão de ar é uma das variáveis mais importantes para o controle de processos de flotação. Este parâmetro interfere diretamente no resultado de recuperação mineral desejado. Quanto maior a vazão de ar maior é a recuperação do material flotado, isto até atingir o seu limite máximo. Um valor acima deste limite pode causar turbulência ou formação de espuma na zona de recuperação da coluna o que prejudicaria o desempenho do processo (AQUINO et al., 2018).

A fração volumétrica de ar contida em uma determinada região de uma coluna de flotação é definida como *hold up* de ar (PENNA et al., 2003). Este valor, geralmente, pode ser calculado para a seção de recuperação e depende de algumas variáveis de processo como: vazão de ar, tamanho das bolhas, densidade da polpa, carregamento de sólidos nas bolhas e da velocidade descendente de polpa (AQUINO et al., 2018). Estes também podem ser medidos através de instrumentos. A Figura 2.3 mostra um exemplo desta medição utilizando transmissores de pressão e o *hold up* pode ser calculado utilizando a equação 2.1.

$$\varepsilon_g = 1 - \frac{\Delta P}{\rho_{sl} \cdot g \cdot L} \quad (2.1)$$

Onde:

$\Delta P$  é a Diferença de pressão (kPa);

$\rho_{sl}$  é a densidade da polpa (g/cm<sup>3</sup>);

$L$  é a distância entre as medidas de pressão (m);

$g$  é a aceleração da gravidade (m/s<sup>2</sup>);

Um das variáveis mais importantes a serem observadas é o tamanho médio das bolhas presentes na espuma de flotação. Este parâmetro é importante devido ao efeito na coleta e transporte das partículas minerais, ou seja, interfere diretamente no objetivo do processo de flotação (OSTADRAHIMI et al., 2020).

Bolhas menores permitem a recuperação de partículas minerais menores, índices mais elevados de cinética na coleta e transporte dos sólidos por volume de ar. Entretanto, bolhas

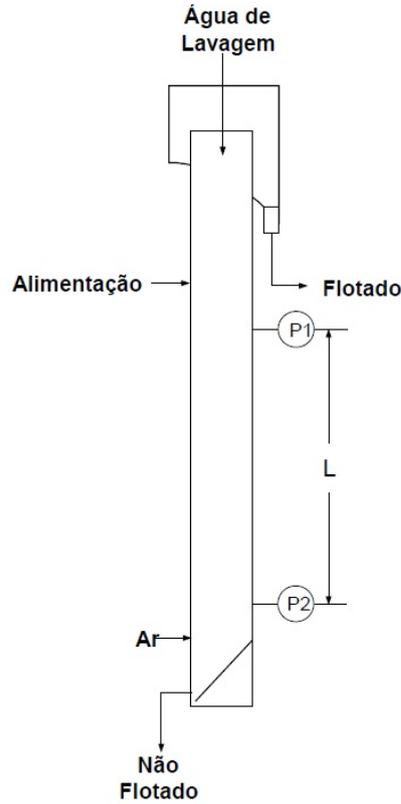


Figura 2.3: Sistema para medição do *hold up* do ar.  
 Fonte: Aquino et al. (2018).

muito pequenas apresentam uma velocidade de ascensão menor do que a velocidade descendente da polpa o que pode causar a perda de partículas hidrofóbicas. Desta forma existe um diâmetro médio das bolhas efetivo para a flotação em coluna, o que de acordo com a literatura está entre 0,5 a 2,0 mm (AQUINO et al., 2018).

Também existem modelos matemáticos para estimar este diâmetro médio das bolhas conforme as características da polpa a ser processada onde este parâmetro ideal pode alcançar outras faixas de valores. Estes modelos dependem de uma série de variáveis como: medidas dimensionais da coluna, características do material, dados do processo dentre outros (AQUINO et al., 2018). Um destes modelos, utiliza a metodologia *Drift Flux* através das equações abaixo (AQUINO et al., 2018).

$$d_b = \left[ \frac{18\mu_{sl} \cdot U_\tau}{g \cdot \Delta\rho} \left( 1 + 0,15 \cdot Re_p^{0,687} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.2)$$

$$U_\tau = \frac{J_g}{\varepsilon_g \cdot (1 - \varepsilon_g)^m} - \frac{(J_g + J_l)}{(1 - \varepsilon_g)^m} \quad (2.3)$$

$$m = \left( 4,45 + 18 \cdot \frac{d_b}{d_c} \right) \cdot Re_b^{-0,1}, \quad \text{para } 1 < Re_b < 200 \quad (2.4)$$

$$m = 4,45 \cdot Re_b^{-0,1}, \quad \text{para } 200 < Re_b < 500 \quad (2.5)$$

$$Re_b = \frac{d_b \cdot U_\tau \cdot \rho_{sl}}{\mu_{sl}} \quad (2.6)$$

Onde:

$d_b$  é o diâmetro médio da bolha;

$d_c$  é o diâmetro da coluna;

$\mu_{sl}$  é a viscosidade da polpa;

$J_g$  é a velocidade superficial do ar;

$J_l$  é a velocidade superficial do líquido;

$U_\tau$  é a velocidade terminal de ascensão das bolhas de ar;

$\Delta\rho$  é a diferença de densidade entre as fases polpa e ar;

$\rho_{sl}$  é a densidade da polpa;

$g$  é a aceleração da gravidade;

$Re_p$  é o número de Reynolds das partículas;

$Re_b$  é o número de Reynolds das bolhas;

A metodologia *Drift Flux* foi desenvolvida por Dobby et al. (1988), onde estes desenvolveram um modelo matemático empírico com o intuito de estimar o diâmetro médio das bolhas de ar em um processo de flotação por coluna. Este modelo matemático se baseia principalmente nos valores de *hold up* do ar e nas diversas velocidades das fases presentes da coluna (DOBBY et al., 1988).

A espuma gerada no processo de flotação traz várias características importantes quando se é analisado o desempenho do processo. Estas variáveis são utilizadas, muitas vezes, para o ajuste dos parâmetros de controle em processo de flotação. As principais características analisadas em uma espuma de flotação são: textura, velocidade de deslocamento, cor e tamanho das bolhas (SILVA & GALÉRY, 2013). Através destes parâmetros é possível prever uma grande quantidade de informações do processo e a partir destas estabelecer lógicas de controle apropriadas (ZARIE et al., 2020).

## 2.2. Visão Computacional

### 2.2.1. Watershed

Segmentação de imagens é uma tarefa que tem como objetivo encontrar grupos de *pixels* que pertencem a um mesmo conjunto, corpo ou objeto (SZELISKI, 2010). Quando se trata da

visão computacional este campo também é amplamente estudado. Neste trabalho é estudado o método *Watershed* para segmentação das bolhas em espuma de flotação. O algoritmo *Watershed* é um dos principais métodos utilizados em problemas de segmentação com foco na detecção de objetos e pode ser aplicado em muitos contextos práticos (KAEHLER & BRADSKI, 2016). Outros pesquisadores como Kaartinen et al. (2006), Hu et al. (2013) e Wang et al. (2019) utilizaram este método em suas respectivas pesquisas e obtiveram um alto nível de acurácia para identificação e segmentação das bolhas contidas em processos de flotação. Por estas características e potencial desempenho o método *Watershed* foi escolhido para análise e aplicação neste trabalho.

A transformada *Watershed* foi apresentada como método de segmentação por Digabel & Lantuéjoul (1978) e aplicada na detecção de contornos em imagens por Beucher & Lantuéjoul (1979). O método se resume no conceito de realizar a segmentação utilizando um gradiente, onde a partir dos níveis de cinza em uma imagem fossem formadas bacias de captação e no encontro entre duas destas bacias se formavam as linhas de divisão de águas dando nome ao método (KORBES, 2010). As regiões com valores de *pixels* mais altos são os picos e as com valores menores são denominados vales.

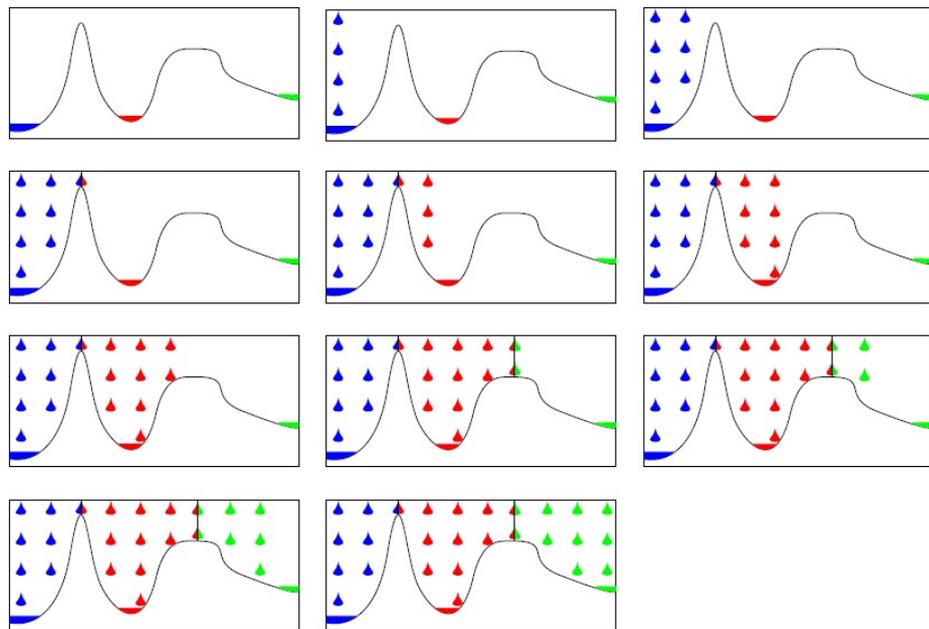


Figura 2.4: Ilustração visual do funcionamento do algoritmo *Watershed* com base no processo de inundação.

Fonte: (KORBES, 2010).

Utilizando o mesmo conceito da formação de bacias hidrográficas, durante o processo de inundação (considerando como valor de elevação os valores dos *pixels*) é verificado em quais regiões seriam formadas as bacias. Com base nesta ideia, o algoritmo é capaz de realizar a segmentação das imagens (SZELISKI, 2010). Um dos grandes problemas desta técnica é a supersegmentação (FORSYTH & PONCE, 2012). Como este método trabalha com os mínimos

locais analisando uma única região, isto pode ocasionar este problema e afetar os resultados esperados (SZELISKI, 2010). Uma maneira de diminuir este efeito é a utilização de marcadores como sementes para crescimento das regiões a serem segmentadas pelo algoritmo *Watershed*.

### 2.2.2. Transformada H-minima

Algoritmos de segmentação são amplamente utilizados nas mais diversas aplicações em processamento digital de imagens (KAEHLER & BRADSKI, 2016). Como citado na Seção 2.2.1, o método *Watershed*, é um dos mais frequentemente aplicados devido a sua aplicabilidade em problemas de segmentação. Um dos grandes desafios que podem ocorrer durante a utilização deste método é a supersegmentação. O uso de marcadores no método *Watershed* pode ser aplicado na tentativa de diminuir este efeito. Porém, em alguns casos apenas a utilização de marcadores não é suficiente. Muitas vezes, os principais causadores deste fenômeno são as regiões de valores mínimos de *pixel*, principalmente no algoritmo *Watershed* e seu princípio de funcionamento (SZELISKI, 2010). Sendo assim, em algumas aplicações, é necessário realizar uma normalização destas regiões de valores mínimos para evitar a supersegmentação.

A transformada H-minima é uma excelente ferramenta para suprimir estas regiões de valores mínimos não desejadas (JUNG & KIM, 2010). Em nossa pesquisa, aplicaremos esta transformada nas imagens de espuma de flotação em escala de cinza. Com o resultado desta transformada extrairemos os marcadores e aplicaremos o algoritmo *Watershed*. Aplicando esta transformada na imagem, em nosso caso de espuma de flotação, é possível diminuir consideravelmente as possibilidades de acontecer a supersegmentação. A transformada H-minima de uma imagem pode ser dada como (JUNG & KIM, 2010):

$$H_h(g) = R_g^\varepsilon(g + h) \quad (2.7)$$

Onde:

$h$  é a profundidade;

$R$  representa o operador de Reconstrução;

$\varepsilon$  representa o operador de Erosão;

$g$  é a inversa do mapa de distâncias;

Utilizando a transformada H-minima é possível suprimir todas as regiões com profundidade inferior ao valor  $h$  escolhido (ISMAIL et al., 2016). A Figura 2.5 mostra o efeito desta transformada para alguns valores de profundidade  $h$ .

Como pode ser observado, este valor  $h$  interfere diretamente no número de regiões segmentadas o que é útil no controle do efeito da supersegmentação na aplicação de métodos de segmentação (JUNG & KIM, 2010).

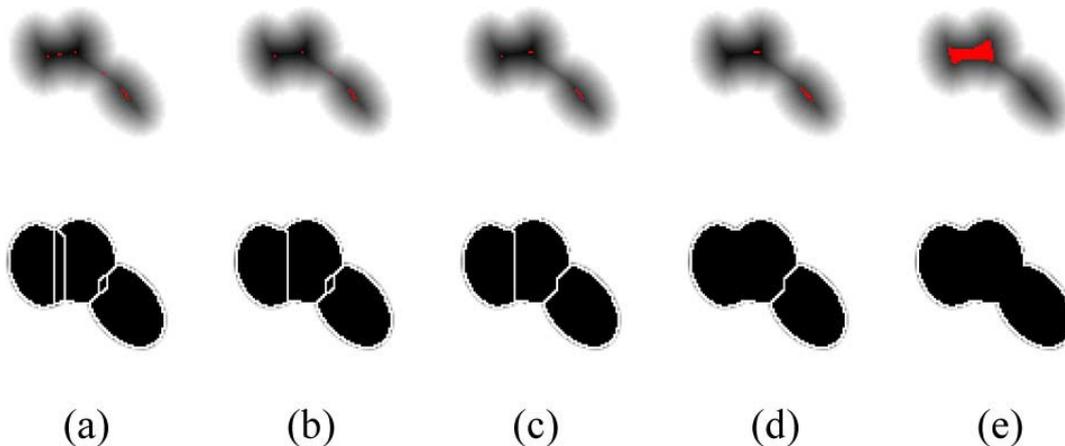


Figura 2.5: Efeitos na segmentação de imagens para alguns valores de  $h$ : (a)  $h = 0$ , (b)  $h = 1$ , (c)  $h = 2$ , (d)  $h = 5$ , e (e)  $h = 47$ .

Fonte: (JUNG & KIM, 2010).

### 2.3. Redes Neurais Convolucionais

Uma Rede Neural Convolutiva ou *Convolutional Neural Network* – *CNN* pode ser descrita como uma variação de redes de *Perceptrons* de múltiplas camadas inspirada no processo biológico de processamento de dados visuais (VARGAS et al., 2016). Da mesma forma que ocorre em muitas técnicas de visão computacional, uma rede CNN é capaz de realizar o processamento de imagens aplicando filtros em dados visuais mantendo a relação de vizinhança entre os *pixels* (VARGAS et al., 2016). A Figura 2.6 apresenta um exemplo de uma Rede Neural Convolutiva.

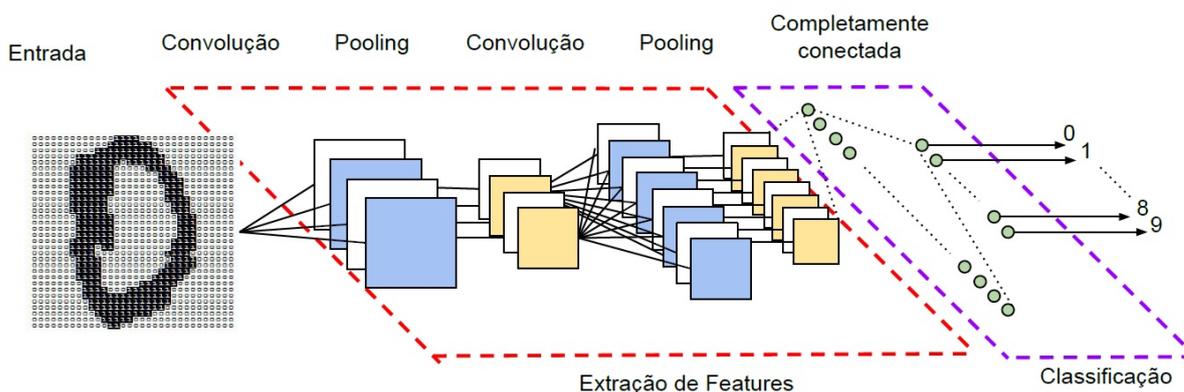


Figura 2.6: Exemplo de uma rede neural convolutiva e suas diferentes camadas.

Fonte: (VARGAS et al., 2016).

Zhang et al. (2019) define uma rede CNN como uma classe de redes neurais de aprendizagem profunda (*deep learning*). A *deep learning* consiste em um tipo de aprendizado automático, também utilizados em *machine learning*, capaz de modelar problemas com alta complexidade de abstração utilizando de camadas intermediárias, transformações lineares e não-lineares

para executar o processo de aprendizagem (GOODFELLOW et al., 2016).

Uma rede CNN é formada por múltiplas partes com diferentes funcionalidades. Cada camada de uma CNN pode ser chamada mapa de características (*feature map*). Cada neurônio desta classe de redes está conectado a um conjunto de *pixels* da camada anterior e em cada uma destas conexões é atribuído um peso (VARGAS et al., 2016). Esta combinação de neurônios e pesos produz uma saída que é repassada para camada seguinte. Estes pesos atribuídos as conexões dos neurônios representam o filtro de uma convolução também conhecido como *kernel* ou máscara (VARGAS et al., 2016). Em uma rede neural clássica um neurônio é conectado a todos os neurônios da camada anterior. Já na rede CNN estes são conectados apenas a um subconjunto de entradas. Isto faz com que as redes neurais convolucionais realizem análise de campos receptivos locais (VARGAS et al., 2016). Em resumo, uma rede CCN pode ser dividida em camadas de extração de características e classificação. Devido a sua capacidade de processamento de dados e aprendizagem profunda, esta técnica é amplamente aplicada em problemas de segmentação e classificação Zhang et al. (2019).

### 2.3.1. U-net

U-net é uma rede neural convolucional (CNN) desenvolvida por Ronneberger et al. (2015) para segmentação de imagens biomédicas. Ela foi desenvolvida com base na arquitetura *Fully Convolutional Network* (FCN). A arquitetura desta rede foi implementada de forma que necessitasse de poucas imagens para treinamento e resultasse em segmentações mais precisas (RONNEBERGER et al., 2015). Alguns resultados de segmentação obtidos por este método podem ser vistos na Figura 2.7.

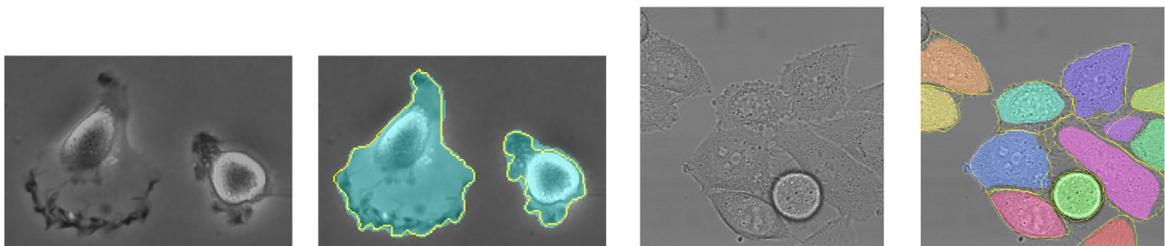


Figura 2.7: Exemplos de segmentação de imagens utilizando a rede U-net.  
Fonte: Ronneberger et al. (2015).

O conceito principal desta arquitetura é suplementar uma usual *contracting network* através de camadas sucessivas, onde os operadores de agrupamento (*pooling*) são substituídos por operadores de interpolação (*upsampling*). Isto é realizado para que se consiga uma maior resolução de saída. Após isto, as características de alta resolução obtidas pela camada de contração são combinadas com a saída da camada de interpolação. Com esta informação, uma sucessiva camada de convolução consegue aprender e construir o resultado com maior precisão

(RONNEBERGER et al., 2015). Um exemplo desta arquitetura utilizando uma função de ativação ReLU está ilustrado na Figura 2.8. Devido ao potencial deste modelo de rede neural na segmentação de imagens, este trabalho irá estudar a aplicabilidade da CNN U-net na segmentação de imagens de espuma de flotação. Os resultados obtidos serão comparados com os dados resultantes dos métodos de segmentação por processamento digital de imagens.

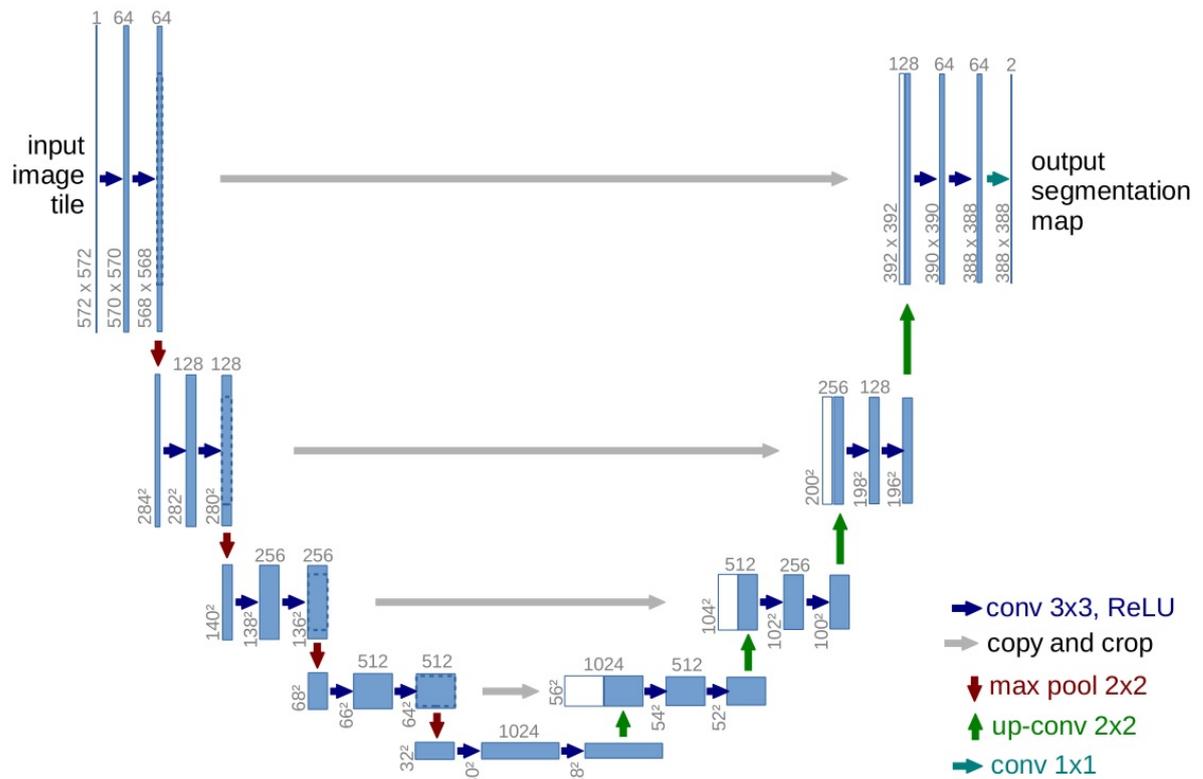


Figura 2.8: Arquitetura U-net (exemplo para 32x32 pixels na camada de mais baixa resolução).  
Fonte: Ronneberger et al. (2015).

Os trabalhos desenvolvidos por Hu et al. (2013), Wang et al. (2019) e Moghaddam et al. (2018) apresentam diferentes metodologias na utilização do algoritmo *Watershed* para a segmentação de bolhas em espuma de flotação. Zarie et al. (2020), no entanto, implementou uma rede CNN para realizar a tarefa de classificação de imagens com base no aspecto visual da espuma de flotação. Neste trabalho foi comparado os resultados desta CNN com os resultados obtidos por uma rede neural artificial convencional. A rede CNN alcançou um resultado de acurácia superior ao obtido pela rede neural convencional. Enquanto a CNN atingiu um valor de acurácia de 93,1% a rede convencional ficou abaixo de 80% para um mesmo conjunto de dados.

Esta diversidade de abordagens e a importância do processo de flotação para a indústria de mineração reforçam a necessidade de avançar os estudos nesta linha de pesquisa buscando desenvolver métodos de detecção e caracterização de bolhas em espuma de flotação cada vez mais precisos.

## 2.4. Visão Computacional e Espuma de Flotação

As pesquisas em busca da otimização do processo de flotação utilizando análise de imagens são realizadas desde o final da década de 80. Woodburn et al. (1989) desenvolveram um trabalho para caracterização das fases da espuma através do aspecto visual delas. Symonds & De Jager (1992), propuseram um método para a segmentação das bolhas contidas na espuma utilizando métodos morfológicos e técnicas de *thresholding* com base na escala de cinza da imagem. O objetivo deste trabalho era possibilitar que as bolhas fossem contadas e analisadas para a classificação da espuma através dos dados obtidos. O algoritmo de segmentação morfológica se tratava de um detector de borda residual utilizando um *spherical structuring element* (SE). Apesar dos resultados promissores, este método não se mostrou totalmente bem-sucedido na tentativa de identificação de bolhas na estrutura da espuma.

Moolman et al. (1994) apresentaram um método de análise de imagens da espuma de flotação utilizando técnicas baseadas nas cores e transformada rápida de Fourier (FFT) para processar os dados de vídeo na etapa de flotação, especialmente a espuma gerada em uma indústria de processamento de cobre. O método proposto foi capaz de distinguir diferentes níveis de cobre presentes na espuma e também obteve dados globais do sistema como tamanho médio das bolhas, direção do fluxo, formato das bolhas e mobilidade da espuma. Também é proposto um esquema de controle para ajuste da dosagem de reagentes no processo através dos resultados obtidos pelo sistema de aquisição de imagens. Este esquema está disposto na Figura 2.9. Moolman et al. (1995) também apresentaram uma abordagem diferente para este problema. Eles utilizaram as propriedades de textura da superfície da espuma como entrada para classificadores baseados em redes neurais. Utilizando este método foi possível classificar a espuma e detectar a mobilidade da mesma com um bom nível de acurácia. Este método foi aprimorado e também aplicado no processo de flotação em uma indústria de processamento de cobre. Eksteen (1995) utilizou os métodos apresentados por Moolman et al. (1994) na implementação de um sistema de controle automático baseado em visão computacional aplicado a flotação sob o ponto de vista da engenharia química. O seu trabalho concluiu como comercialmente viável a utilização destes métodos de controle aplicado a este processo.

Cipriano et al. (1998) implementaram um sistema em tempo real para supervisão de células de flotação. O trabalho apresentado utilizava um sistema chamado ACEFLOT (*software e hardware*). Este sistema era capaz de determinar a cor, número, tamanho, formato, densidade, velocidade e estabilidade das bolhas presentes na espuma de flotação. Para a segmentação das bolhas, o algoritmo reconhecia os pontos de maior brilho da imagem e os definiam como centro. Após definir o centro, o algoritmo buscava os pontos mais escuros utilizando como ponto de partida o centro anteriormente definido para determinar as bordas dos contornos. Ele também era capaz de determinar a velocidade e direção das bolhas na superfície da espuma comparando imagens consecutivas (20 *frames* por segundo) e calculando o vetor movimento de cada bolha.

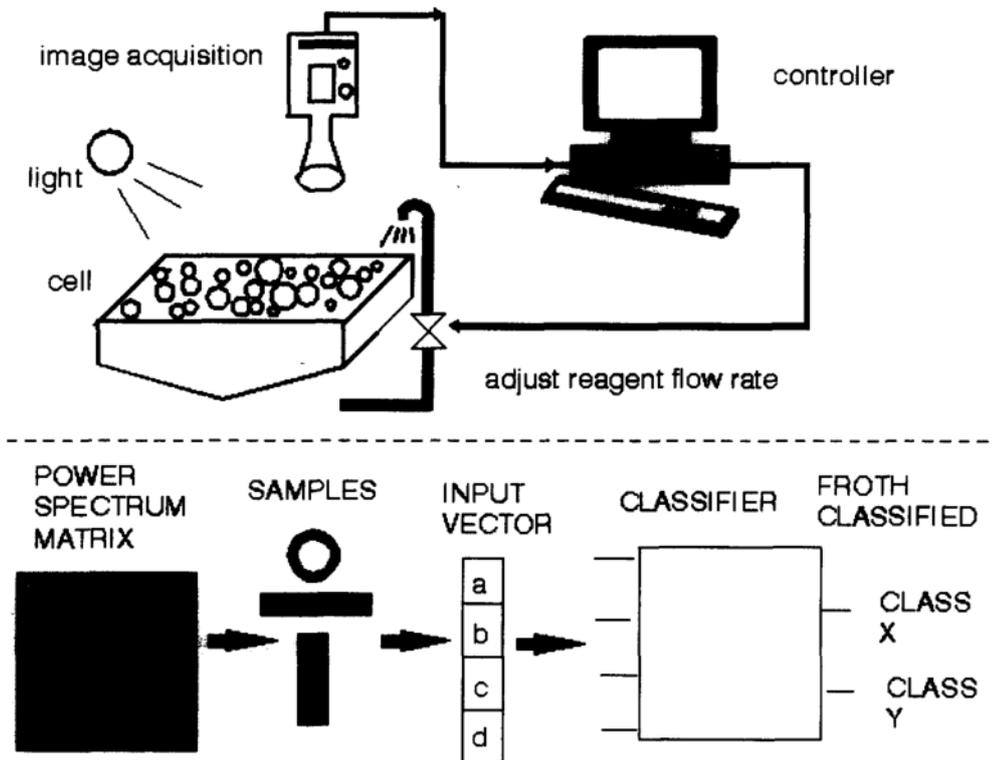


Figura 2.9: Esquema de controle para dosagem de reagentes em processo de flotação.  
 Fonte: Moolman et al. (1994).

Botha (1999) em sua dissertação de mestrado também apresenta um sistema de supervisão e análise em tempo real da espuma de flotação baseado em métodos de visão computacional. Ele traz a fundamentação teórica a respeito do método utilizado, onde aborda todas as etapas de pré-processamento até as análises finais no processamento de imagens. Neste trabalho, os algoritmos de visão computacional foram implementados em conjunto com a integração ao sistema de controle do processo. Ele avaliou alguns métodos para segmentação de imagens, destacando-se dentre eles o algoritmo *Watershed*.

Kaartinen et al. (2006) apresentaram um estudo de caso de um sistema de controle baseado em visão computacional aplicado a flotação de zinco. Neste trabalho, além de uma câmera, foi utilizado um espectrômetro para análise do processo. Na Figura 2.10 é ilustrada a arquitetura deste sistema. Eles conseguiram através deste sistema correlacionar cor, tamanho e velocidade das bolhas com os teores e recuperação de zinco respectivamente. O algoritmo de segmentação utilizado foi o *Watershed*. O trabalho de Kaartinen et al. (2006) tinha como objetivo aplicar as informações obtidas através da extração destas características na otimização de um sistema de flotação industrial. Analisando as ações realizadas rotineiramente pela equipe de operação, eles determinaram a metodologia de pesquisa e a partir disto implementaram leis de controle para a automação do sistema com base no aspecto visual da espuma. Como resultado prático, foi verificado o aumento na recuperação de minério com a aplicação do sistema proposto.



de acurácia acima de 89% nos testes realizados.



Figura 2.11: Imagem original da espuma de flotação em minério de cobre.  
Fonte: Hu et al. (2013).

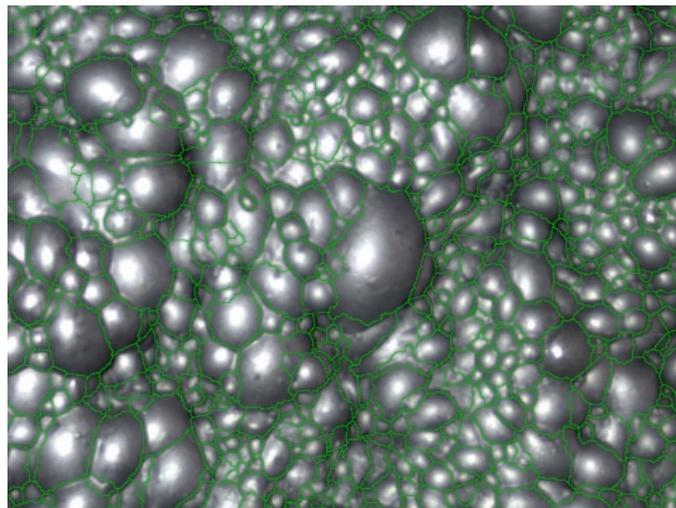


Figura 2.12: Imagem segmentada da espuma de flotação em minério de cobre.  
Fonte: Hu et al. (2013).

Wang et al. (2019) aplicaram em suas pesquisas um método baseado no algoritmo *Watershed* para extração de características da espuma de flotação em processamento de cobre. Neste trabalho foi apresentada todas as etapas de pré e pós-processamento de imagens com o objetivo de minimizar os efeitos negativos da iluminação sobre os resultados na etapa de segmentação. Entre as técnicas utilizadas, destaca-se a utilização da transformada de distâncias (*Distance Transform*) na imagem em preto e branco antes da aplicação do algoritmo *Watershed*.

Zarie et al. (2020) desenvolveram um modelo de CNN para classificação de imagens de espuma de flotação conforme dados do processo, como: vazão de ar, vazão da dosagem de reagentes, nível de espuma e percentual de sólidos.

Seguindo esta mesma linha de pesquisa, Liu et al. (2020) propuseram um modelo de CNN para a segmentação online de bolhas presentes na espuma utilizando um sistema de reconstrução de imagens para minimizar os possíveis defeitos que poderiam ocorrer durante a aquisição destas (baixa iluminação, borrões, vibrações, etc.). Esta pesquisa comparou os resultados do método proposto pelos autores (MsJ) com algumas CNN, como a rede U-net, e com métodos de segmentação clássicos como o algoritmo *Watershed*. Como resultado, o método MsJ proposto pelos autores conseguiram melhores resultados que os obtidos pelo *Watershed* e U-net, sendo que a U-net obteve melhor resultado que os demais métodos utilizados como: *Watershed*, *Valley-edge detection* e FCN-8S.

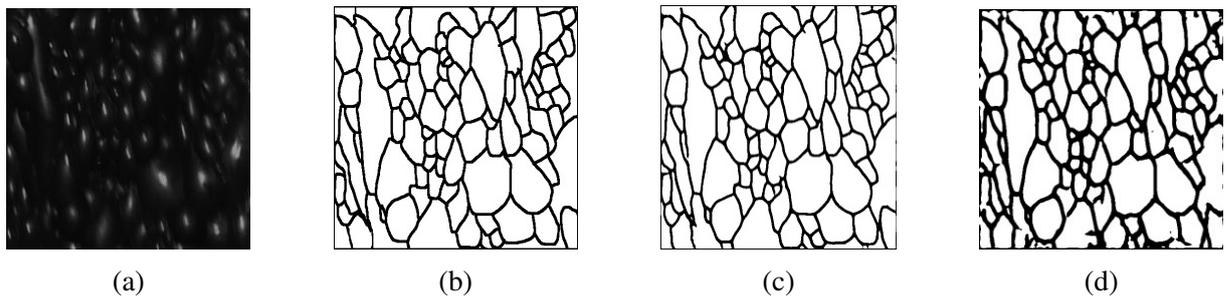


Figura 2.13: Comparação das metodologias aplicadas na segmentação de bolhas em espuma de flotação. (a) Imagem original (b) *Ground truth* (c) MsJ (d) U-net.

Fonte: Adaptado de Liu et al. (2020).

Neste trabalho será avaliado o método de segmentação de bolhas de flotação utilizando o algoritmo *Watershed* e também serão analisados os resultados obtidos por uma rede U-net para a mesma base de dados. Será verificada a aplicabilidade de ambos os métodos na estimativa do tamanho de bolhas em espuma de flotação bem como o desempenho de cada um destes. Também é discutido a metodologia para criação do *Ground Truth* e aplicação no modelo de treinamento. Este trabalho, além da avaliação dos métodos de segmentação descritos, realiza uma experimentação da aplicação da transformada H-minima como ferramenta para prevenir a supersegmentação das imagens quando aplicado o algoritmo *Watershed*. Ao final são apresentados os esclarecimentos e constatações obtidas através dos experimentos propostos.

## 3. Materiais e Métodos

Para construção dos métodos de segmentação e estimativa do tamanho de bolhas é necessário definir as etapas e a metodologia de trabalho. Neste capítulo estão apresentados os materiais e métodos que serão empregados nesta pesquisa. Também serão detalhados a área de estudo central, o conjunto de dados, as ferramentas e as técnicas a serem utilizadas. Os dados utilizados serão de imagens reais da espuma de flotação oriundas de processos de mineração. O objetivo desta pesquisa é implementar uma metodologia para segmentação de bolhas em espuma de flotação e estimar os seus respectivos tamanhos. Também serão estudados a aplicabilidade de alguns métodos de visão computacional e rede CNN U-net para realização desta tarefa. A avaliação das restrições para aplicação destas metodologias também é parte importante deste trabalho.

### 3.1. Metodologia

A metodologia de desenvolvimento deste trabalho consiste das seguintes etapas: definição do conjunto de dados, pré-processamento, métodos de segmentação, cálculos dimensionais, avaliação dos resultados e avaliação das abordagens.

Para o desenvolvimento desta metodologia é necessário determinar o conjunto de imagens a serem utilizadas na pesquisa. Com esta definição é possível verificar as principais características e possíveis interferências para aplicação dos métodos propostos. Sombras, reflexos, partes de equipamentos, defeitos de filmagens, baixa resolução, dentre outras condições podem impactar diretamente no resultado desejado. Desta forma é importante interpretar o conjunto de dados a ser utilizado e realizar os devidos ajustes antes da aplicação das técnicas de segmentação. Além destes ajustes, realizar o pré-processamento das imagens interfere diretamente na qualidade e alcance dos objetivos estipulados. Nesta etapa serão estudados os filtros e métodos de *thresholding* a serem utilizados neste trabalho. Por fim, serão estudados os métodos de segmentação de imagens e a aplicação dos cálculos dimensionais na estimativa do tamanho médio das bolhas em uma imagem de espuma de flotação. Em resumo, este projeto seguirá a seguinte metodologia:

- Definição do conjunto de imagens;
- Avaliação das principais características do conjunto de imagens que impactam os resultados da pesquisa;
- Estudo dos métodos de pré e pós-processamento de imagens;
- Análise dos métodos de segmentação de imagens aplicados;
- Estudo do método utilizando uma rede CNN U-net;

- Cálculo e estimativa do tamanho médio das bolhas presentes em cada imagem;
- Validação dos resultados e comparação dos métodos.

O fluxograma ilustrando a metodologia descrita pode ser visto na Figura 3.1. Todo o trabalho foi desenvolvido seguindo as premissas e passos estabelecidos neste fluxograma. O detalhamento de cada etapa será realizado nas demais seções deste capítulo.

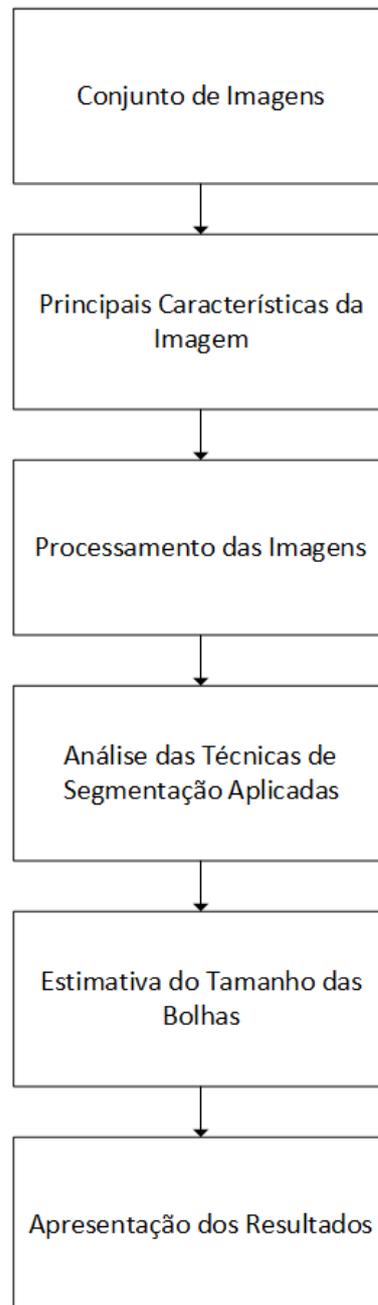


Figura 3.1: Metodologia de pesquisa utilizada.  
Fonte: O autor (2021).

## 3.2. Caracterização da área de estudo

Este projeto tem como ponto central a análise de métodos de processamento de imagens aplicados na detecção e segmentação de bolhas existentes em espumas geradas por processos de flotação. A partir desta detecção, aplicar algoritmos de dimensionamento e estimar a área de cada bolha presente em uma imagem capturada do processo.

Os estudos se concentrarão no campo da visão computacional. Este campo representa o estudo detalhado do processo físico de captura e formação da imagem para ser possível através destas: retirar simples informações de cada *pixel*, combinar informações de várias imagens, contar, reconhecer objetos, dentre outros. Ela pode ser aplicada na robótica, indústria, área militar, medicina e outros (FORSYTH & PONCE, 2012).

Entre os métodos detalhados no campo da visão computacional, nesta pesquisa, serão abordadas as etapas de pré-processamento de imagens, os algoritmos para cálculo das dimensões da bolha, detecção de borda e segmentação de imagens.

Após a obtenção de resultados utilizando as técnicas de processamento de imagens, o experimento será repetido, desta vez, aplicando uma CNN U-net e comparado com os resultados obtidos anteriormente.

## 3.3. Conjunto de Dados

As imagens utilizadas nesta pesquisa são fotos e vídeos obtidos da superfície da espuma de flotação. Estas imagens são de casos práticos na indústria de mineração e contém cenários com variações na textura, cor e no tamanho das bolhas. Estas condições são relevantes, pois impactam nos resultados dos métodos e são condicionantes para uma boa avaliação dos métodos de detecção e estimativa de tamanho das bolhas. Em condições práticas na indústria de mineração estas variações, principalmente quanto ao tamanho das bolhas, são comuns. Sendo assim, um método eficiente deverá conseguir estimar o tamanho das bolhas mesmo nestas condições de variabilidade.

Os principais fatores que impactam esta metodologia são: iluminação e qualidade das imagens. As condições de instalação dos equipamentos para aquisição de imagens também são importantes. Em muitos dos cenários industriais, os equipamentos de flotação não possuem um nível de iluminação uniforme ao longo do período de funcionamento destes. Estes equipamentos, geralmente, trabalham 24 horas por dia, 7 dias por semana. Ou seja, existe uma grande variação nos níveis de luminosidade durante os períodos noturnos ou nublados, por exemplo. Mesmo com a utilização de iluminação artificial estes efeitos podem afetar as imagens capturadas.

Outro fator relevante é a qualidade das imagens. Pelas características do ambiente industrial, muitas vezes, podem ocorrer vibrações nos equipamentos de flotação o que podem gerar borrões ou deixar as imagens “tremidas”. A qualidade dos equipamentos de captura de

imagens também impacta a metodologia proposta, por influenciar diretamente o nível de detalhe dos dados. Por fim, também é necessário que estes equipamentos se mantenham limpos e com uma rotina de manutenção periódica.

Com o intuito minimizar os impactos destes fatores serão estudados alguns métodos de processamento de imagens, os quais serão apresentados nas próximas seções. É muito importante o mapeamento destes fatores de ambiente antes da construção do conjunto de dados para parametrizar as técnicas de processamento de imagens conforme as variáveis identificadas.

O conjunto de dados utilizado foi o *dataset* disponibilizado por Zhang (2019) no repositório IEEE *Dataport*. Este conjunto contém 228 imagens diferentes de espuma de flotação de um mesmo processo com resolução de 692x518 *pixels*.



Figura 3.2: Amostras do conjunto de imagens de teste para os métodos de detecção de bolhas. Fonte: Zhang (2019).

Também foram utilizadas, para validação do algoritmo, imagens de flotação de alguns trabalhos já executados como, por exemplo, a pesquisa de Hu et al. (2013), para comparação e verificação dos resultados preliminares. Estas imagens podem ser vistas nas Figuras 2.11 e 2.12 do Capítulo 2.

Um passo importante antes de realizar o pré-processamento das imagens é o ajuste da área de trabalho, isto é, certificar que as imagens apenas contenham a espuma e eliminar possíveis interferências como, por exemplo: bordas de tanques ou partes dos equipamentos de flotação.

Os dados a serem extraídos das imagens são: área e distribuição média do tamanho das bolhas. Para cada amostragem será verificada a acurácia na estimativa destes parâmetros quando comparado ao método manual.

### 3.4. Ambiente Computacional

Para desenvolvimento dos métodos de segmentação de bolhas foi utilizado um computador com as seguintes especificações:

- Sistema Operacional: *Windows 10 Home 64 Bits*;
- Memória RAM: 16 GB;

- Disco Rígido: NVMe Samsung SSD 970 500GB;
- Processador: Intel(R) Core(TM) i7-9750H CPU @ 2.60GHz;
- Placa de Vídeo: Nvidia GeForce GTX 1660 Ti 6GB;

O método de segmentação de bolhas através do algoritmo *Watershed* foi implementado em ambiente MATLAB® da empresa MathWorks. A versão do *software* utilizado foi:

- MATLAB® R2018B 64 *Bits*;

O *software* MATLAB® é um ambiente de desenvolvimento computacional para análises e implementação de sistemas envolvendo: álgebra linear, gráficos, simulações dinâmicas dentre outras aplicações. A plataforma também disponibiliza uma coleção de bibliotecas para desenvolvimento de aplicações para visão computacional (CORKE, 2007). Sendo assim, o *software* MATLAB® foi escolhido para implementação do método de segmentação pelo algoritmo *Watershed*.

A implementação da rede U-net para segmentação das bolhas foi desenvolvida em ambiente *Python*. Foram utilizadas as seguintes especificações no desenvolvimento do método:

- *Python* 3.8;
- TensorFlow 2.3.0;
- Keras 2.4.3;
- Scikit-Image 0.18.1;

A biblioteca TensorFlow é uma API de código aberto para *Machine Learning* amplamente utilizada em diversos ambientes. Desenvolvida pelo Google, esta API suporta uma variedade de aplicações com foco em treinamento e operações de redes neurais. A API Keras é uma biblioteca de código aberto para desenvolvimento de aplicações utilizando *Deep Learning*. Para as operações e processamento das imagens foi utilizada a biblioteca Scikit-Image.

### 3.5. Método *Watershed*

O método de detecção e análise utilizando o algoritmo *Watershed* foi construído conforme as etapas a seguir: pré-processamento das imagens, algoritmos de segmentação e extração das características de interesse da espuma. A Figura 3.3 apresenta o fluxograma de trabalho adotado. Este método foi implementado utilizando o *software* MATLAB®.

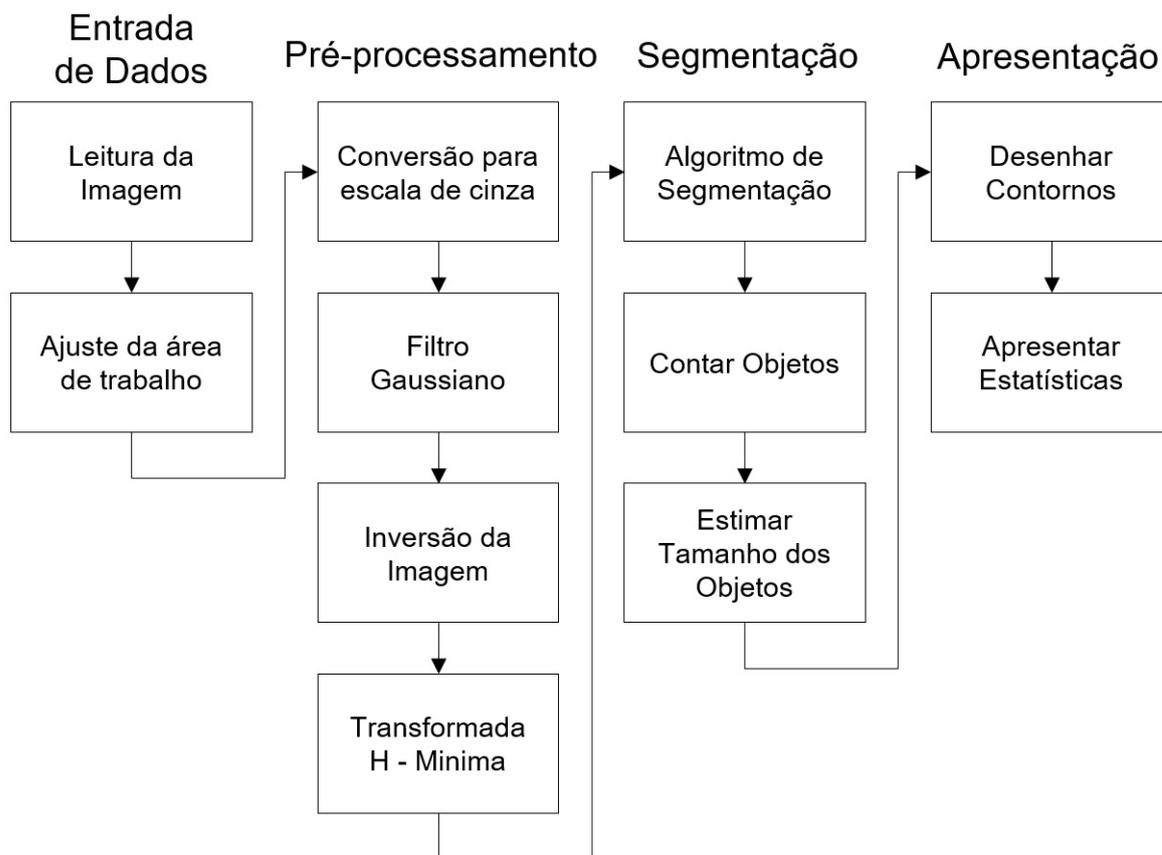


Figura 3.3: Fluxograma do método de detecção e estimativa de tamanho de bolhas.  
Fonte: O autor (2020).

### 3.5.1. Processamento de Imagens

Como as imagens obtidas estão em espaço RGB (*Red, Green, Blue*), para aplicação do método proposto é necessário converter a imagem para escala de cinza e posteriormente realizarmos a segmentação. Para a eliminação dos ruídos é aplicado um filtro gaussiano bidimensional com desvio padrão  $\sigma = 1$  sobre a imagem em escala de cinza. Este valor foi escolhido após a realização de diversas simulações do método variando o valor de  $\sigma$ . Um valor muito alto de  $\sigma$  resulta em uma alta descaracterização da imagem o que inviabiliza a segmentação. Já um valor muito baixo, para este conjunto de dados, resultou em erros durante a segmentação das bolhas. Este filtro se mostrou muito importante como uma das formas para evitar a supersegmentação da imagem. O filtro gaussiano é um método de filtragem que atua como um filtro passa baixa cujo objetivo é eliminar ruídos existentes e tem como resultante a suavização da imagem (GONZALEZ & WOODS, 2010).

Uma ferramenta matemática eficiente para evitar a supersegmentação é a transformada H-minima (JUNG & KIM, 2010). Esta transformada realiza a normalização dos valores mínimos regionais de uma imagem em relação a um valor  $H$ , também chamado de *height threshold value* (ISMAIL et al., 2016). Este valor  $H$  é escolhido de forma a realizar a supressão dos valores mínimos regionais utilizando como referência o seu respectivo valor, de modo a permanecer

apenas os valores mínimos significantes (JUNG & KIM, 2010).

Para cada conjunto de testes foram realizadas diversas simulações para determinação deste valor  $H$  com o intuito de encontrar o melhor resultado. Outras alternativas para minimizar os efeitos da supersegmentação também foram avaliados no desenvolvimento deste trabalho (operações morfológicas e filtros), sendo que para este conjunto de dados a transformada H-minima se mostrou mais eficiente. Na Figura 3.4 é ilustrado o princípio de funcionamento desta transformada para  $H$  igual a 20% do máximo valor de *pixel*.

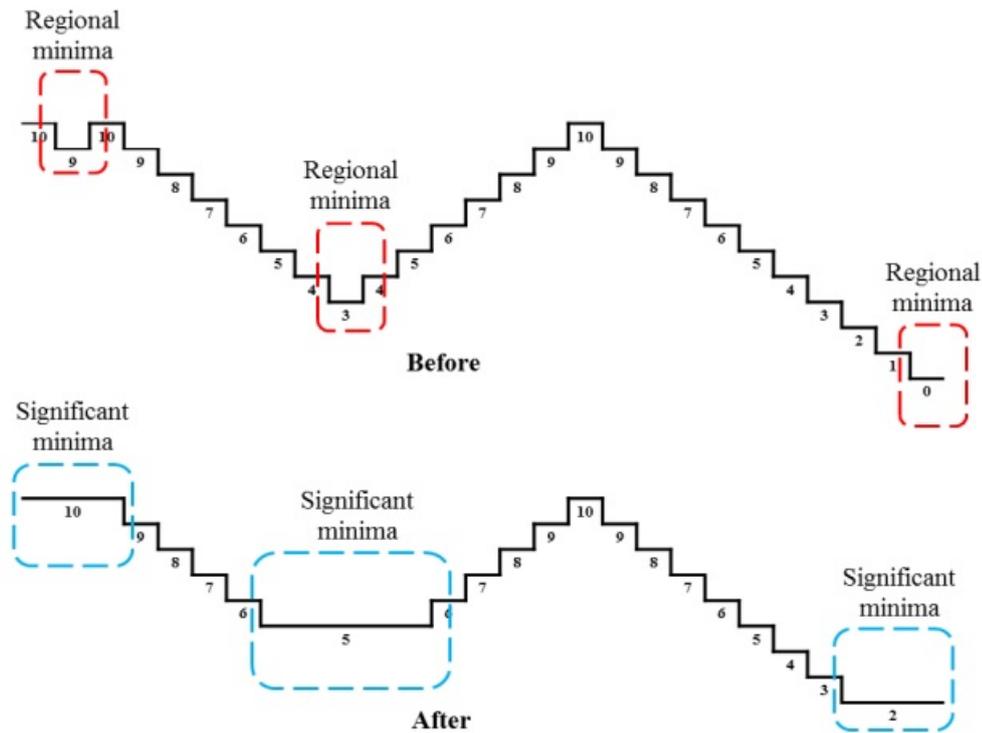


Figura 3.4: Funcionamento da transformada H-minima para um diagrama unidimensional para  $H = 2$  (20% do máximo valor de *pixel*).

Fonte: Ismail et al. (2016).

Utilizando este exemplo é possível descrever o princípio de funcionamento deste método. Como o valor  $H$  escolhido é 20%, o valor a ser acrescido nos mínimos locais da imagem é 20% do valor máximo de *pixel*. O valor máximo de *pixel* desta imagem é igual a 10, então o valor a ser acrescido nos locais de supressão será igual a 2 (limitando-se ao valor máximo de *pixel* da imagem). A Figura 3.4 possui 3 mínimos locais: 9, 3 e 0 (destacados em vermelho). Desta forma, após a aplicação da técnica H-minima, estes locais agora são: 10, 5 e 2. Em resumo este método foi utilizado nesta pesquisa para realizar a normalização dos mínimos locais de *pixel* da imagem e minimizar a supersegmentação.

### 3.5.2. Método de Segmentação de Imagens

Nesta pesquisa foi experimentada a técnica de segmentação de imagens *Watershed*. Antes de se aplicar a técnica *Watershed* foram experimentadas técnicas de *thresholding* na tentativa de detectar as bolhas em uma imagem de espuma de flotação. Os métodos de *thresholding* utilizados foram: Otsu e adaptativo. Porém, os métodos não foram capazes de realizar tal tarefa.

Quanto ao algoritmo *Watershed* é necessário definir os marcadores antes de iniciar o processo de segmentação. Como citado na Seção 2.2.1, a definição dos marcadores é etapa importante para evitar a supersegmentação das imagens. Para a criação destes marcadores foram analisadas as regiões de pico existentes na imagem (regiões com maiores valores de *pixels*). Observando o conjunto de imagens deste trabalho, percebe-se que os picos estão contidos próximos aos centros de cada bolha. Para utilizar estas regiões como marcadores seria necessário que estas fossem vales ao contrário de picos. Isto é importante para que ocorra a formação das bacias o mais próximo possível do o que seriam as delimitações de borda de cada bolha. Sendo assim, é necessário antes de aplicar o *Watershed* inverter as cores da imagem que estão em escala de cinza. Com a imagem invertida, agora podemos utilizar as regiões de valor mínimo como marcadores no processo de segmentação. Na Figura 3.5 é ilustrado um exemplo do resultado da extração destes marcadores utilizando como imagem original a Figura 2.11. Cada etapa para construção destes marcadores e aplicação do método *Watershed* estão descritos nas seções a seguir.

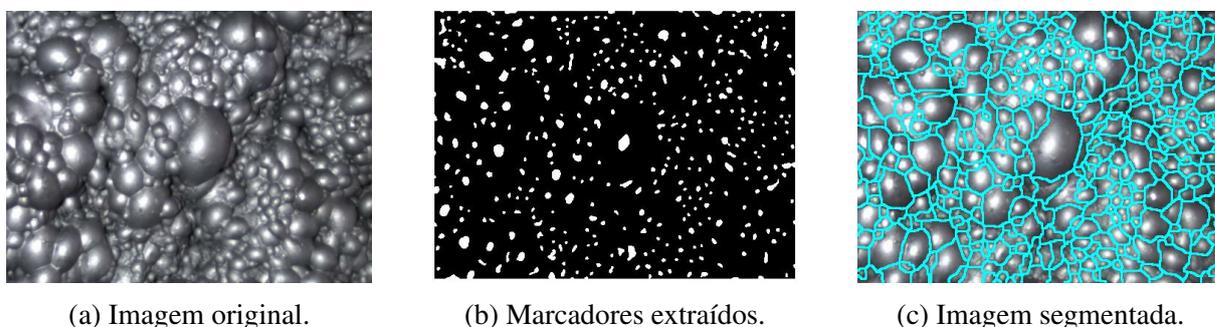


Figura 3.5: Exemplo de marcadores utilizados para segmentação.  
Fonte: O autor (2021).

### 3.5.3. Metodologia *Watershed*

Conforme apresentado na Figura 3.3, a metodologia empregada para segmentação de bolhas utilizando *Watershed* se inicia com a imagem original em escala RGB como a Figura 3.6a a seguir. Este exemplar é uma imagem em escala e cores reais da espuma de um processo de flotação.

Após a leitura da imagem original o próximo passo da metodologia é converter a imagem em escala RGB para escala de cinza. A imagem em escala de cinza está disposta na Figura 3.6b.

Essa conversão para escala de cinza é necessária para possibilitar a aplicação dos métodos de processamento de imagens como *Watershed* e transformada H-minima.

Para eliminação de possíveis ruídos na imagem que possam impactar a segmentação é aplicado um filtro gaussiano bidimensional com desvio padrão  $\sigma=1$ . Como descrito na Seção 3.5.1, este valor foi escolhido após ter se mostrado o mais eficiente na segmentação de bolhas do conjunto de dados escolhido através da realização de testes variando este valor.



Figura 3.6: Processamento inicial das imagens para aplicação do algoritmo *Watershed*.  
Fonte: O autor (2021).

Como os valores de máximo de *pixel* (picos) estão localizados nos centros de cada bolha, para aplicação do algoritmo *Watershed* é necessário transformar estes em valores mínimos locais de *pixel* (vales). Isto é necessário pelo princípio de funcionamento do método onde as áreas a serem segmentadas devem formar “represas”. Por esta razão, o próximo passo é inverter a imagem após a aplicação do filtro gaussiano. O resultado pode ser observado na Figura 3.7a.

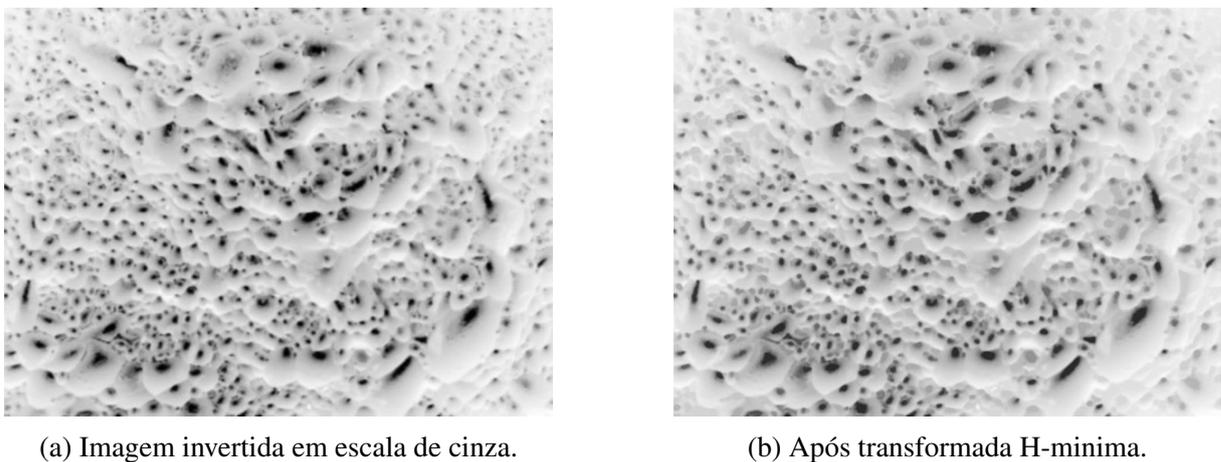
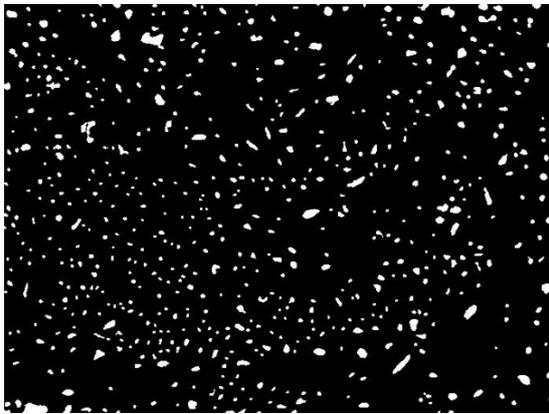


Figura 3.7: Inversão da imagem e aplicação da transformada H-minima.  
Fonte: O autor (2021).

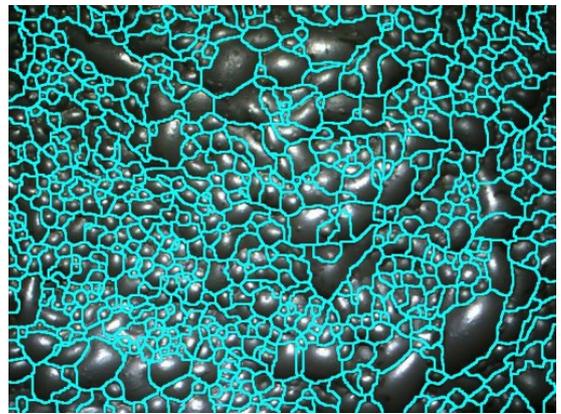
Agora com a imagem invertida, aplicamos a transformada H-minima para normalizar as regiões de valores mínimos de *pixel* e evitar a supersegmentação quando aplicarmos o algoritmo *Watershed*. A imagem após a aplicação da transformada H-minima está ilustrada na Figura 3.7b.

Para aplicação do algoritmo *Watershed* é necessário, para este estudo de caso, extrair os marcadores para realizar a segmentação das imagens. Utilizaremos como marcadores as áreas

de reflexo de cada bolha, as quais são as regiões de valor mínimo *pixel* da Figura 3.7b. Os marcadores extraídos podem ser observados na Figura 3.8a.



(a) Extração de marcadores.

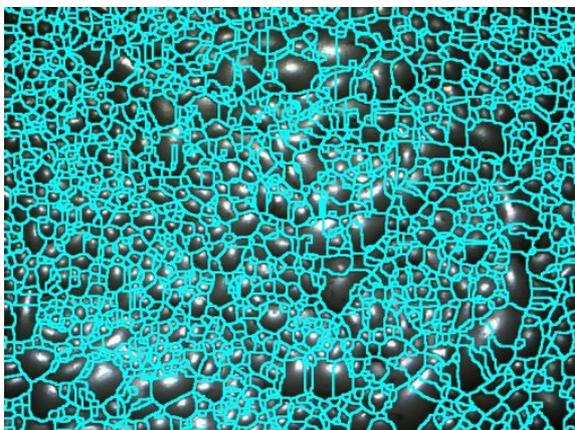


(b) Resultado da segmentação.

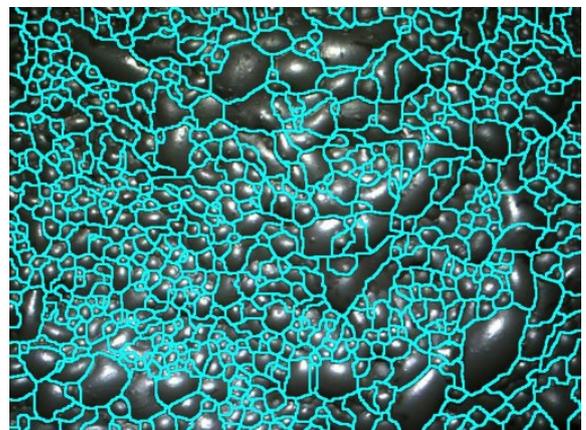
Figura 3.8: Extração de marcadores e resultado da segmentação utilizando o método *Watershed*.  
Fonte: O autor (2021).

Por fim, com os marcadores extraídos e a imagem já pré-processada, aplicamos o algoritmo de segmentação *Watershed*. Com o resultado obtido é aplicada uma máscara das regiões segmentadas sobre a imagem original para apresentação dos resultados. O resultado desta metodologia de segmentação pode ser visto na Figura 3.8b.

Apresentada na Seção 3.5.1, a Transformada H-minima possui um grande potencial para evitar a supersegmentação das imagens quando aplicada em conjunto com o algoritmo *Watershed*. Neste trabalho, este método apresentou bons resultados em evitar a supersegmentação das imagens de espuma de flotação. A sua capacidade de normalização das regiões de valores mínimos de *pixel* se mostrou eficiente e possibilitou uma melhor segmentação. A Figura 3.9 apresenta uma comparação entre as segmentações com e sem a aplicação da transformada H-minima.



(a) Segmentação sem a transformada H-minima.



(b) Segmentação com a transformada H-minima.

Figura 3.9: Efeito da aplicação da transformada H-minima na segmentação das imagens.  
Fonte: O autor (2021).

## 3.6. Método U-net

Para implementação do método de segmentação utilizando a rede CNN U-net foram utilizados os conceitos teóricos apresentados na Seção 2.3.1 do Capítulo 2. Os parâmetros utilizados para realização do treinamento da rede estão dispostos a seguir:

- Amostras de imagens para treinamento: 198;
- *Batch Size*: 2;
- Número de passos por época: 100;
- Número máximo de épocas de treinamento: 50;
- Número de passos total: 5000;
- Função de ativação: ReLU (*Rectified Linear Unit*);

Estes parâmetros foram escolhidos após diversas simulações do modelo variando-se os parâmetros da rede CNN e obtiveram os melhores resultados. Para realização dos testes da rede U-net treinada, foram utilizadas 30 amostras de imagens de espuma de flotação. Com a imagem segmentada através da rede neural é necessário realizar um pós-processamento para detecção dos contornos e criação das máscaras de segmentação. O conjunto de dados utilizado está descrito na Seção 3.3.

### 3.6.1. *Data Augmentation*

Um *dataset* limitado pode ser um grande desafio para aplicação em modelos de *deep learning*, como por exemplo as redes neurais convolucionais. Um modelo de treinamento em redes neurais exige um grande volume de dados (ANTONIOU et al., 2018). Modelos com um conjunto de dados reduzido podem sofrer de um fenômeno chamado *overfitting*. Isto acontece quando o modelo de treinamento “memoriza” algumas características específicas do conjunto de treinamento e perde a capacidade de generalização para entradas diferentes das existentes no conjunto de treinamento (ANTONIOU et al., 2018; DIETTERICH, 1995). Em resumo, o *overfitting* impacta diretamente na capacidade de predição da rede neural o que resulta em resultados não satisfatórios do modelo.

Uma maneira de aumentar a diversificação do *dataset* e evitar o *overfitting* é a utilização de técnicas de *Data Augmentation* (SHORTEN & KHOSHGOFTAAR, 2019). Este método se diferencia da maioria dos outros, pois este trabalha na causa raiz do problema de *overfitting* que é o conjunto de dados de treinamento. Através das transformações realizadas pelos métodos de *Data Augmentation* é possível extrair ainda mais informações do *dataset original* (SHORTEN & KHOSHGOFTAAR, 2019).

Os métodos de *Data Augmentation* conseguem executar este aumento no volume e diversificação do *dataset* através da realização de várias transformações no conjunto de dados original (KRIZHEVSKY et al., 2012). Estas transformações podem ser, por exemplo: transformações geométricas, fotométricas, no espaço de cores e baseadas em *Deep Learning* (ANTONIOU et al., 2018; SHORTEN & KHOSHGOFTAAR, 2019).

Nesta pesquisa, o conjunto de dados utilizado possui 228 imagens, onde 198 foram utilizadas para treinamento e 30 para testes da rede. Para aumentar o *dataset* e evitar o *overfitting* do modelo foram utilizadas algumas técnicas de *Data Augmentation*. Foram aplicadas, neste trabalho, as seguintes transformações geométricas: Rotação, Translação, *Shear*, *Zoom* e *Flipping*.

### 3.6.2. Criação do *Ground Truth*

O conjunto de dados de Zhang (2019) apresentado na Seção 3.3 não disponibiliza as suas respectivas imagens *Ground Truth*. Para treinamento da rede U-net foi necessário estabelecer uma metodologia para criação destas amostras. A criação deste conjunto de *Ground Truth* de maneira manual não se mostrou viável a curto prazo devido ao número de amostras do conjunto de treinamento (198 imagens), ao número de bolhas e aos detalhes existentes em cada imagem de espuma de flotação. Desta forma, foi utilizado o algoritmo *Watershed* citado na Seção 3.3 para criação do *Ground Truth*.

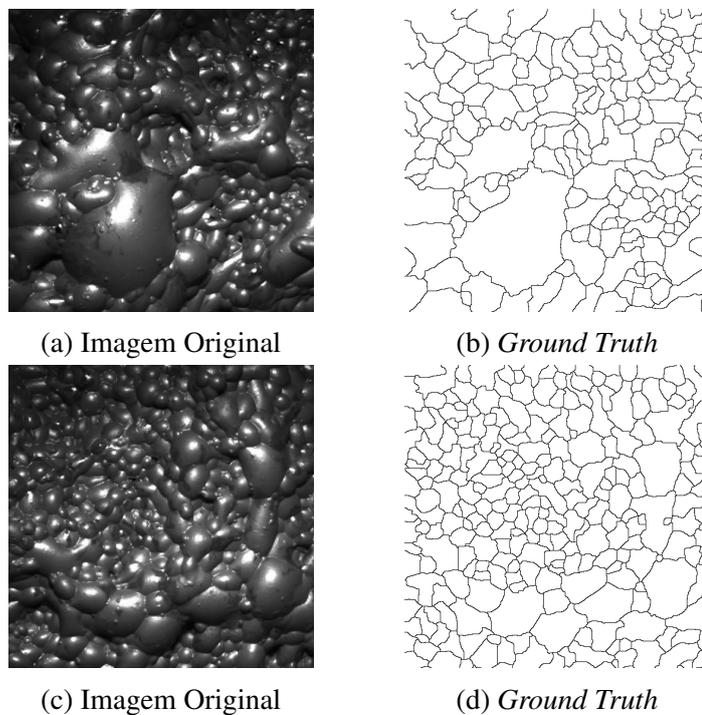


Figura 3.10: Exemplos de *Ground Truth* criado utilizando *Watershed*.

Fonte: O autor (2021).

Após a aplicação do *Watershed* para segmentação é realizado um pós-processamento

das imagens para padronização dos resultados conforme Figura 3.10. Também é realizada uma correção manual nas imagem de *Ground Truth* onde encontrados erros de segmentação. Porém este ajuste não é uma tarefa fácil, principalmente nas regiões mais escuras da imagem.

Esta metodologia se mostrou rápida e eficiente para a geração do *Ground Truth* para o conjunto de dados desta pesquisa. Por ser um método automático, é possível repetir as simulações e realizar ajustes manuais buscando a criação de um conjunto *Ground Truth* melhor. Apesar do bom desempenho, este método não gera um conjunto *Ground Truth* perfeito devido a complexidade das imagens, os quais podem impactar o treinamento do modelo U-net. Esta análise será discutida na Seção 4.3 do Capítulo 4. Em resumo, foi utilizada esta metodologia para criação do conjunto *Ground Truth* e aplicado para treinamento da rede U-net desta pesquisa.

### 3.7. Análise dos Resultados e Estimativa do Tamanho de Bolhas

Após a segmentação da imagem através dos métodos propostos, a próxima etapa da metodologia é contar o número de segmentos e estimar os seus tamanhos. Para o nosso problema, cada segmento é uma bolha, e o tamanho será calculado através da área em número de *pixels* de cada corpo encontrado e gerado um histograma destes tamanhos estimados. Após este cálculo é desenhado os contornos de cada bolha utilizando como fundo a imagem original e apresentados os resultados obtidos.

Antes de se construir o histograma de tamanhos é necessário realizar a exclusão dos *outliers* existentes no conjunto de segmentos encontrados. Um *outlier* pode ser definido como um evento distante em relação as outras observações em um mesmo espaço amostral. Estes distanciamentos, muitas vezes, são chamados observações “anormais”, contaminantes, estranhas dentre outras designações (FIGUEIRA, 1998). Em nosso caso prático, estes *outliers* são gerados a partir de diversas situações como: erros na segmentação, falhas na aquisição das imagens, eventos isolados ou até mesmo eventos indesejados de processo. Desta forma, a retirada destes *outliers* garante uma melhor compreensão dos resultados alcançados.

Para este estudo de caso, foi definido como *outlier* todo o valor de área encontrado que fosse superior a 3 vezes o *median absolute deviations* (MAD), também conhecido como desvio absoluto médio. Onde a equação para determinar este desvio absoluto médio é:

$$MAD = \frac{\sum_{i=0}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad (3.1)$$

Onde:

$x$  é o conjunto de valores;

$\bar{x}$  é a média dos valores;

$n$  é o número de amostras do conjunto;

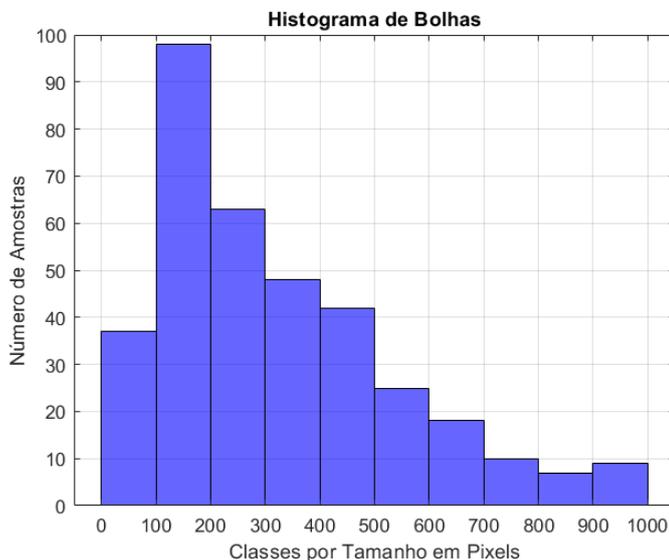


Figura 3.11: Exemplo de histograma de tamanho de bolhas.  
Fonte: O autor (2021).

Com todas as áreas calculadas e retirados os *outliers* é gerado o histograma de tamanhos de cada imagem como ilustrado na Figura 3.11. Com estas informações consolidadas agora é possível extrair algumas informações estatísticas importantes de cada amostra. Neste trabalho, para cada imagem segmentada, foram calculados: o desvio padrão, média e variância das áreas em *pixel* de cada segmento encontrado (bolhas) para análise dos resultados.

### 3.8. Acurácia do Método

Para interpretarmos a efetividade dos métodos de segmentação aplicados é necessário estabelecer uma métrica para avaliação da acurácia dos mesmos. No trabalho de Hu et al. (2013) foi utilizado como métrica a razão entre o número de bolhas encontrados automaticamente pelo número de bolhas obtidos manualmente. Estes também realizaram a análise visual da imagem para determinar se o processo de segmentação ocorreu de forma satisfatória ou se ocorreu alguma falha no processo como, por exemplo, uma possível supersegmentação ou subsegmentação.

Nesta pesquisa foi utilizado métrica semelhante a utilizada por Hu et al. (2013) para determinação da acurácia dos métodos. Desta forma, primeiramente é realizada uma verificação qualitativa (análise visual) da segmentação. Após a validação da segmentação é calculado o erro do processo e obtida a acurácia em porcentagem. O cálculo de acurácia, neste trabalho,

é realizado para cada processo de segmentação. A fórmula para determinação da acurácia dos métodos está disposta a seguir:

$$E = \frac{|U - M|}{M} \quad (3.2)$$

$$A = (1 - E) \cdot 100\% \quad (3.3)$$

Onde:

U é o número de bolhas contadas pelos métodos de segmentação;

M é o número de bolhas contadas manualmente;

E é o valor do erro encontrado para cada processo de segmentação;

A é o valor da acurácia obtida para cada processo de segmentação;

## 4. Resultados e Discussão

Os métodos de detecção e estimativa de tamanho de bolhas em espuma de flotação propostos neste trabalho foram implementados em ambiente MATLAB® e Python conforme descrito na Seção 3.4. O conjunto de imagens utilizado para testes e validação de cada método estão descritos na Seção 3.3. A Figura 4.1 apresenta alguns exemplares deste conjunto de dados.

### 4.1. Validação do Método *Watershed*

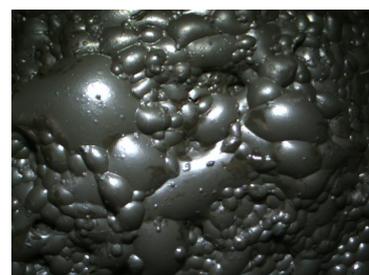
Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos pelo método de segmentação *Watershed*, implementado em ambiente MATLAB®, conforme descrito no Capítulo 3. Na tentativa de replicar os resultados obtidos por Hu et al. (2013) em seu trabalho, como apresentado na Figura 2.12, foi utilizada a Figura 4.1a para validação do método *Watershed*. A metodologia empregada para obtenção dos resultados seguiu o fluxograma apresentado na Figura 3.3.



(a) Fonte: Hu et al. (2013).



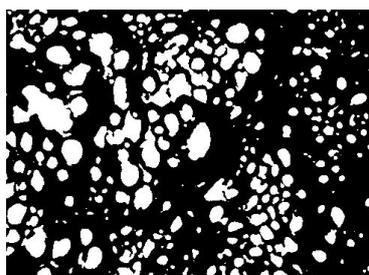
(b) Fonte: Zhang (2019).



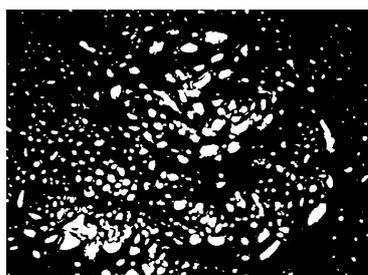
(c) Fonte: Zhang (2019).

Figura 4.1: Conjunto de imagens de teste para os métodos de detecção de bolhas.

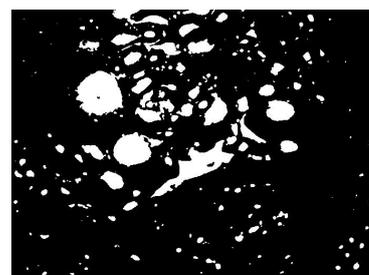
A primeira tentativa para detecção das bolhas foi utilizando técnicas de *thresholding* clássicas e verificar a sua eficiência na detecção de bolhas em espuma de flotação. As técnicas utilizadas foram o método de Otsu e *thresholding* adaptativo. Os resultados estão ilustrados nas Figuras 4.2 e 4.3. Como pode ser observado, os métodos não se mostraram eficientes em detectar bolhas contidas nas espumas. As imagens acabaram sendo descaracterizadas pelas técnicas de *thresholding*.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.2: Resultados do *thresholding* utilizando o método de Otsu.  
Fonte: O autor (2020).

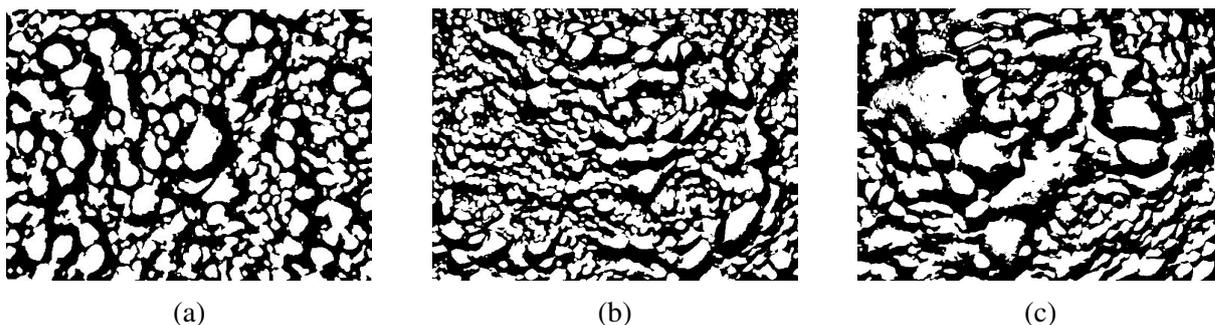


Figura 4.3: Resultados do *thresholding* utilizando o método adaptativo.  
Fonte: O autor (2020).

Dentre estas técnicas, o método adaptativo alcançou o melhor resultado conseguindo uma maior representatividade das bolhas, porém ainda insatisfatório. Possivelmente, este alcançou melhor resultado por trabalhar com o *thresholding* local enquanto o método de Otsu realiza a limiarização global.

Algumas características das imagens de espuma de flotação impactaram a utilização de apenas métodos de *thresholding* na segmentação. A textura das bolhas, reflexos, sombras e o fato destas imagens não terem um *background* diminuem a eficiência destas técnicas.

Como alternativa aos métodos de *thresholding* foi aplicado o algoritmo *Watershed*. O funcionamento e metodologia desta técnica estão descritos no Capítulo 3. Alguns exemplos dos resultados obtidos através das simulações com este algoritmo estão apresentados nas Figuras 4.4, 4.6 e 4.7.

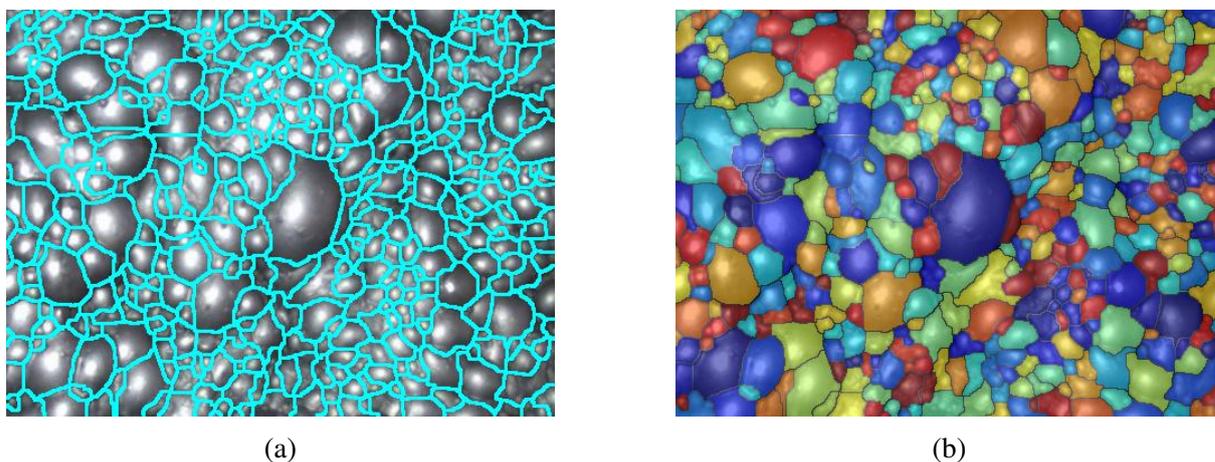


Figura 4.4: Resultados da segmentação utilizando algoritmo *Watershed* para a figura 4.1a.  
Fonte: O autor (2021).

Analisando a Figura 4.4 foi possível perceber o bom resultado do método na detecção de bolhas. Isto também pode ser comprovado quando comparado ao resultado obtido por Hu et al. (2013), ilustrado na Figura 2.12, onde se obteve acurácia acima de 90% na segmentação. O resultado visual da segmentação está semelhante ao encontrado por Hu et al. (2013). A acurácia obtida por Hu et al. (2013) foi calculada dividindo o número de bolhas encontradas pelo

método automatizado pela contagem manual de bolhas realizada pelos autores. O algoritmo se mostrou eficiente em segmentar tanto os objetos grandes quanto os de menor tamanho. Outro fator importante, é o fato do resultado não apresentar uma supersegmentação (poucas bolhas ficaram divididas), o qual era um dos objetivos no emprego das técnicas de pré-processamento aplicadas, como a transformada H-minima. O histograma de tamanhos desta segmentação pode ser visto na Figura 4.5.

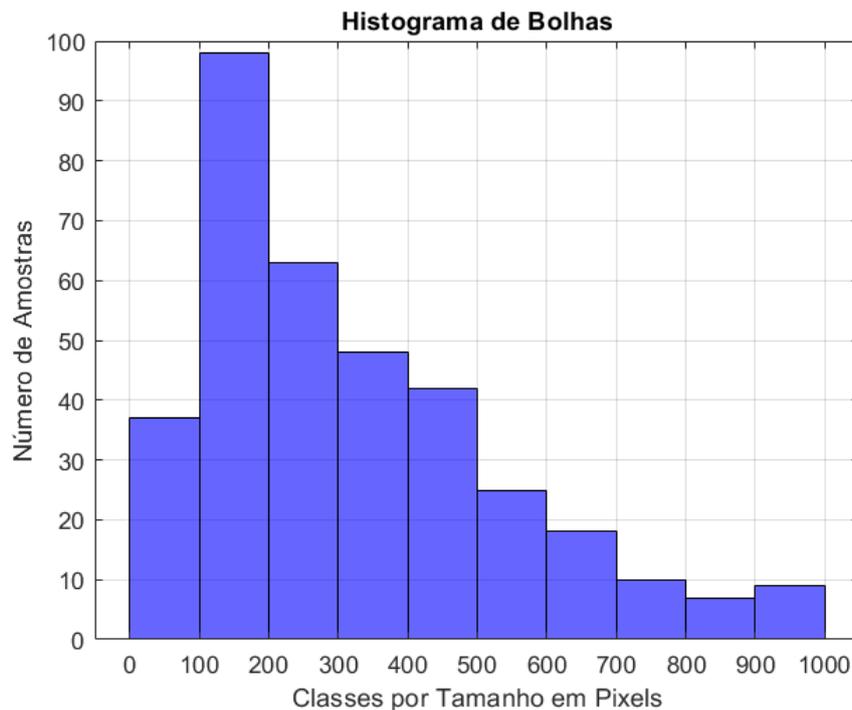


Figura 4.5: Histograma de tamanhos obtido da segmentação da figura 4.4a.  
Fonte: O autor (2021).

Através deste histograma é possível analisar a distribuição dos tamanhos das bolhas presentes na imagem da espuma de flotação e realizar algumas constatações. Pelo histograma apresentado é possível perceber que a maior parte das bolhas possuem um tamanho entre 200 a 400 *pixels* de área. Esta informação é importante, pois a partir desta medição seria possível correlacionar a eficiência do processo ao tamanho das bolhas geradas pelo equipamento de flotação, desta vez utilizando um método padronizado. Vale ressaltar que este tamanho em pixel é relativo à resolução da imagem que é 488x365 *pixels*. O tamanho ideal para as bolhas neste tipo de processo varia conforme cada aplicação e as maneiras para a sua correta determinação estão descritas na Seção 2.1 do Capítulo 2. Os dados estatísticos extraídos desta segmentação estão apresentados na Tabela 4.1.

Com a validação do método, replicando os resultados obtidos por Hu et al. (2013) em seu trabalho, o próximo passo foi testar a proposta de segmentação utilizando o *dataset* de Zhang (2019) descrito na Seção 3.3 do Capítulo 3. As Figuras 4.6 e 4.7 apresentam alguns dos resultados alcançados para este *dataset*. A segmentação obtida neste conjunto de dados apresentou

Tabela 4.1: Dados estatísticos (em *pixels*) obtidos da segmentação da figura 4.4a.

Métrica	Valor
Número de Bolhas	385
Desvio Padrão	220
Variância	48.427
Média	323

Fonte: O autor (2021).

resultados semelhantes aos citados anteriormente para a Figura 4.4, porém com algumas particularidades. As imagens originais deste *dataset* (Figuras 4.6 e 4.7) são mais escuras, possuem uma variação de iluminação ao longo de toda a área de trabalho e possuem uma resolução de 692x518 *pixels*. Além disto, estes exemplares possuem maior resolução e nitidez das imagens. Este maior nível de detalhes faz com que as bolhas apresentem maior textura, o que representa de fato a prática industrial. Isto causou, principalmente em bolhas maiores, uma supersegmentação impactando a eficiência do método. Nas regiões mais escuras isto dificultou a correta segmentação de algumas bolhas. Mesmo com estes impactos, os resultados possuem um bom nível de satisfação e estes erros já eram esperados devido à natureza prática do experimento.

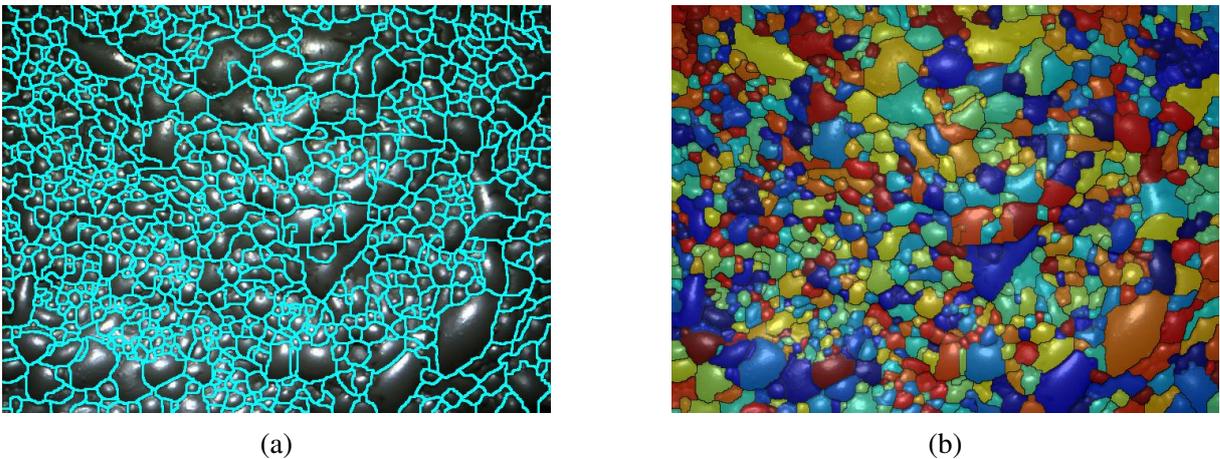
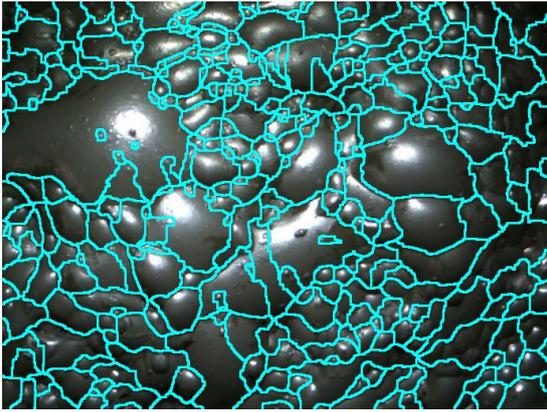


Figura 4.6: Resultados da segmentação utilizando algoritmo *Watershed* para a figura 4.1b.

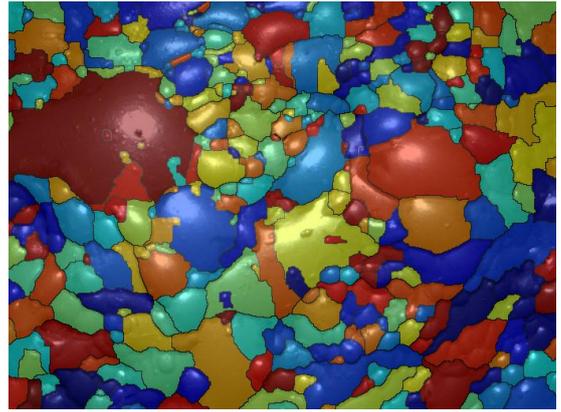
Fonte: O autor (2021).

Através das imagens segmentadas foi construído o histograma de cada uma delas para análise dos resultados obtidos. Avaliando os resultados, é possível perceber que a Figura 4.7a apresenta um menor número de bolhas pequenas do que as existentes na Figura 4.6a. Isto também fica claro analisando os histogramas de tamanho de cada uma delas. Enquanto a distribuição de tamanhos do histograma da Figura 4.8b apresenta um valor de pico menor e limites horizontais maiores, o histograma da Figura 4.8a apresenta uma maior concentração de bolhas menores que 400 *pixels* de área. Os histogramas gerados estão ilustrados na Figura 4.8.

Desta forma, é conclusivo que no momento de captura da imagem da Figura 4.6a o equipamento de flotação estava com parâmetros de controle e processo com maior capacidade

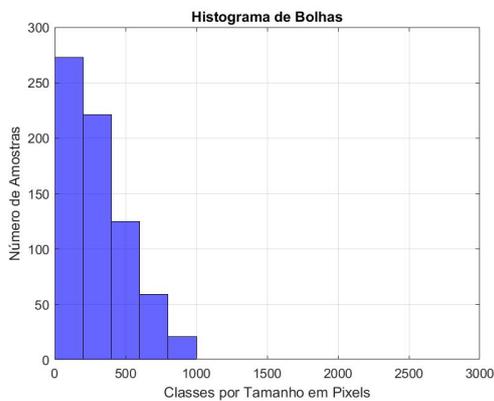


(a)

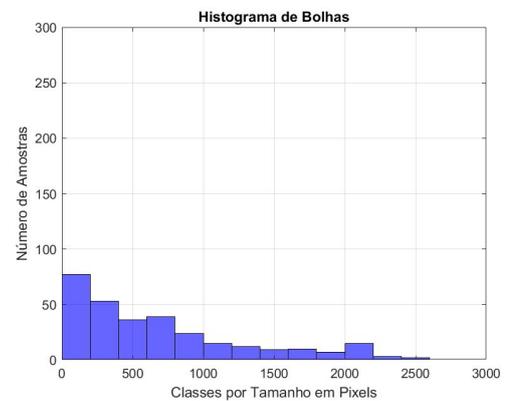


(b)

Figura 4.7: Resultados da segmentação utilizando algoritmo *Watershed* para a figura 4.1c  
 Fonte: O autor (2021).



(a)



(b)

Figura 4.8: Histograma de tamanhos para as segmentações da figura 4.6a e figura 4.7a.  
 Fonte: O autor (2021).

de geração de bolhas pequenas. Estas informações obtidas de forma padronizada e com base estatística podem ser utilizadas de maneira eficiente para tomada de decisão durante o controle operacional em processos de flotação mineral.

Os dados estatísticos extraídos destas segmentações estão dispostos na Tabela 4.2. Analisando a Tabela 4.2 é possível perceber que a Figura 4.6 possui maior número e menor tamanho médio de bolhas em relação à Figura 4.7. A Figura 4.6 também apresentou um desvio padrão menor do que a Figura 4.7. Isto pode ser verificado analisando os respectivos histogramas de cada imagem. Nele é possível perceber que a Figura 4.6 possui um número maior de bolhas em uma mesma faixa de tamanhos e com áreas relativamente menores do que as existentes na Figura 4.7. Realizando uma análise visual em cada imagem é possível confirmar o resultado obtido, demonstrando o potencial do método para quantificar estas métricas e prover informações relevantes referente ao processo de flotação.

Tabela 4.2: Estatísticas obtidas pelo método utilizando *Watershed*.

	Nº de Bolhas	Tamanho Médio (Área)	Desvio Padrão	Variância
Figura 4.1b	763	309 <i>pixels</i>	208	43.440
Figura 4.1c	325	694 <i>pixels</i>	612	37.397

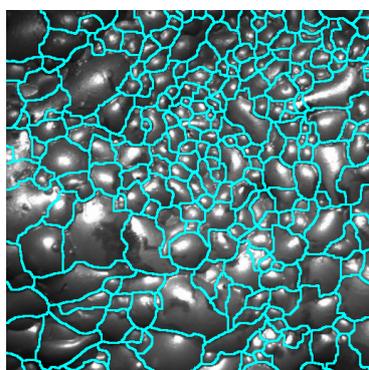
Fonte: O autor (2021).

## 4.2. Resultados *Watershed*

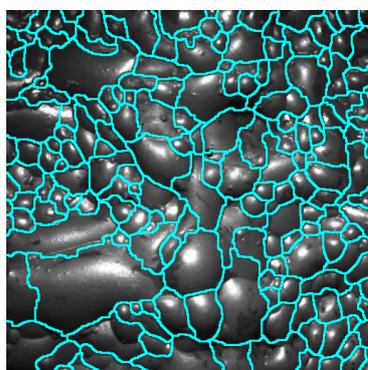
Após a validação do método *Watershed* foram utilizadas 30 amostras de imagens para aplicação da técnica e consolidação das análises finais deste trabalho. Estas amostras também são parte do *dataset* de Zhang (2019) descrito na Seção 3.3 do Capítulo 3. Este mesmo conjunto de testes foi utilizado pela rede U-net para avaliação do desempenho de ambos os métodos. Os resultados das segmentações destas 30 amostras estão disponibilizadas no Apêndice A.

Com a extração dos dados estatísticos e histograma de tamanhos de cada imagem de espuma de flotação é possível construir uma base de dados onde estes valores poderiam servir de referência e serem correlacionados com os resultados de desempenho do processo. Isto permitiria o desenvolvimento de melhores estratégias de operação e consequentemente melhores ações de controle.

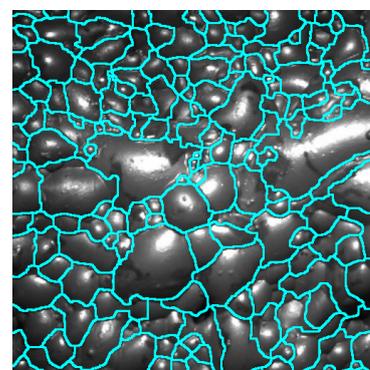
É possível perceber pela Tabela 4.3 que os dados estatísticos extraídos possuem forte correlação com a análise visual da imagem. Imagens com bolhas menores possuem, geralmente, além do seu número maior de bolhas um desvio padrão menor. Isto pode estar correlacionado com o fato, de que bolhas menores podem indicar um processo mais estável enquanto bolhas maiores estão geralmente relacionadas a alguma anormalidade dos parâmetros internos do processo. Algumas amostras das imagens segmentadas pelo método *Watershed* estão disponíveis na Figura 4.9.



(a) Segmentação Fig. A.1.



(b) Segmentação Fig. A.2.



(c) Segmentação Fig. A.3.

Figura 4.9: Exemplos de resultados das segmentações conforme Tabela 4.3.

Fonte: O autor (2021).

Por fim, através da observação dos resultados alcançados com as 30 amostras é possível

constatar que o método para este conjunto de dados, considerando todas as suas particularidades, se mostrou eficiente na tarefa de segmentação das bolhas. Visualmente é possível verificar que grande parte das segmentações ocorreu de maneira satisfatória. Todos os resultados das segmentações obtidas pelo método *Watershed* podem ser vistos no Apêndice A deste trabalho.

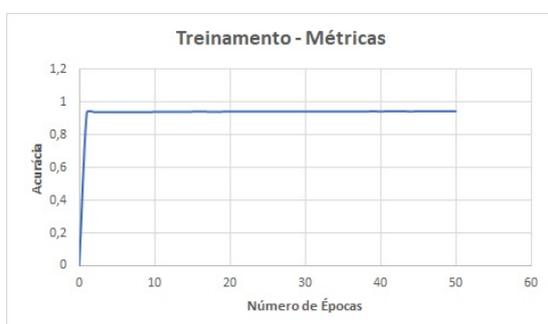
Tabela 4.3: Estatísticas obtidas pelo método utilizando *Watershed* para o grupo de testes do Apêndice A.

	Nº de Bolhas	Tamanho Médio (Área)	Desvio Padrão	Variância
Figura A.1	239	747	520	270038
Figura A.2	181	1015	707	499597
Figura A.3	176	1074	812	659708
Figura A.4	357	504	310	96114
Figura A.5	192	892	645	415888
Figura A.6	251	720	461	212402
Figura A.7	416	455	269	72291
Figura A.8	294	681	474	225145
Figura A.9	335	539	335	112020
Figura A.10	238	794	564	318548
Figura A.11	212	946	648	419414
Figura A.12	168	886	656	429842
Figura A.13	309	587	335	112451
Figura A.14	368	421	265	70474
Figura A.15	219	890	632	398972
Figura A.16	253	637	439	192924
Figura A.17	386	491	311	96802
Figura A.18	186	816	607	368574
Figura A.19	332	573	370	136614
Figura A.20	180	857	613	375477
Figura A.21	350	541	345	118880
Figura A.22	188	878	630	396763
Figura A.23	229	780	554	306972
Figura A.24	249	662	422	177670
Figura A.25	266	678	454	205914
Figura A.26	160	899	697	486002
Figura A.27	428	431	253	64140
Figura A.28	280	630	428	182945
Figura A.29	159	974	684	467387
Figura A.30	302	618	404	163323

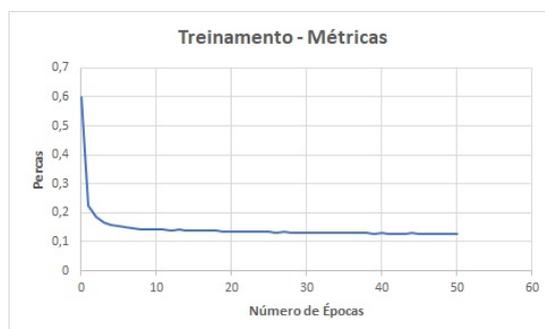
Fonte: O autor (2021).

### 4.3. Resultados U-net

O próximo passo deste trabalho é realizar as simulações com o método U-net conforme descrito na seção 3.6 do Capítulo 3. Todo o método de segmentação foi desenvolvido em ambiente Python. Foram utilizadas 198 amostras para treinamento do modelo. O modelo foi treinado em 50 épocas com 100 passos totalizando 5000 iterações. Os resultados do treinamento da rede podem ser vistas na Figura 4.10. O modelo construído alcançou acurácia de treinamento de 94,2% o que está compatível com os resultados obtidos por Ronneberger et al. (2015) em seu trabalho. A metodologia para determinação da acurácia do método na etapa de testes seguiu os passos descritos na Seção 3.8. Além deste desempenho, a rede durante o treinamento alcançou 12,8% de perda ao fim do processo de treinamento.



(a) Gráfico da acurácia durante o treinamento.

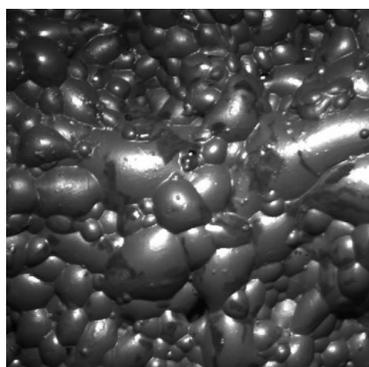


(b) Gráfico das percas durante o treinamento.

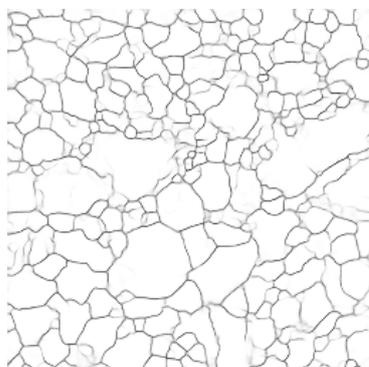
Figura 4.10: Gráficos das métricas de treinamento da rede U-net.

Fonte: O autor (2021).

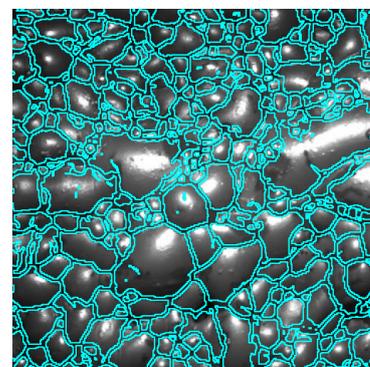
A segmentação utilizando a rede U-net apresentou ótimos resultados. As Figuras 4.11, 4.12 e 4.13 ilustram algumas das segmentações obtidas. Analisando os resultados, o modelo de rede U-net conseguiu segmentar de maneira satisfatória as amostras de imagem de espuma de flotação. Da mesma forma que no método *Watershed*, o modelo foi capaz de superar os diferentes níveis de cor e sombras principalmente nas bordas das imagens.



(a) Imagem original.



(b) Resultado da rede U-net.



(c) Imagem segmentada.

Figura 4.11: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 02.

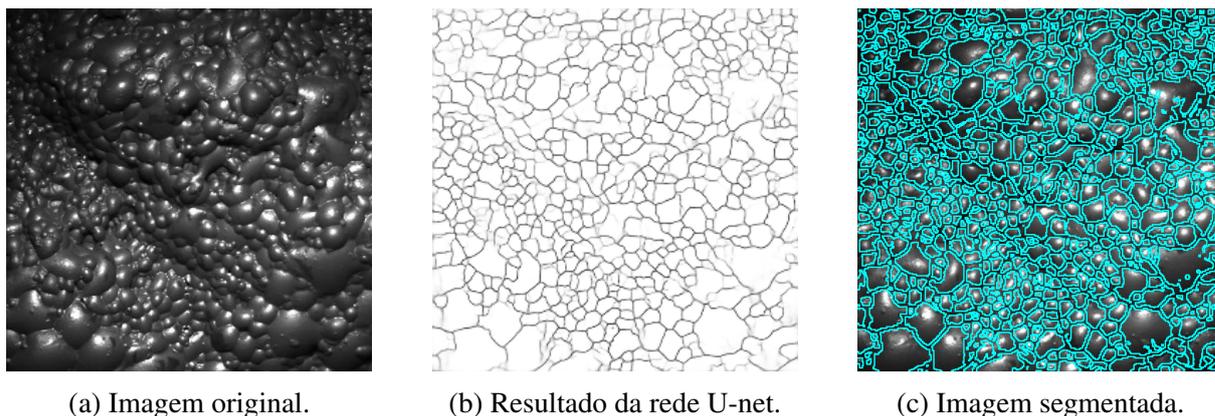


Figura 4.12: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 03.

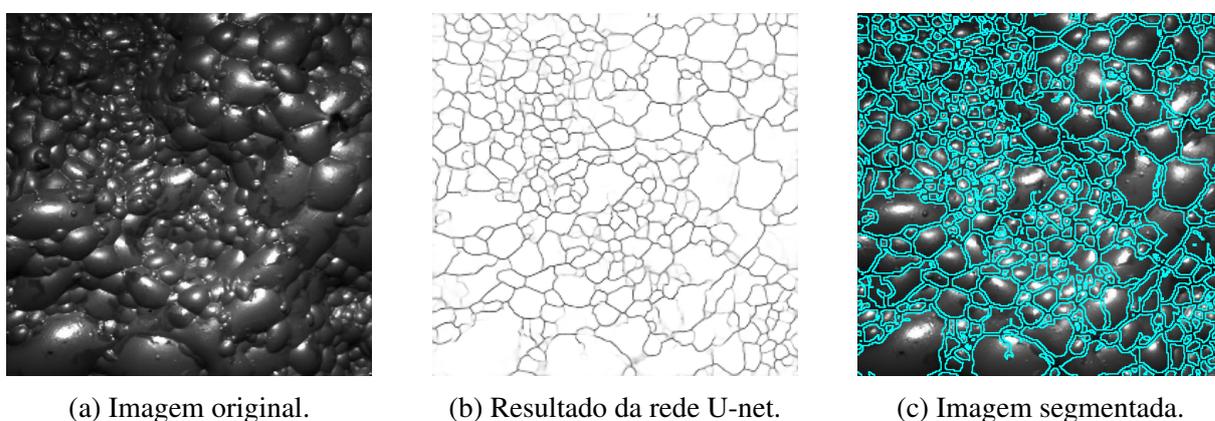


Figura 4.13: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 23.

Durante o treinamento da rede foram processadas 198 imagens por 5000 iterações. Após o treinamento, o modelo gerado processou 30 imagens de testes gerando 30 resultados de saída. Os resultados das segmentações das 30 amostras estão disponibilizados no Apêndice B.

Como o *Ground Truth* utilizado no treinamento da rede apresentava alguns erros, como citado na Seção 3.6.2 do Capítulo 3, algumas falhas na detecção ocorreram. Estes erros se deram principalmente em relação às bolhas maiores as quais possuíam detalhes visuais que induziram estas segmentações equivocadas. Estes erros em sua grande maioria foram: texturas, sombras e reflexos no interior das bolhas com maior tamanho. Apesar destes erros, de maneira geral o método foi eficiente na segmentação correta de bolhas em espuma de flotação como pode ser visto nos resultados disponíveis no Apêndice B. Analisando os resultados obtidos com o grupo de testes é possível verificar que o modelo da rede conseguiu atingir uma boa capacidade de generalização na tarefa de segmentação de bolhas. Isto fica mais claro quando analisamos estes resultados em conjunto com os resultados obtidos pelo método *Watershed*. Mesmo utilizando um *Ground Truth* não ideal o modelo conseguiu segmentar bolhas corretamente nas regiões mais escuras, regiões estas onde o *Ground Truth* utilizado para treinamento apresentava mais falhas. O processo completo para treinamento e testes durou 9,14 horas utilizando o ambiente computacional citado na Seção 3.4 do Capítulo 3.

## 4.4. Avaliando a Acurácia

Como critério de avaliação do método de detecção de bolhas para o método *Watershed*, foi realizada a detecção manual das bolhas e comparados os resultados encontrados em relação ao método proposto. Devido ao fato do *dataset* de Zhang (2019) não disponibilizarem um *Ground Truth*, a validação do método de contagem de bolhas foi realizada manualmente. Também foi realizada a validação visual de cada segmentação para verificação dos resultados. A metodologia para cálculo da acurácia dos métodos está disposta na Seção 3.8.

Para possibilitar uma maneira mais eficaz para execução desta análise manual foram selecionadas 22 amostras de diferentes tamanhos neste conjunto de dados. A partir destas amostras comparamos os resultados obtidos com os calculados manualmente. Também foi utilizada nesta verificação a Figura 4.1a de Hu et al. (2013). Comparando a acurácia calculada neste trabalho para esta imagem é possível validar o desempenho do método proposto onde o mesmo atingiu acurácia acima de 90% da mesma maneira que obtido por Hu et al. (2013) em seu trabalho. A Figura 4.14 apresenta 3 destes exemplares utilizados para esta verificação. A Tabela 4.4 e a Tabela 4.5 apresentam os dados calculados de acurácia para o método *Watershed*. Para este conjunto o erro médio do método *Watershed* foi de 5,92%.

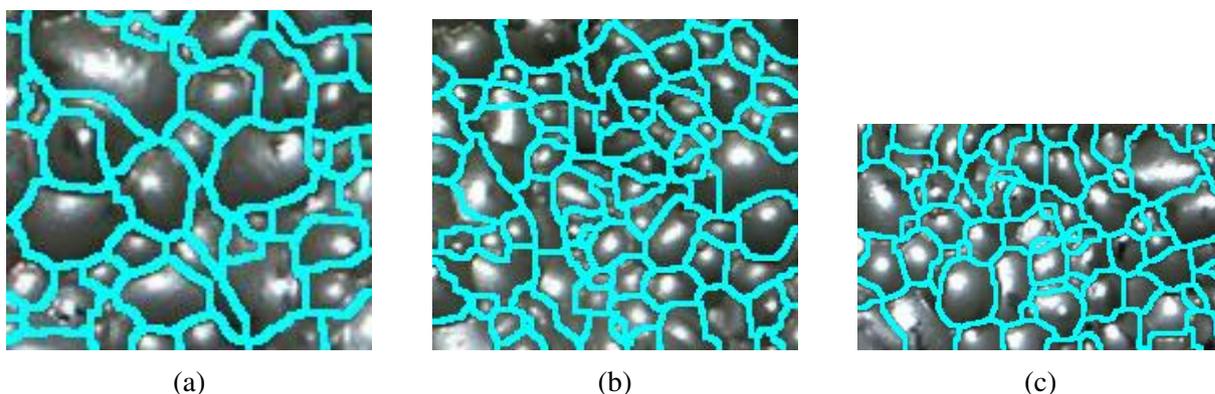


Figura 4.14: Imagens parciais segmentadas para avaliação da acurácia do método de segmentação *Watershed*.

Tabela 4.4: Resultados de acurácia calculados para o método *Watershed*.

	Nº de Bolhas	Acurácia	Tamanho Médio (Área)
Imagem 4.1a	385	94,83%	415 <i>pixels</i>
Imagem 4.14a	47	90,70%	355 <i>pixels</i>
Imagem 4.14b	86	96,51%	326 <i>pixels</i>
Imagem 4.14c	56	95,65%	399 <i>pixels</i>

Fonte: O autor (2021).

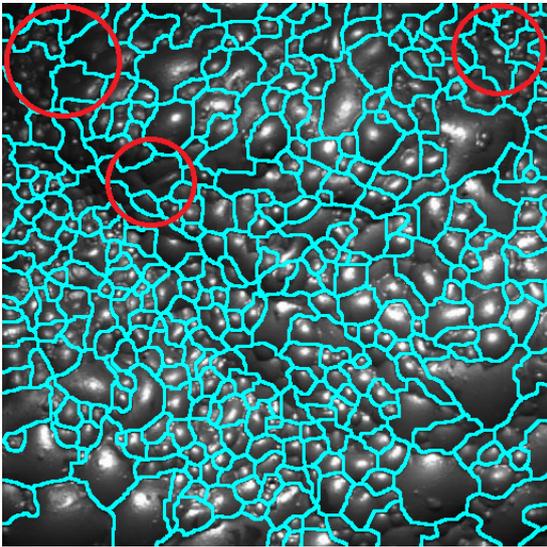
Tabela 4.5: Resumo dos dados estatísticos de desempenho para o método *Watershed*.

Nº de Amostras	Erro Médio	Desvio Padrão do Erro
22	5,92%	3,04%

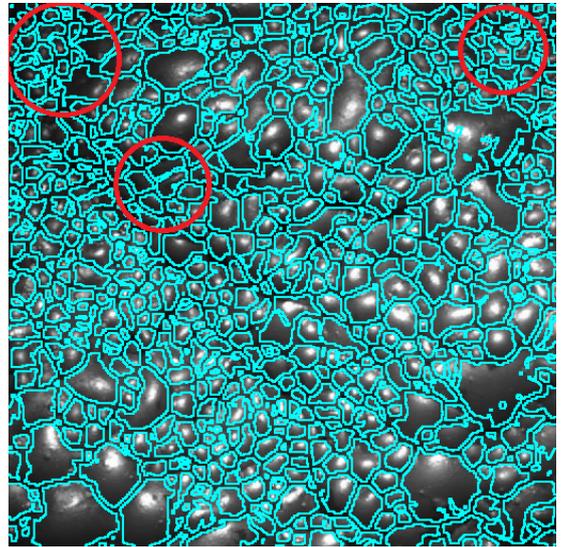
Fonte: O autor (2021).

## 4.5. Avaliação dos métodos

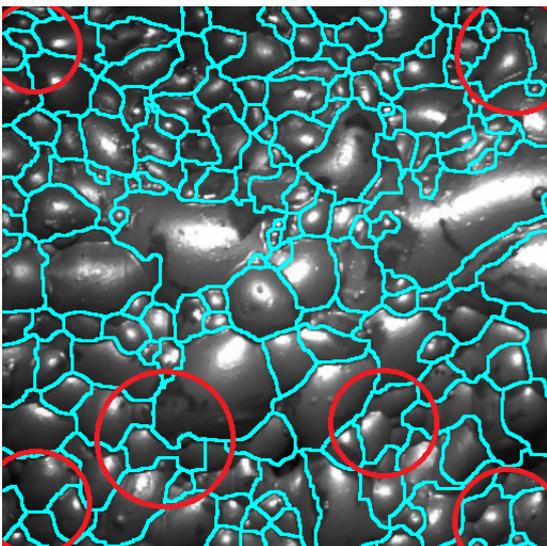
De uma maneira geral, como pode ser observado na Figura 4.15, ambos os métodos apresentaram resultados de segmentação satisfatórios para as imagens de espuma de flotação do conjunto de dados desta pesquisa.



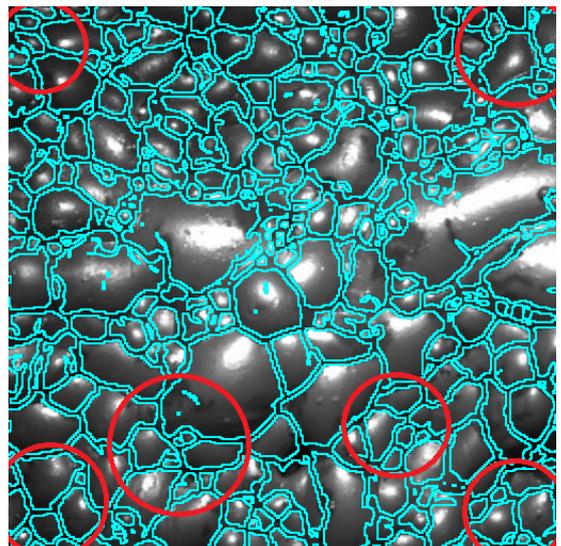
(a) Segmentação por *Watershed*.



(b) Segmentação por U-net.



(c) Segmentação por *Watershed*.



(d) Segmentação por U-net.

Figura 4.15: Comparação entre os resultados de segmentação entre os métodos.

Avaliando os resultados obtidos é possível verificar que o método de detecção de bolhas utilizando U-net conseguiu uma excelente segmentação, principalmente nas zonas mais escuras das imagens. Já o método *Watershed* obteve mais dificuldades em alcançar os mesmos resultados nestas regiões.

Como ilustrado na Figura 4.15, principalmente nas regiões destacadas em vermelho, o método U-net segmentou as bolhas com maior precisão do que a rede *Watershed* (análise visual das imagens). Isto se justifica pelo fato do modelo U-net ser capaz de “aprender” (capacidade de generalização) e classificar as bolhas mesmo em zonas com poucos detalhes e cores como destacado na Figura 4.15. Esta limitação do método *Watershed* também pode implicar na sua aplicabilidade em outras situações operacionais que envolvam flotação. Por ser um método matemático se faz necessária a adaptação de todo o processo sempre que as condições visuais das imagens mudarem. Manter as condições visuais de captura das imagens é parte importante para garantir o desempenho do método *Watershed*. Já a rede U-net, principalmente pelos resultados já citados, possui um grande potencial de adaptação as diferentes condições visuais e operacionais pela sua alta capacidade de “aprendizagem” e segmentação. Isto fica claro quando verificamos que mesmo com um *Ground Truth* limitado o modelo da rede U-net alcançou uma capacidade de generalização na segmentação nas regiões mais escuras da imagem. Estas regiões foram os locais com mais erros de segmentação de bolhas no método *Watershed*.

A Tabela 4.6 apresenta os tempos de processamento de cada método. Como se esperado, o tempo de execução da rede U-net para 30 amostras foi superior ao método *Watershed*. Além disto o tempo de treinamento da rede é relativamente alto. O método *Watershed* por ser um método matemático para processamento digital de imagens não necessita da etapa de treinamento, com isto não é necessário este alto tempo de processamento como no método U-net.

Tabela 4.6: Tempo de processamento dos métodos.

	Número de Amostras	<i>Watershed</i>	U-net
Treinamento	198	-	32.920,10 s
Segmentação	30	14,53 s	30,10 s

Fonte: O autor (2021).

## 5. Conclusão

O controle ótimo de flotação é um processo complexo que exige o monitoramento e análise de uma grande quantidade de variáveis de processo. Muitas vezes a operação deste processo fica dependente da experiência dos operadores da planta. Isto pode causar uma falta de padronização da operação, principalmente durante as trocas de equipes dos turnos ou quando ocorrem alterações do minério a ser processado. Esta falta de padrão pode acarretar na perda de produtividade. Na busca de diminuir o empirismo nos ajustes de operação em processos de flotação, a aplicação de técnicas de visão computacional vêm sendo amplamente estudadas obtendo bons resultados, conforme apresentado no Capítulo 2. Com os resultados obtidos neste trabalho, fica constatado o potencial na utilização do método *Watershed* para a segmentação da espuma e, a partir deste, estimar os respectivos tamanhos de cada bolha existente em uma imagem de processo. Mesmo diante destes resultados, algumas características na aquisição de imagens interferem na máxima eficiência na detecção destas bolhas. A transformada H-minima obteve bons resultados eliminando ruídos e diminuindo a supersegmentação. Sua utilização em conjunto com o método *Watershed* apresentou bons resultados de segmentação para o *dataset* desta pesquisa. Contudo, somente este método, em alguns casos de teste como na Figura 4.7, não se mostrou totalmente eficiente. Isto justifica a necessidade de avançar os testes com outras técnicas de pré-processamento e na avaliação da rede U-net como alternativa para segmentação de bolhas.

Apesar dos bons resultados alcançados pelo método *Watershed*, pelo fato de ser um método matemático, a técnica possui limitações em sua aplicação. Condições com sombras, baixa resolução e outras dificuldades impactam diretamente no resultado do método. Desta forma, em muitas situações práticas, é necessário adaptar as técnicas de processamento de imagens, bem como ajustar as parametrizações do método proposto para conseguir alcançar o objetivo de segmentação das bolhas com alta acurácia.

A rede CNN U-net se comprovou uma excelente alternativa para segmentação de imagens em espuma de flotação. Esta constatação colabora com os resultados obtidos por Liu et al. (2020). A sua capacidade de aprendizagem profunda gerou ótimos resultados mesmo na existência de sombras, poucas cores, baixa resolução dentre outros. Mesmo com o *Ground Truth* não ideal (com algumas falhas de segmentação) o modelo U-net conseguiu "aprofundar" o seu aprendizado (capacidade de generalização) conseguindo uma segmentação mais exata que o método *Watershed* em regiões e condições mais complexas já citadas. Desta forma, é possível concluir que a aplicação de redes CNN U-net são viáveis para a segmentação de bolhas em espuma de flotação.

Concluindo, ambos os métodos apresentaram resultados satisfatórios para segmentação de bolhas em espuma de flotação e podem ser aplicados em casos práticos na indústria de mineração. O método *Watershed* se mostrou um método com menor custo computacional e menor tempo de processamento das imagens do que a rede U-net. Contudo, o modelo U-

net mostrou um maior potencial para segmentação de bolhas dada as diversas adversidades encontradas em casos práticos de flotação. Ambos os métodos foram capazes de extrair dados estatísticos e padronizados para cada imagem de flotação disponível. A partir do momento em que estas informações possam ser obtidas através de método padronizado e estruturado, as mesmas podem ser utilizadas como ferramenta de apoio aos operadores e sistemas de controle visando a otimização dos resultados do processo de flotação.

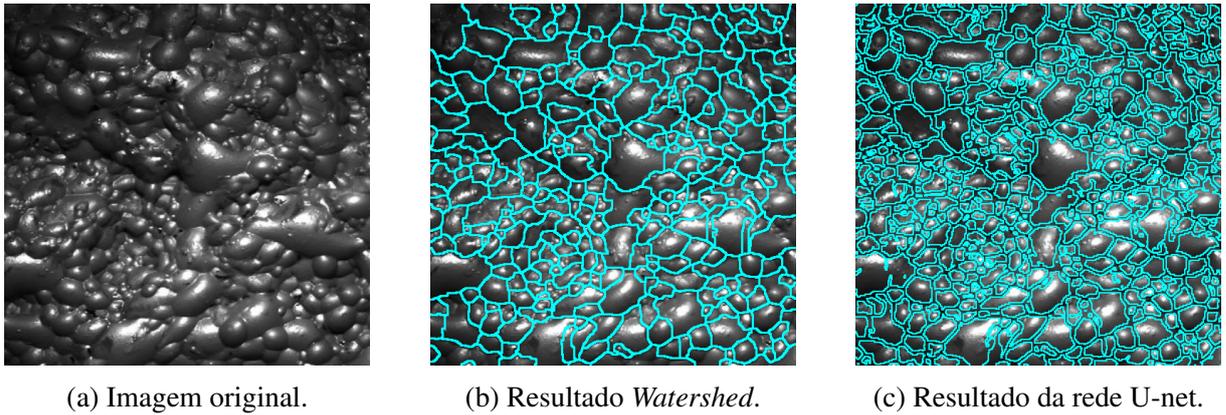


Figura 5.1: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 29.

## 6. Trabalhos Futuros

Considerando os resultados encontrados e as conclusões finais deste trabalho, são apresentados novos desafios de pesquisa, investigação e trabalhos futuros para a sequência deste projeto. A implementação e otimização de sistemas de controles em processo de flotação é um campo de trabalho contínuo e com o avanço das tecnologias empregadas nos sistemas de aquisição e processamento de dados tem se tornado ainda mais promissor. Desta forma, o estudo de novas técnicas de processamento e segmentação de imagens se faz importante na busca de encontrarmos processos mais eficientes e com maior exatidão. O emprego de redes CNN como, por exemplo, a rede U-net, também mostra potencial devido a sua capacidade de aprendizagem e descobertas de novos conhecimentos utilizando um conjunto de dados robusto. Sendo assim, abaixo estão apresentados alguns dos campos de pesquisa para seguimento deste trabalho:

- Pesquisa e implementação de método para análise de vídeos de flotação buscando extrair as características dinâmicas da espuma como, por exemplo, a velocidade superficial de flotação;
- Estudo e aplicações de outras redes CNN para detecção de bolhas em espuma de flotação. Análise de outras técnicas de *deep learning* buscando detalhar este campo e sua aplicação na flotação industrial;
- Estudo de correlação entre as estatísticas obtidas pelos métodos de segmentação de bolhas e parâmetros de processo como: vazão de ar, nível da camada de espuma, vazão de dosagem de reagentes, *hold up* de ar dentre outros. É possível descobrir informações valiosas de processo aplicando técnicas de *deep learning* cruzando estas informações de característica da espuma e os dados disponíveis dos sistemas de supervisão e controle das plantas industriais.

## Referências Bibliográficas

- ALDRICH, C., MARAIS, C., SHEAN, B. *et al.* “Online monitoring and control of froth flotation systems with machine vision: A review”, *International Journal of Mineral Processing*, v. 96, n. 1, pp. 1 – 13, 2010. ISSN: 0301-7516.
- ALMEIDA, R., BARRETO, E., GOMES, O. *et al.* “Avaliação do Tamanho de Bolhas em uma Coluna de Flotação”. In: **XXVII Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa**. XXVII ENTMME, 2017.
- ANTONIOU, A., STORKEY, A., EDWARDS, H. “*Data Augmentation Generative Adversarial Networks*”. 2018. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1711.04340v3>. Acesso em: 02 de agosto de 2021.
- AQUINO, J. A., OLIVEIRA, M. L. M., FERNANDES, M. D. “**Flotação em Coluna**”. In: Luz, A. B., França, S. C. A., Braga, P. F. A. (Eds.), *Tratamento de Minérios*, 6ª ed., Rio de Janeiro: CETEM/MCTIC, cap. 11, pp. 463–509, 2018.
- BALTAR, C. A. M. **Flotação no tratamento de minérios**. 2ª ed., Recife: Editora Universitária UFPE, 2009.
- BEUCHER, S., LANTUÉJOUL, C. “*Use of Watersheds in Contour Detection*”. In: *International Workshop on Image Processing: Real-time Edge and Motion Detection/Estimation*, v. 132, 1979.
- BOTHA, C. P. *An on-line machine vision flotation froth analysis platform*. Tese de Mestrado, Stellenbosch University, Stellenbosch, 1999. 102 f.
- CHAVES, A. P., LEAL FILHO, L. S., BRAGA, P. F. A. “**Flotação**”. In: Luz, A. B., França, S. C. A., Braga, P. F. A. (Eds.), *Tratamento de Minérios*, 6ª ed., Rio de Janeiro: CETEM/MCTIC, cap. 10, pp. 405–459, 2018.
- CIPRIANO, A., GUARINI, M., VIDAL, R. *et al.* “A real time visual sensor for supervision of flotation cells”, *Minerals Engineering*, v. 11, n. 6, pp. 489–499, 1998.
- CORKE, P. “*MATLAB toolboxes: robotics and vision for students and teachers*”, *IEEE Robotics Automation Magazine*, v. 14, n. 4, pp. 16–17, 2007. doi: 10.1109/M-RA.2007.912004.

- DIETTERICH, T. “Overfitting and undercomputing in machine learning”, *ACM computing surveys (CSUR)*, v. 27, n. 3, pp. 326–327, 1995.
- DIGABEL, H., LANTUÉJOUL, C. “Iterative algorithms”. In: *Proceedings of the Second European Symp. Quantitative Analysis of Microstructures in Material Science, Biology and Medicine*, pp. 85–99. Riederer Verlag, 1978.
- DOBBY, G., YIANATOS, J., FINCH, J. “Estimation of bubble diameter in flotation columns from drift flux analysis”, *Canadian Metallurgical Quarterly*, v. 27, n. 2, pp. 85–90, 1988.
- EKSTEEN, J. J. *The development and technology transfer of an industrial machine vision system for the control of a platinum flotation plant*. Tese de Doutorado, Stellenbosch University, Stellenbosch, 1995.
- FIGUEIRA, M. M. C. “Identificação de outliers”, *Millenium*, v. 12, 1998. ISSN: 1647-662X.
- FORSYTH, D. A., PONCE, J. *Computer vision: A modern approach*. 2<sup>a</sup> ed. , New Jersey: Prentice Hall Professional Technical Reference, 2012.
- GONZALEZ, R. C., WOODS, R. E. *Processamento digital de imagens*. 3 ed. , São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- GOODFELLOW, I., BENGIO, Y., COURVILLE, A. *Deep learning*. 1 ed. , Massachusetts, USA: MIT press, 2016.
- HASSANZADEH, A., HASSAS, B. V., KOUACHI, S. *et al.* “Effect of bubble size and velocity on collision efficiency in chalcopyrite flotation”, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, v. 498, pp. 258 – 267, 2016. ISSN: 0927-7757.
- HU, J., YANG, C., XU, D. *et al.* “Design and implementation of a froth size analysis system for mineral flotation based on DSP”. In: *2013 Chinese Automation Congress*, pp. 420–425. *IEEE*, 2013.
- ISMAIL, N. H. F., ZAINI, T. R. M., JAAFAR, M. *et al.* “H-minima transform for segmentation of structured surface”, *MATEC Web Conf.*, v. 74, n. 25, pp. 1–6, 2016. doi: 10.1051/mateconf/20167400025.
- JUNG, C., KIM, C. “Segmenting Clustered Nuclei Using H-minima Transform-Based Marker Extraction and Contour Parameterization”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 57, n. 10, pp. 2600–2604, 2010.

- KAARTINEN, J., HÄTÖNEN, J., HYÖTYNIEMI, H. *et al.* “Machine-vision-based control of zinc flotation — a case study”, *Control Engineering Practice*, v. 14, n. 12, pp. 1455–1466, 2006.
- KAEHLER, A., BRADSKI, G. *Learning OpenCV 3: Computer vision in C++ with the OpenCV library*. 1ª ed., Sebastopol, CA: O’Reilly Media, Inc., 2016.
- KORBES, A. **Análise de algoritmos da Transformada Watershed**. Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, SP, 2010. 152 f.
- KRIZHEVSKY, A., SUTSKEVER, I., HINTON, G. E. “ImageNet classification with deep convolutional neural networks”, *Advances in neural information processing systems*, v. 25, pp. 1097–1105, 2012.
- LIU, J., GAO, Q., TANG, Z. *et al.* “Online Monitoring of Flotation Froth Bubble-Size Distributions via Multiscale Deblurring and Multistage Jumping Feature-Fused Full Convolutional Networks”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 69, n. 12, pp. 9618–9633, 2020. doi: 10.1109/TIM.2020.3006629.
- MISI, A., LINS, F. A. F. “**Valorização dos recursos minerais**”. In: Silva, J. L., Tundisi, J. G. (Eds.), Projeto de ciência para o Brasil, Rio de Janeiro: Academia Brasileira de Ciências, cap. 11, pp. 263–281, 2018.
- MOGHADDAM, M. G., ERSI, E. F., VAHEDIAN, A. “Froth Flotation Classification of Antimony Based on Histogram of Bubbles Perimeters”. In: **2018 8th International Conference on Computer and Knowledge Engineering (ICCKE)**, pp. 188–193, Mashhad, 2018. *IEEE*. doi: 10.1109/ICCKE.2018.8566387.
- MOOLMAN, D. W., ALDRICH, C., DEVENTER, J. S. J. V. *et al.* “Digital image processing as a tool for on-line monitoring of froth in flotation plants”, *Minerals engineering*, v. 7, n. 9, pp. 1149–1164, 1994.
- MOOLMAN, D. W., ALDRICH, C., DEVENTER, J. S. J. V. *et al.* “The interpretation of flotation froth surfaces by using digital image analysis and neural networks”, *Chemical engineering science*, v. 50, n. 22, pp. 3501–3513, 1995.
- NICOLATO, R., PEREIRA, M., GALÉRY, R. “Análise digital de imagens de espuma de flotação utilizando algoritmos de segmentação”. In: **XXI Encontro nacional de tratamento de minérios e metalurgia extrativa**, pp. 310–316, Natal-RN, 2005.
- OSTADRAHIMI, M., FARROKHPAY, S., GHARIBI, K. *et al.* “A new empirical model to calculate bubble size in froth flotation columns”, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, v. 594, pp. 124672, 2020. ISSN: 0927-7757.

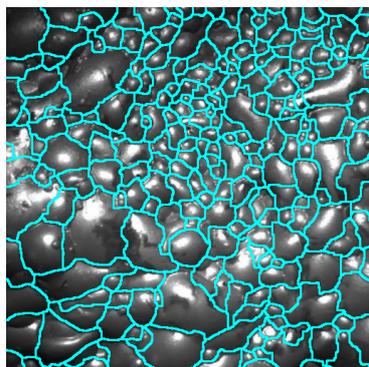
- PENNA, R., OLIVEIRA, M. L. M., VALADÃO, G. E. *et al.* “Estudo comparativo entre dois sistemas de aeração de coluna de flotação”, **Rem: Revista Escola de Minas**, v. 56, pp. 195–200, 2003.
- REZENDE, L. A., SANTOS, W. D. P. “Processo de Flotação Aplicado ao Beneficiamento de Minérios: Coluna de Flotação x Célula Mecânica”, **Revista de Trabalhos Acadêmicos - Universo Juiz de Fora**, v. 1, n. 5, 2017.
- RONNEBERGER, O., FISCHER, P., BROX, T. “U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation”. In: Navab, N., Hornegger, J., Wells, W. M. *et al* (Eds.), **Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2015**, pp. 234–241, Cham, 2015. Springer International Publishing. ISBN: 978-3-319-24574-4.
- SHORTEN, C., KHOSHGOFTAAR, T. M. “A survey on image data augmentation for deep learning”, **Journal of Big Data**, v. 6, n. 1, pp. 1–48, 2019.
- SILVA, E. R. **Avaliação técnica e econômica sobre a aplicação de colunas de flotação para aumento da recuperação metalúrgica da flotação catiônica reversa de minério de ferro do Sistema Minas-Rio**. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016. 121 f.
- SILVA, F. T. D., GALÉRY, R. “Classificador qualitativo de teor de sílica no concentrado de flotação reversa de minério de ferro por tamanho de bolhas”. In: **XXV Encontro nacional de tratamento de minérios e metalurgia extrativa e VIII Meeting of the southern hemisphere on mineral technology**, pp. 527–534, Goiânia-GO, 2013.
- SOKOLOVIC, J., MISKOVIC, S. “The effect of particle size on coal flotation kinetics: A review”, **Physicochemical Problems of Mineral Processing**, v. 54, n. 4, pp. 1172–1190, 2018.
- SYMONDS, P. J., DE JAGER, G. “A technique for automatically segmenting images of the surface froth structures that are prevalent in industrial flotation cells”. In: **Proceedings of the 1992 South African Symposium on Communications and Signal Processing**, pp. 111–115, Sep. 1992. doi: 10.1109/COMSIG.1992.274302.
- SZELISKI, R. **Computer vision: Algorithms and applications**. 1 ed., New York: Springer Science & Business Media, 2010.
- TAKATA, L. A., VALLE, T. “Flotação em Coluna”. In: CHAVES, A. P. (Ed.), **Teoria e Prática do Tratamento de Minérios - A Flotação no Brasil**, v. 4, 3ª ed., São Paulo: Oficina de Textos, cap. 3, pp. 65–102, 2013.

- VARGAS, A. C. G., PAES, A., VASCONCELOS, C. N. “Um estudo sobre redes neurais convolucionais e sua aplicação em detecção de pedestres”. In: *Proceedings of the XXIX conference on graphics, patterns and images*, v. 1, 2016.
- WANG, S., LI, Y., ZHAI, X. *et al.* “A Recognition Method based on Improved Watershed Segmentation Algorithm for Copper Flotation Conditions”. In: **2019 Chinese Automation Congress (CAC)**, pp. 224–231, Hangzhou, China, 2019. doi: 10.1109/CAC48633.2019.8996251.
- WOODBURN, E., STOCKTON, J., ROBBINS, D. “Vision-based characterization of three-phase froths”. In: *International Colloquium - Developments in Froth Flotation, South African Institute of Mining and Metallurgy, Gordon’s Bay*, v. 1, pp. 1–30, 1989.
- ZARIE, M., JAHEDSARAVANI, A., MASSINAEI, M. “Flotation froth image classification using convolutional neural networks”, *Minerals Engineering*, v. 155, n. 106443, pp. 1–10, 2020. ISSN: 0892-6875.
- ZHANG, H. “*Froth image pairs for the burst bubble recognition in the froth flotation*”, *IEEE Dataport*, 2019. doi: 10.21227/sqmv-qt74. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.21227/sqmv-qt74> . Acesso em: 30 de julho de 2020.
- ZHANG, W., JIN, L., SONG, E. *et al.* “Removal of impulse noise in color images based on convolutional neural network”, *Applied Soft Computing*, v. 82, pp. 105558, 2019.

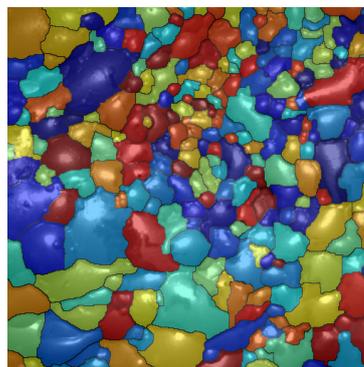
## **ANEXOS**

**ANEXO A: RESULTADOS DO MÉTODO UTILIZANDO *WATERSHED***

## A. Resultados do Método utilizando *Watershed*

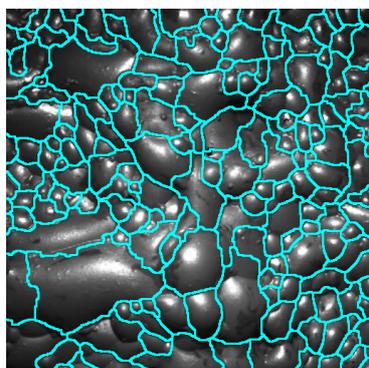


(a)

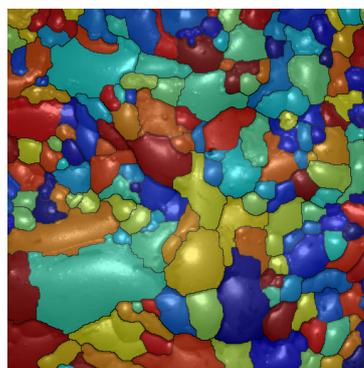


(b)

Figura A.1: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 01.

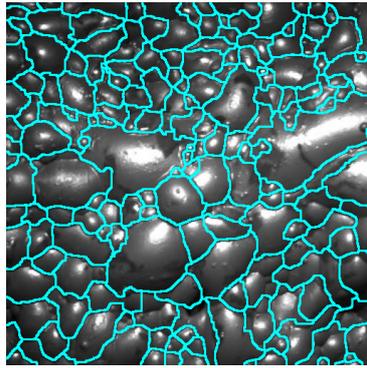


(a)

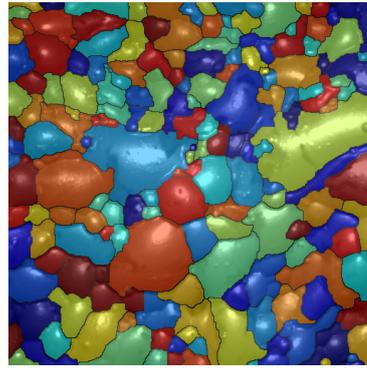


(b)

Figura A.2: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 02.

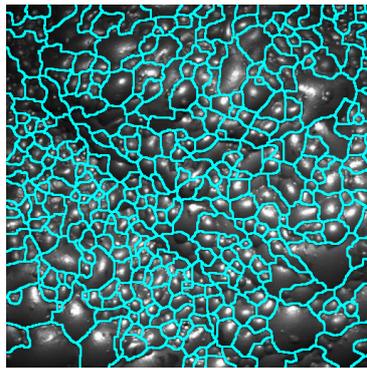


(a)

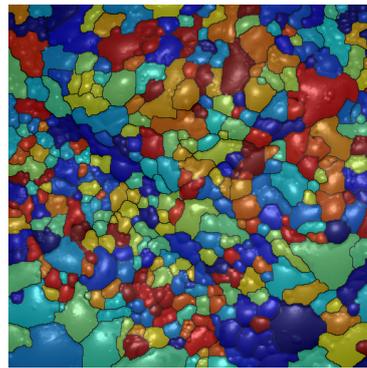


(b)

Figura A.3: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 03.

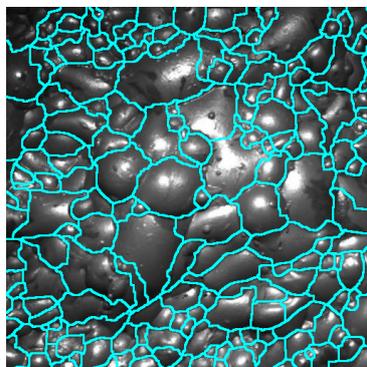


(a)

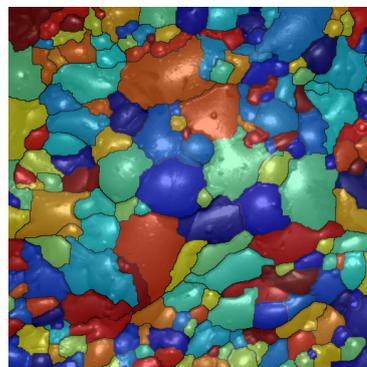


(b)

Figura A.4: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 04.

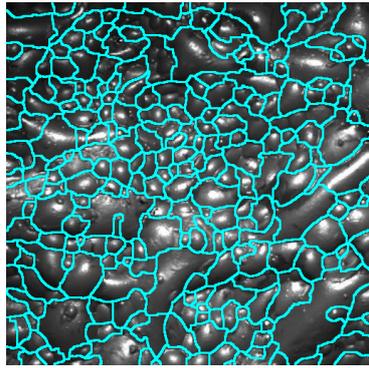


(a)

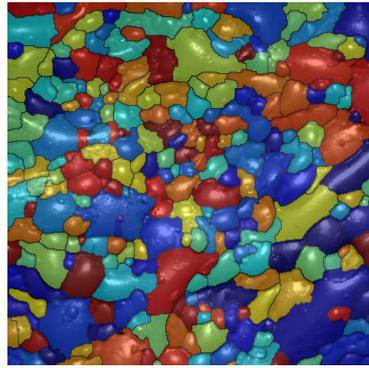


(b)

Figura A.5: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 05.

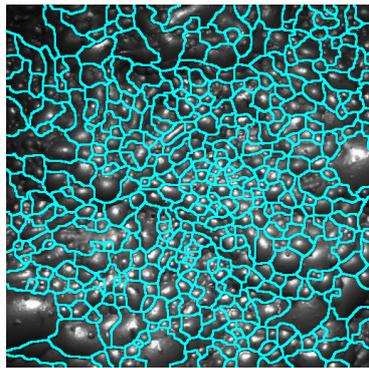


(a)

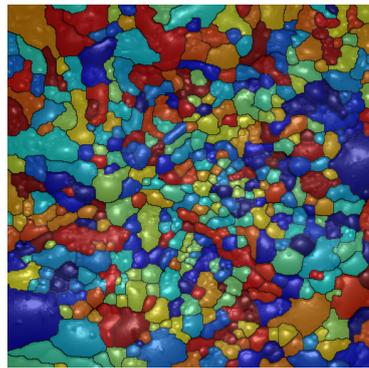


(b)

Figura A.6: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 06.

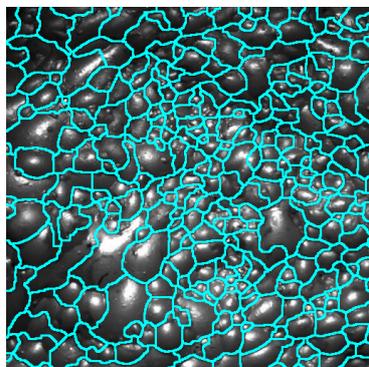


(a)

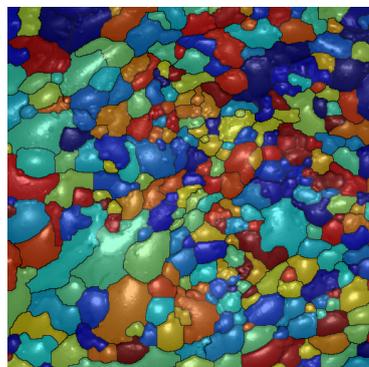


(b)

Figura A.7: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 07.

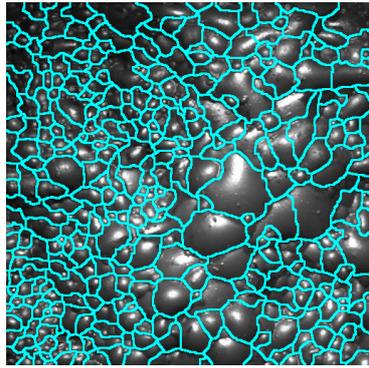


(a)

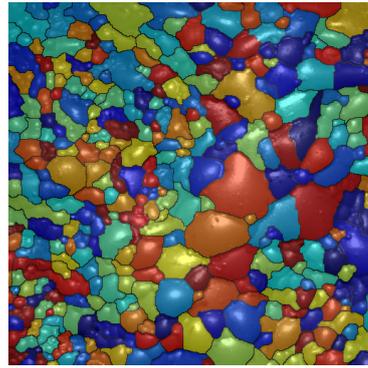


(b)

Figura A.8: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 08.

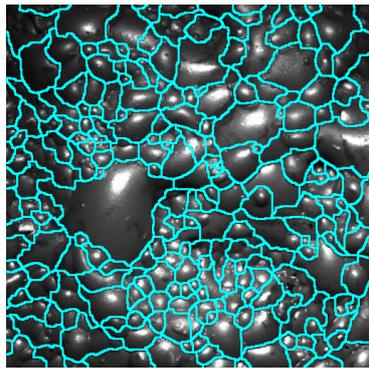


(a)

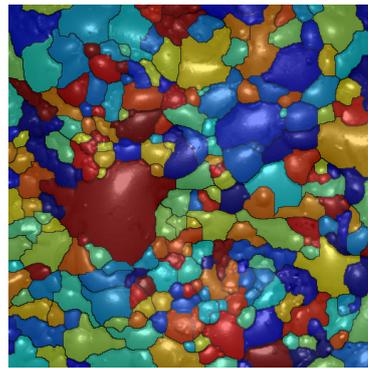


(b)

Figura A.9: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 09.

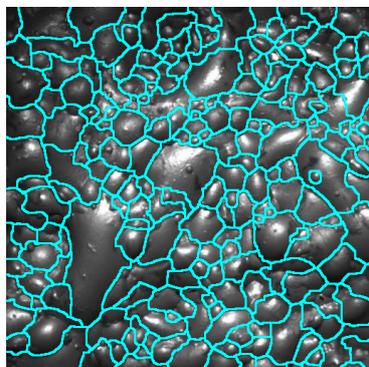


(a)

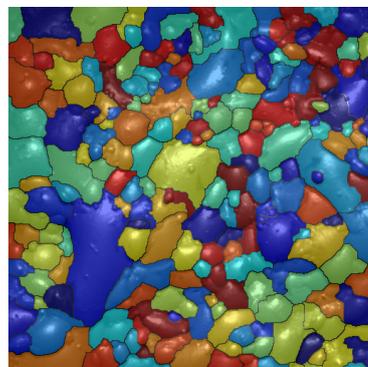


(b)

Figura A.10: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 10.

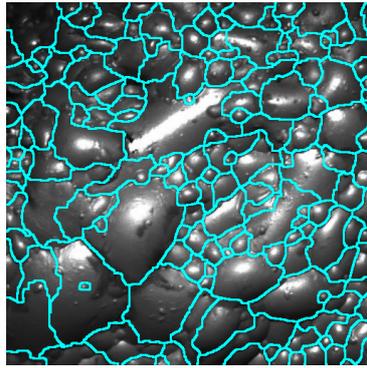


(a)

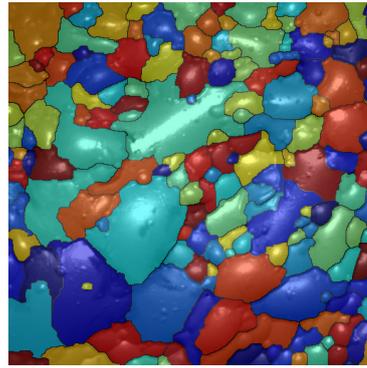


(b)

Figura A.11: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 11.

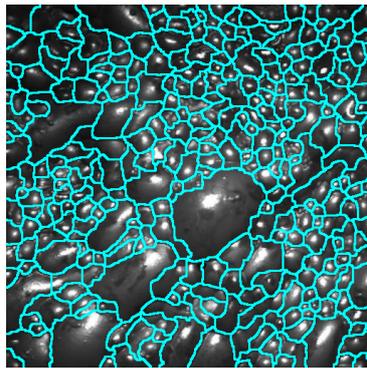


(a)

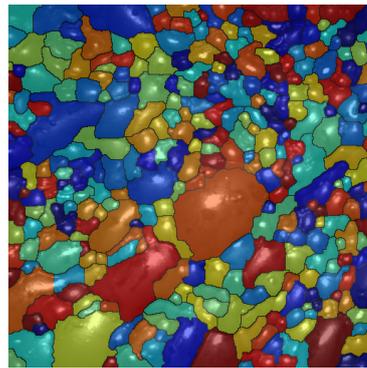


(b)

Figura A.12: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 12.

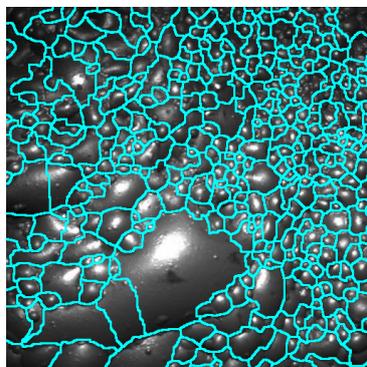


(a)

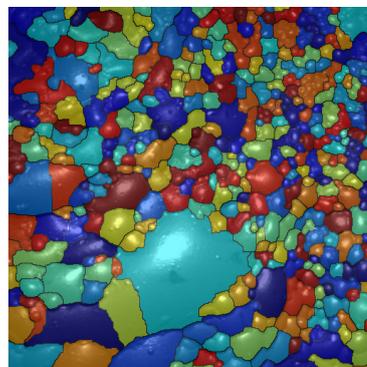


(b)

Figura A.13: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 13.

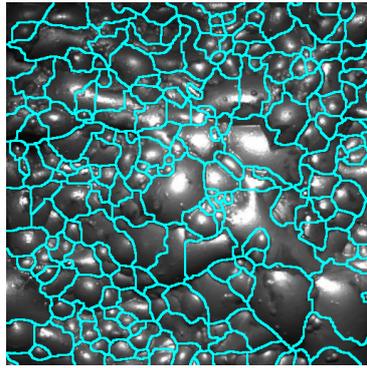


(a)

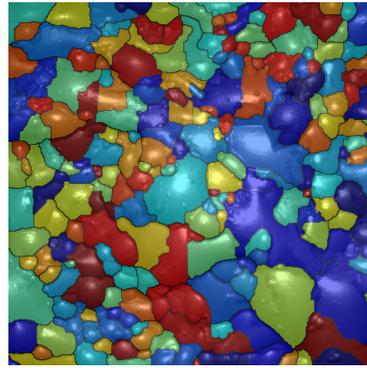


(b)

Figura A.14: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 14.

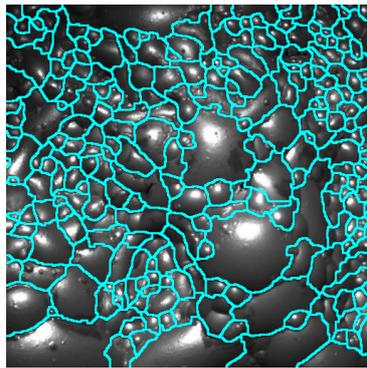


(a)

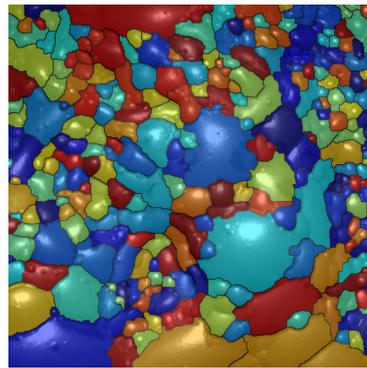


(b)

Figura A.15: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 15.

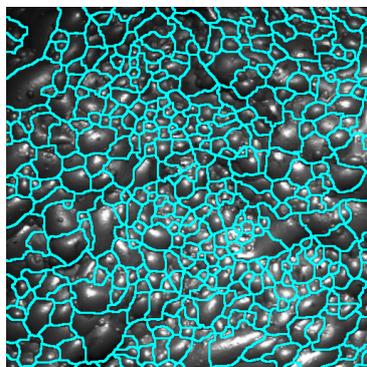


(a)

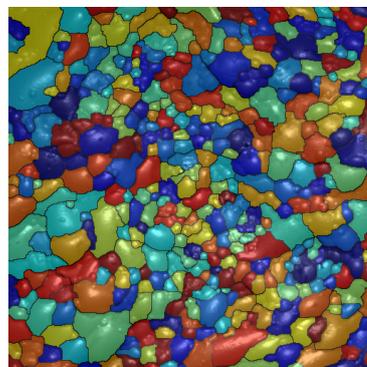


(b)

Figura A.16: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 16.

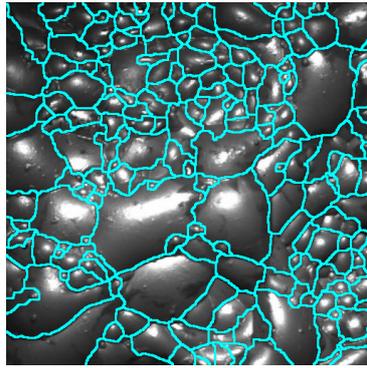


(a)

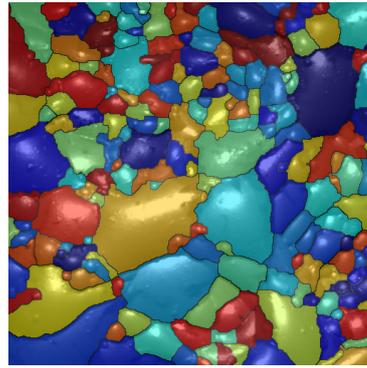


(b)

Figura A.17: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 17.

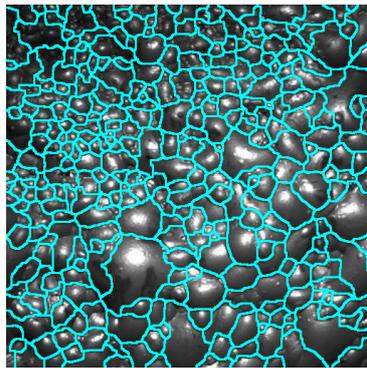


(a)

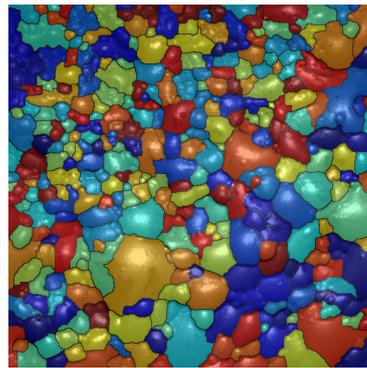


(b)

Figura A.18: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 18.

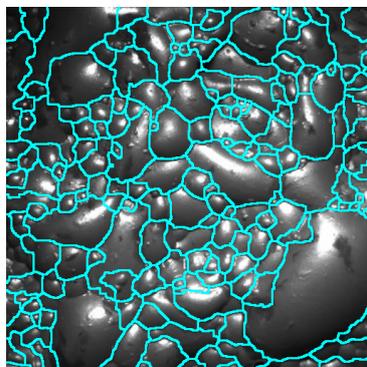


(a)

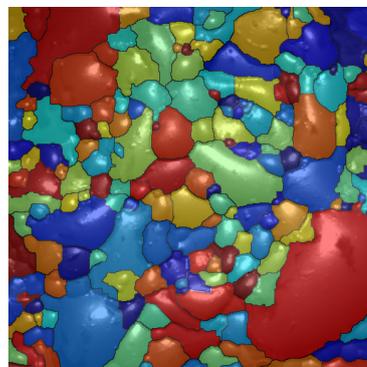


(b)

Figura A.19: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 19.

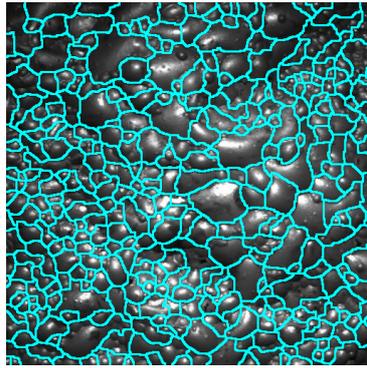


(a)

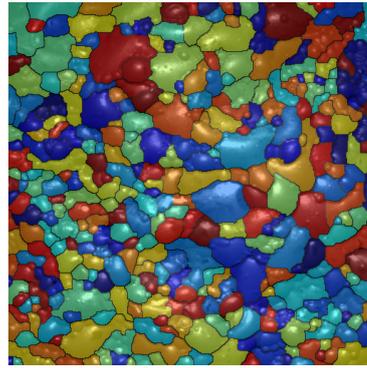


(b)

Figura A.20: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 20.

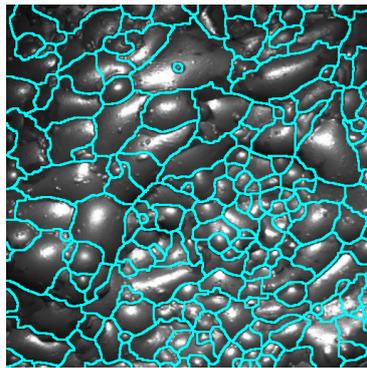


(a)

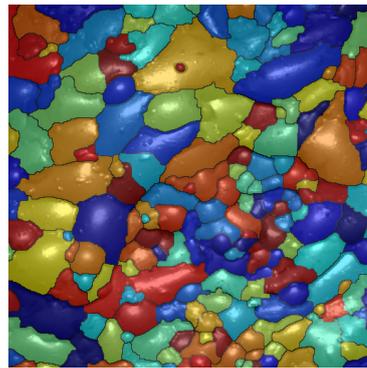


(b)

Figura A.21: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 21.

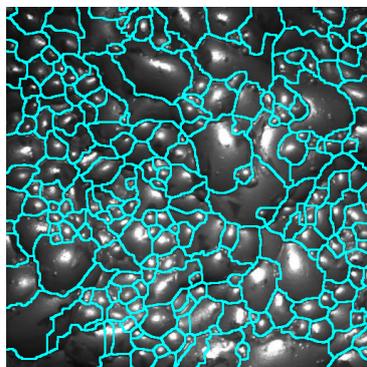


(a)

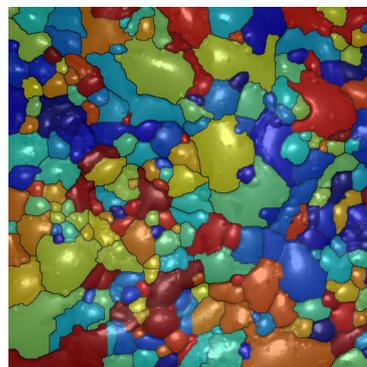


(b)

Figura A.22: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 22.

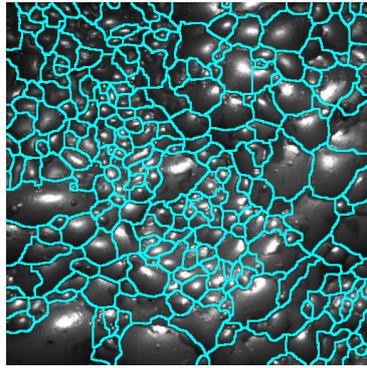


(a)

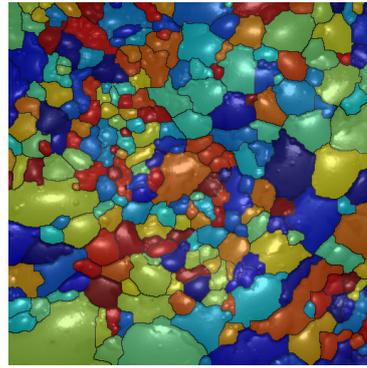


(b)

Figura A.23: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 23.

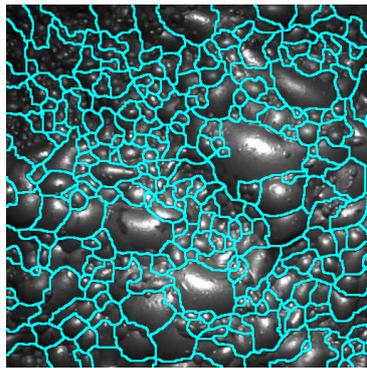


(a)

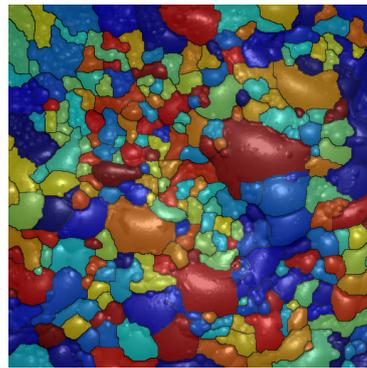


(b)

Figura A.24: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 24.

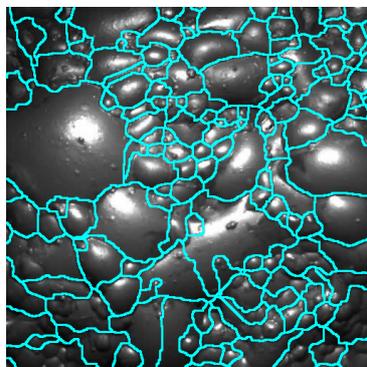


(a)

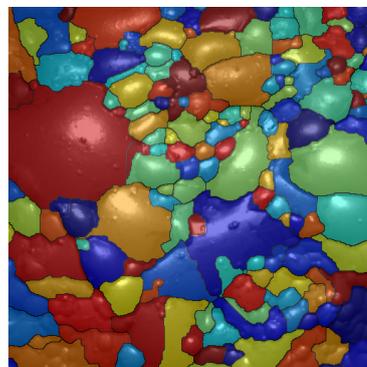


(b)

Figura A.25: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 25.

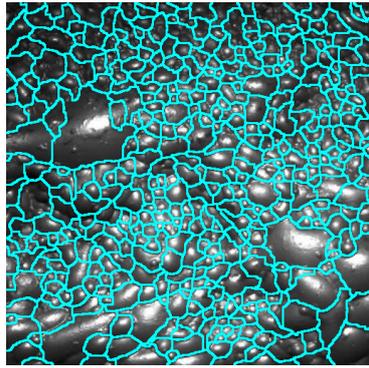


(a)

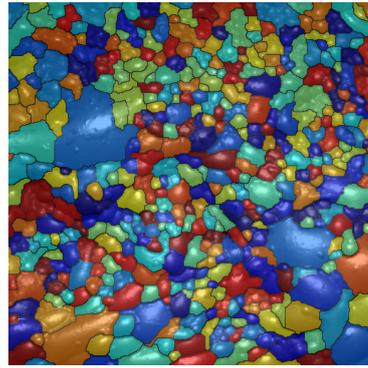


(b)

Figura A.26: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 26.

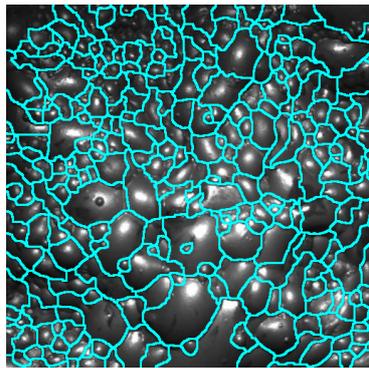


(a)

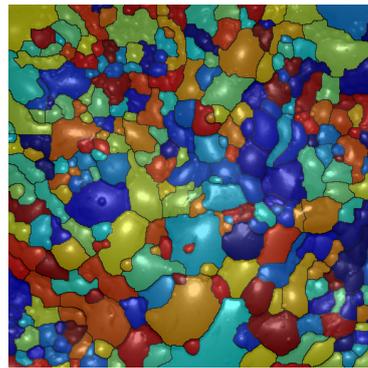


(b)

Figura A.27: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 27.

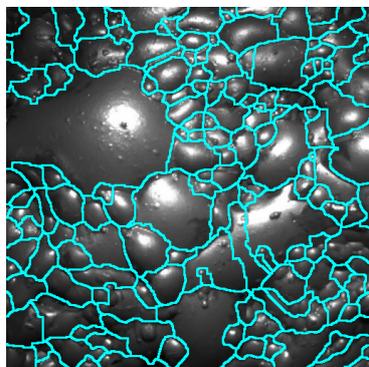


(a)

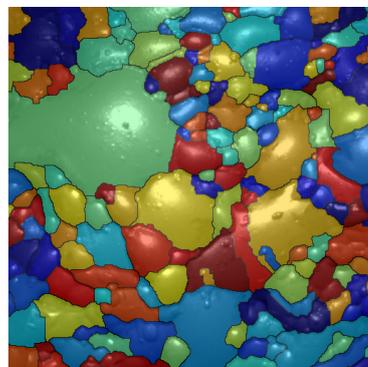


(b)

Figura A.28: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 28.

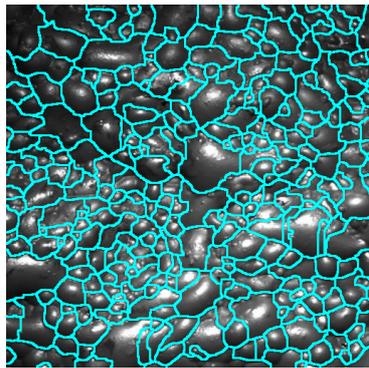


(a)

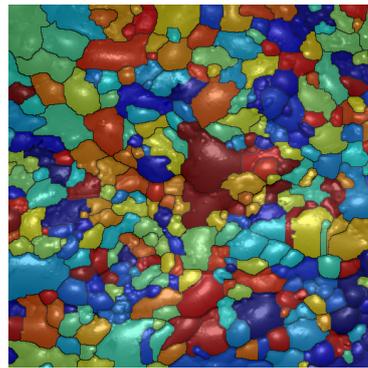


(b)

Figura A.29: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 29.



(a)



(b)

Figura A.30: Resultados pelo método *Watershed* - Imagem de teste 30.

**ANEXO B: RESULTADOS DO MÉTODO UTILIZANDO A REDE  
U-NET**

## B. Resultados do Método utilizando a Rede U-net

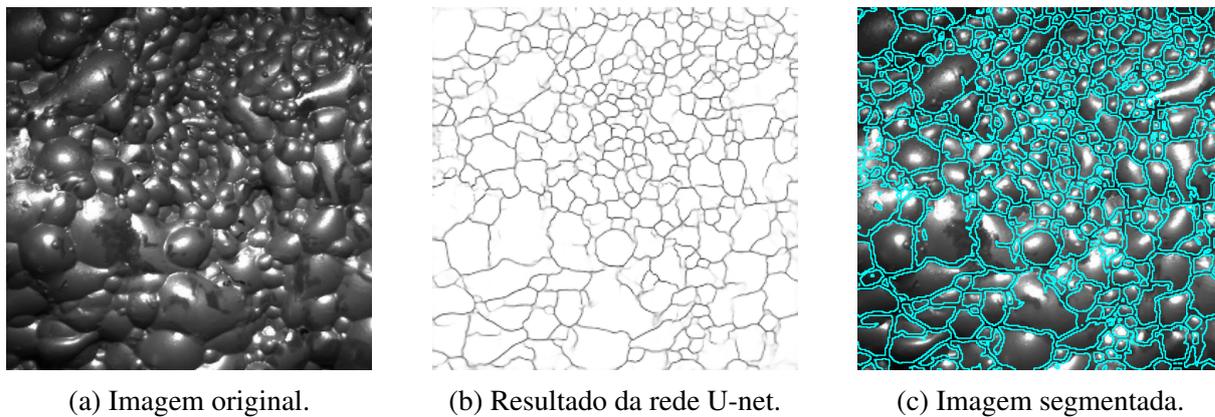


Figura B.1: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 01.

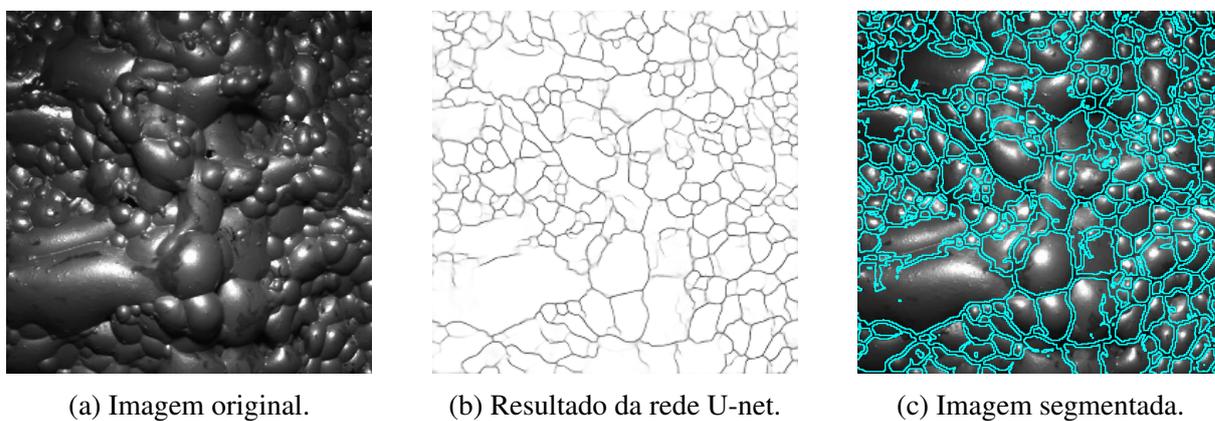
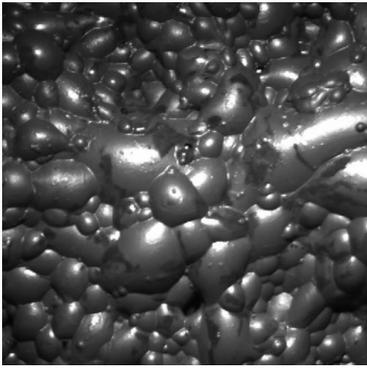
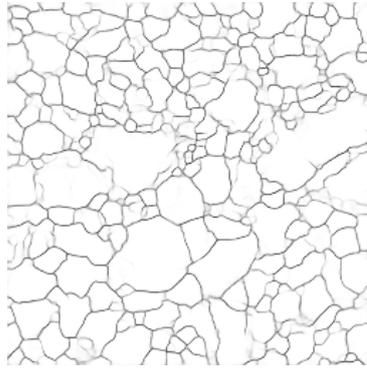


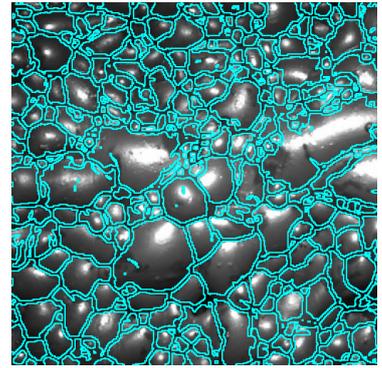
Figura B.2: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 02.



(a) Imagem original.

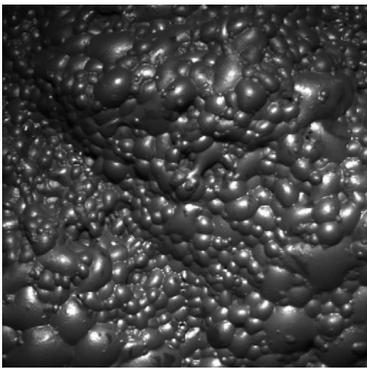


(b) Resultado da rede U-net.

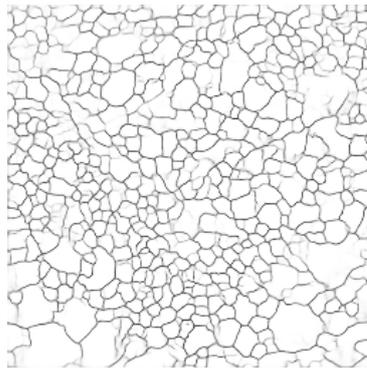


(c) Imagem segmentada.

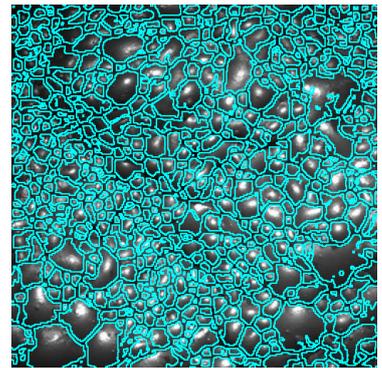
Figura B.3: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 03.



(a) Imagem original.

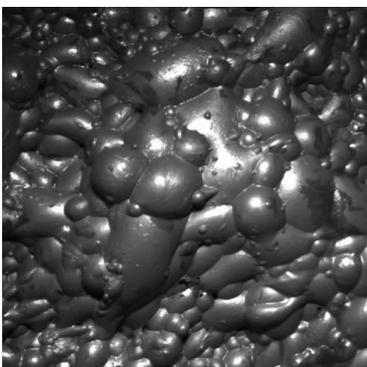


(b) Resultado da rede U-net.

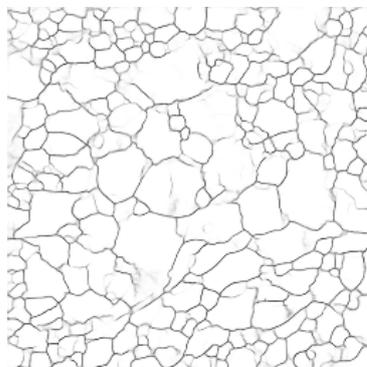


(c) Imagem segmentada.

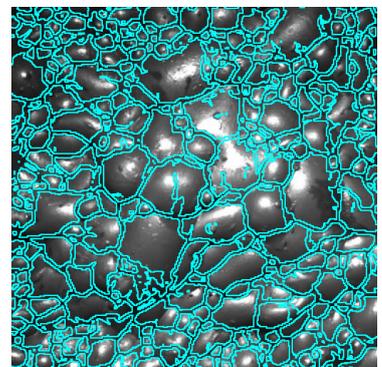
Figura B.4: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 04.



(a) Imagem original.

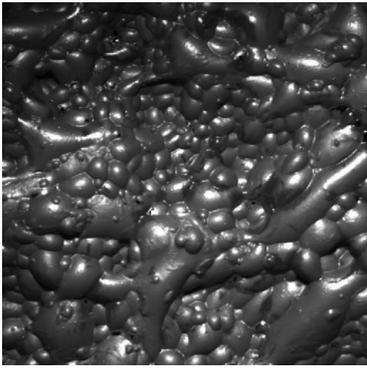


(b) Resultado da rede U-net.

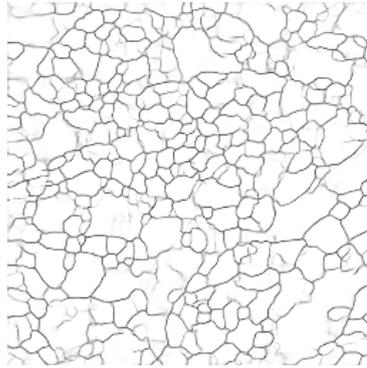


(c) Imagem segmentada.

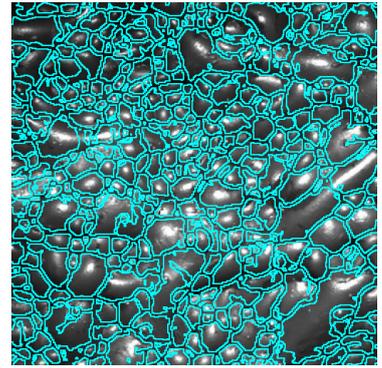
Figura B.5: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 05.



(a) Imagem original.

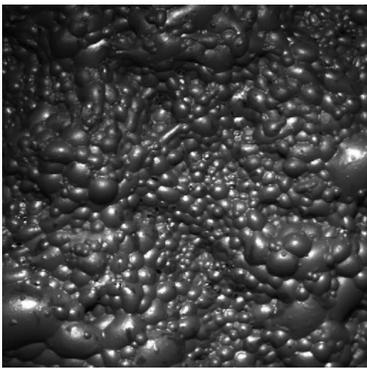


(b) Resultado da rede U-net.

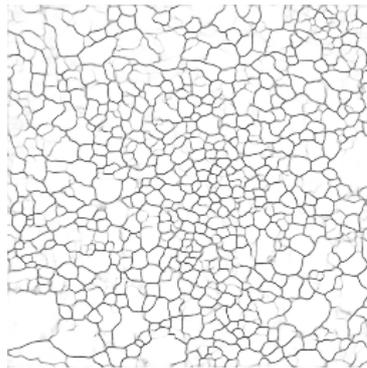


(c) Imagem segmentada.

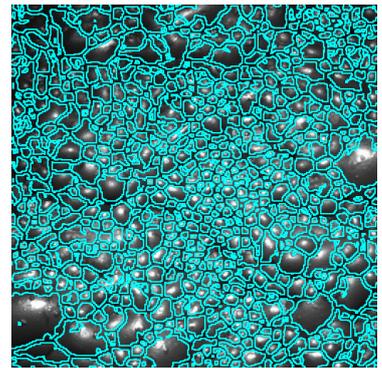
Figura B.6: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 06.



(a) Imagem original.

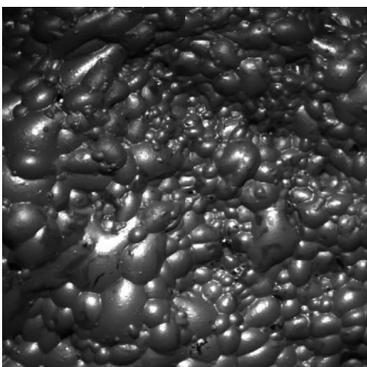


(b) Resultado da rede U-net.

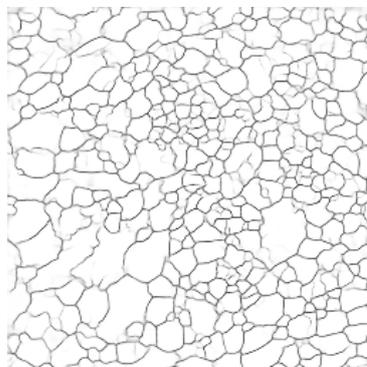


(c) Imagem segmentada.

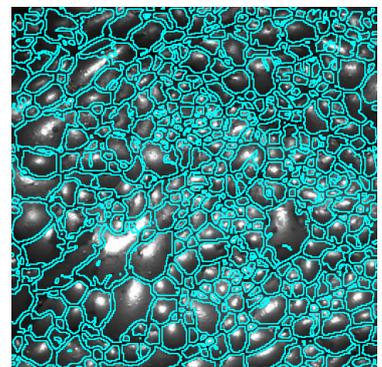
Figura B.7: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 07.



(a) Imagem original.

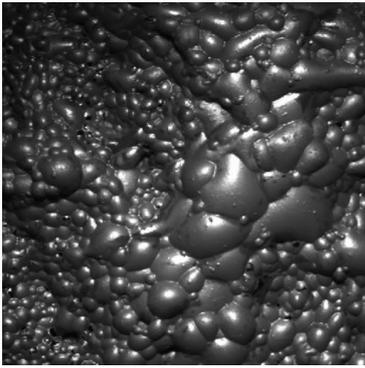


(b) Resultado da rede U-net.

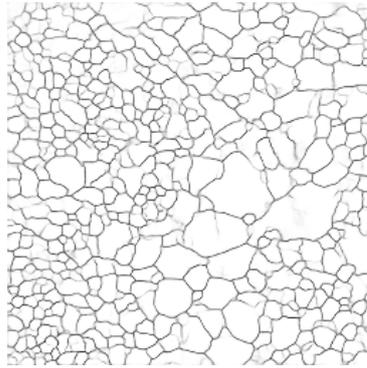


(c) Imagem segmentada.

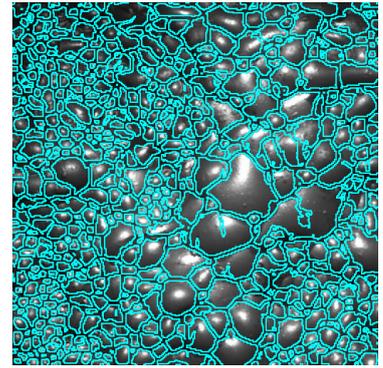
Figura B.8: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 08.



(a) Imagem original.

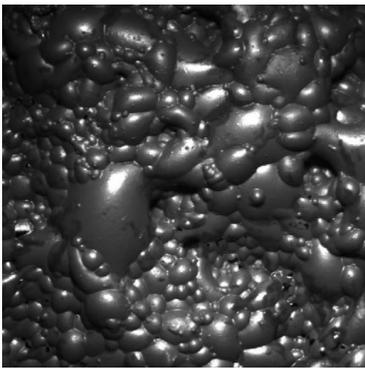


(b) Resultado da rede U-net.

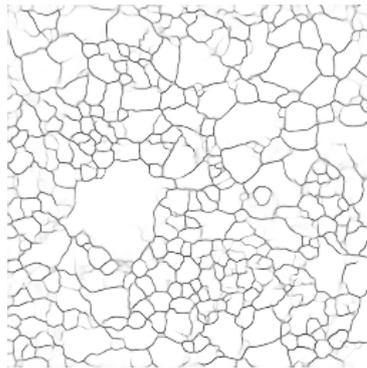


(c) Imagem segmentada.

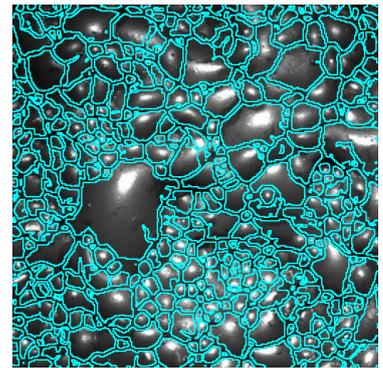
Figura B.9: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 09.



(a) Imagem original.

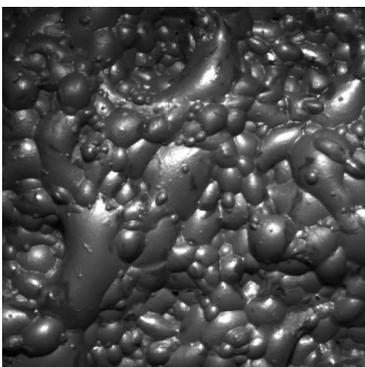


(b) Resultado da rede U-net.

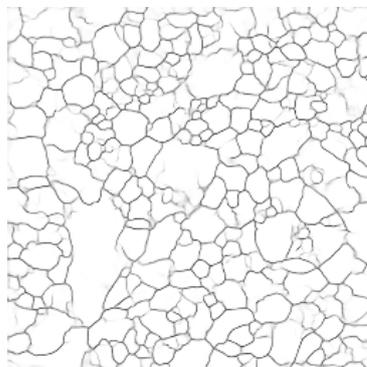


(c) Imagem segmentada.

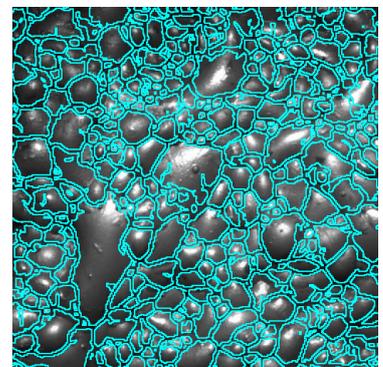
Figura B.10: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 10.



(a) Imagem original.

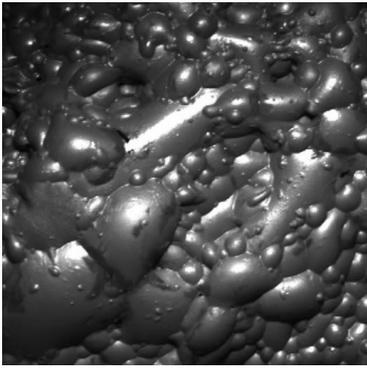


(b) Resultado da rede U-net.

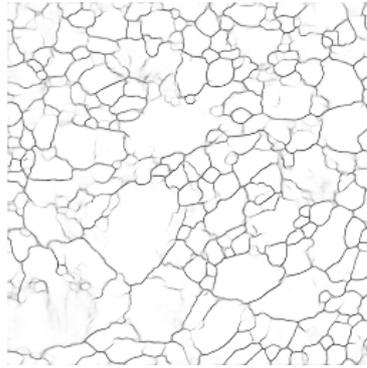


(c) Imagem segmentada.

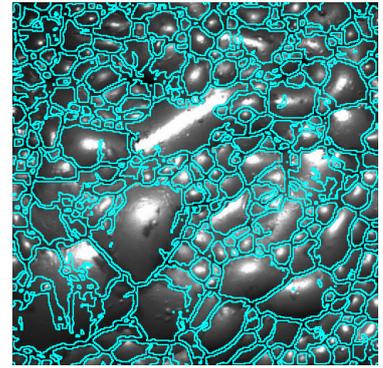
Figura B.11: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 11.



(a) Imagem original.

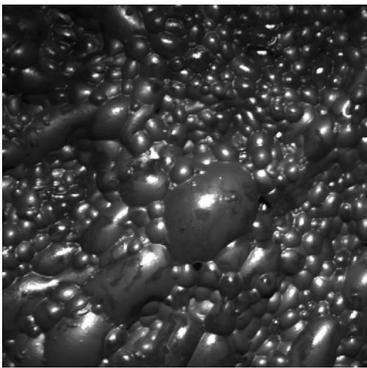


(b) Resultado da rede U-net.

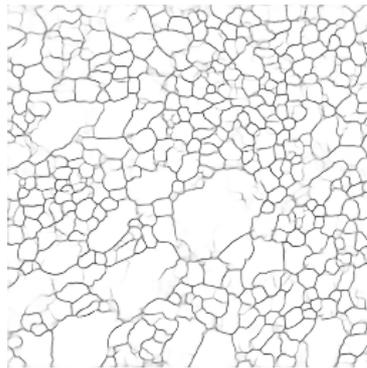


(c) Imagem segmentada.

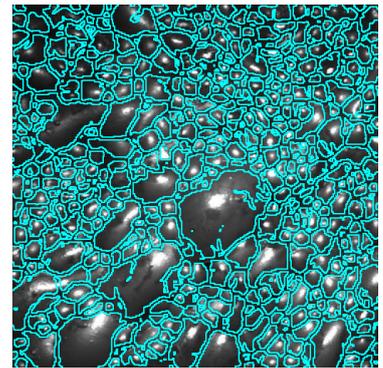
Figura B.12: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 12.



(a) Imagem original.

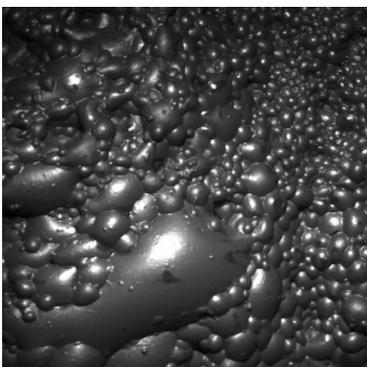


(b) Resultado da rede U-net.



(c) Imagem segmentada.

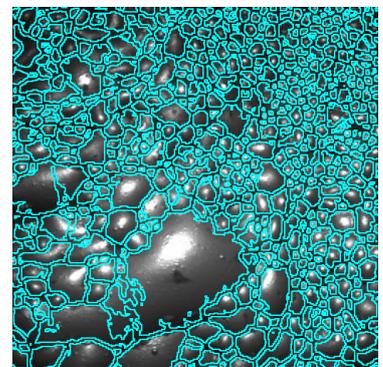
Figura B.13: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 13.



(a) Imagem original.

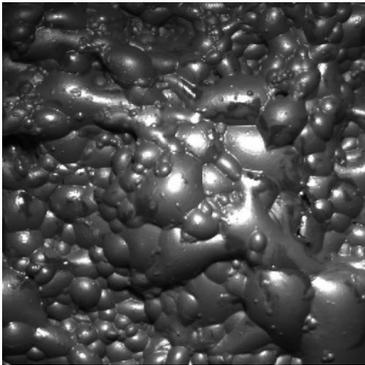


(b) Resultado da rede U-net.



(c) Imagem segmentada.

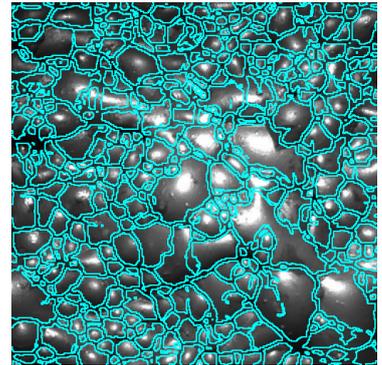
Figura B.14: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 14.



(a) Imagem original.

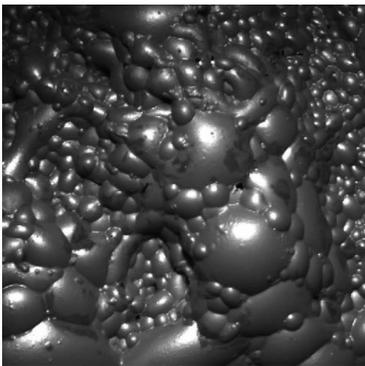


(b) Resultado da rede U-net.

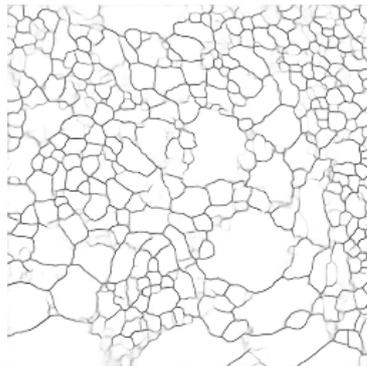


(c) Imagem segmentada.

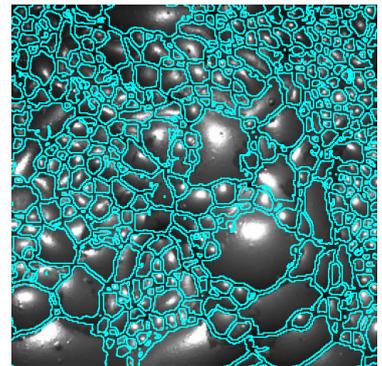
Figura B.15: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 15.



(a) Imagem original.

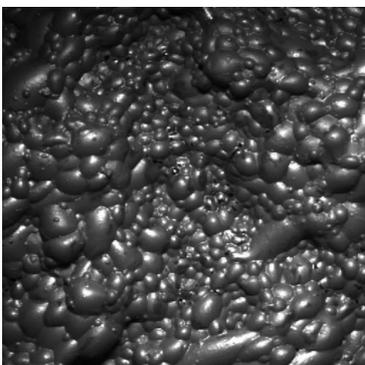


(b) Resultado da rede U-net.

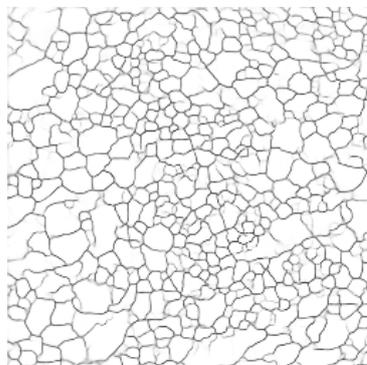


(c) Imagem segmentada.

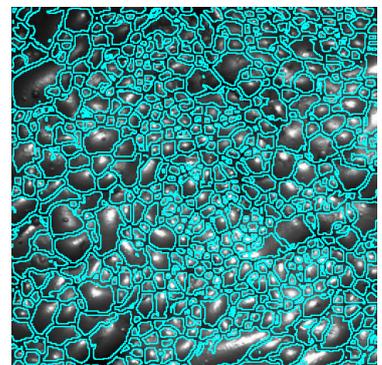
Figura B.16: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 16.



(a) Imagem original.

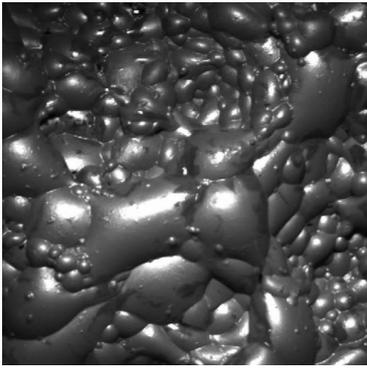


(b) Resultado da rede U-net.

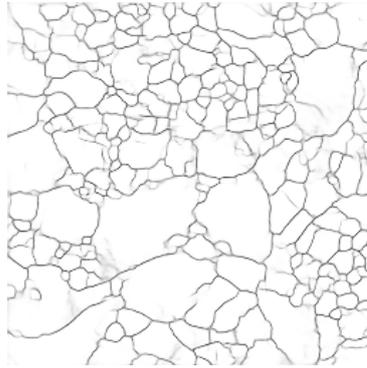


(c) Imagem segmentada.

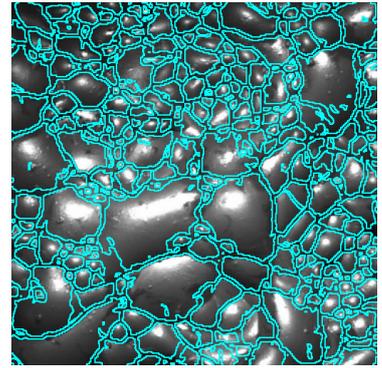
Figura B.17: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 17.



(a) Imagem original.

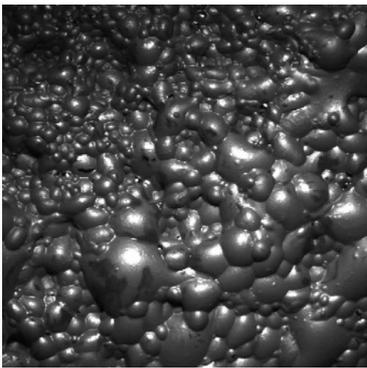


(b) Resultado da rede U-net.

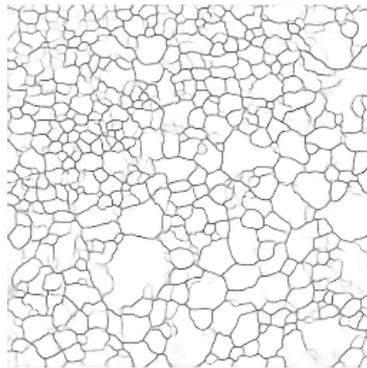


(c) Imagem segmentada.

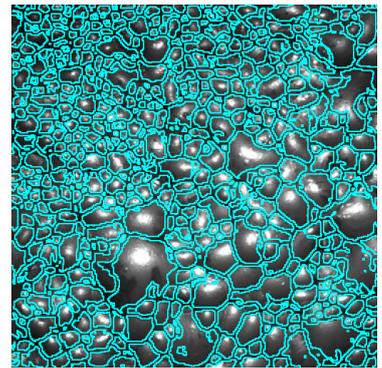
Figura B.18: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 18.



(a) Imagem original.

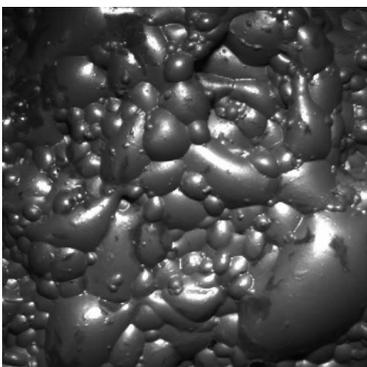


(b) Resultado da rede U-net.



(c) Imagem segmentada.

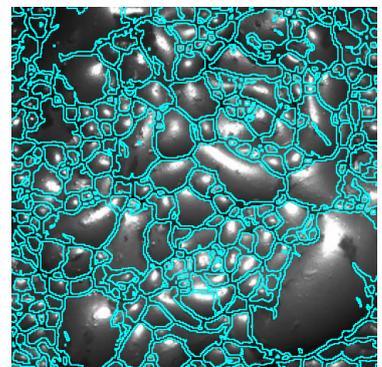
Figura B.19: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 19.



(a) Imagem original.

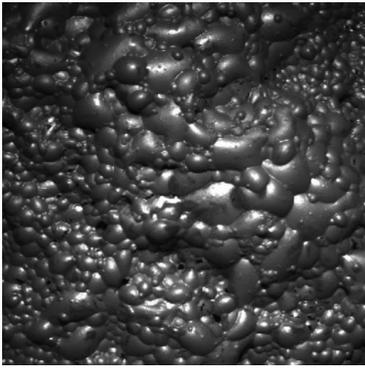


(b) Resultado da rede U-net.

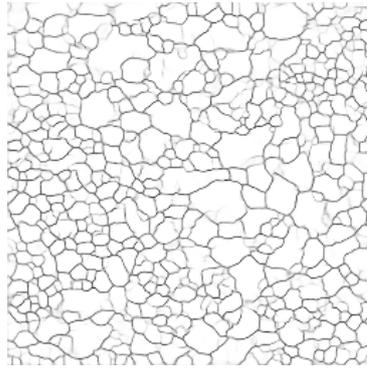


(c) Imagem segmentada.

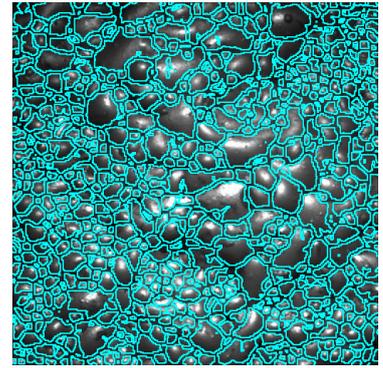
Figura B.20: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 20.



(a) Imagem original.

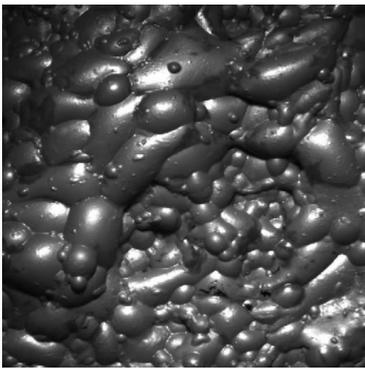


(b) Resultado da rede U-net.

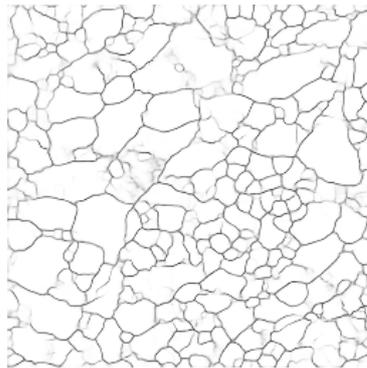


(c) Imagem segmentada.

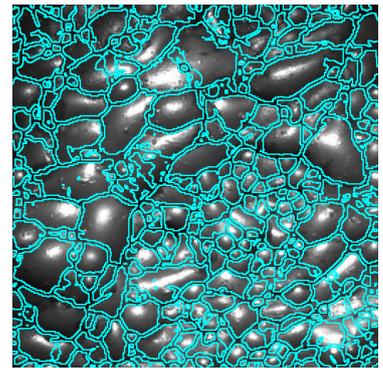
Figura B.21: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 21.



(a) Imagem original.

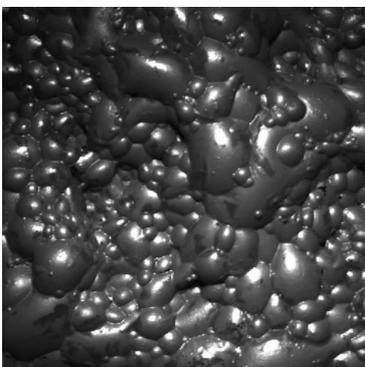


(b) Resultado da rede U-net.

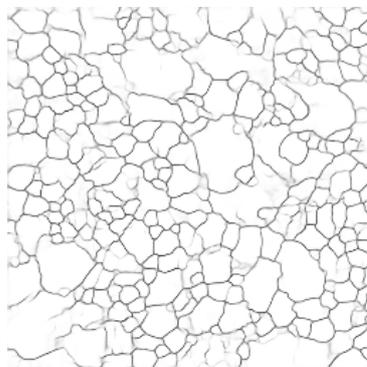


(c) Imagem segmentada.

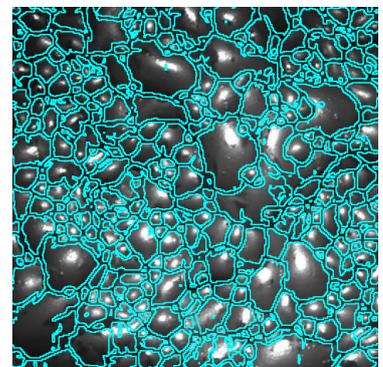
Figura B.22: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 22.



(a) Imagem original.

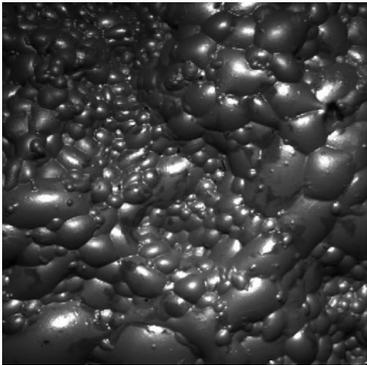


(b) Resultado da rede U-net.

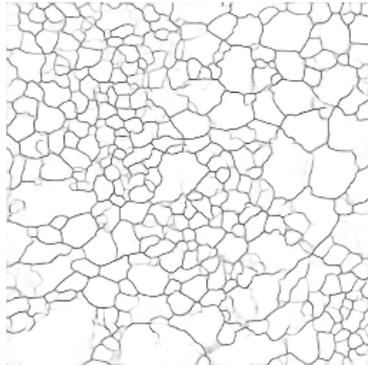


(c) Imagem segmentada.

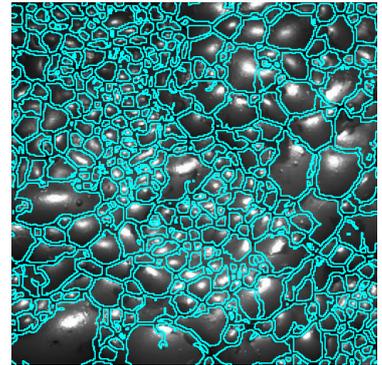
Figura B.23: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 23.



(a) Imagem original.

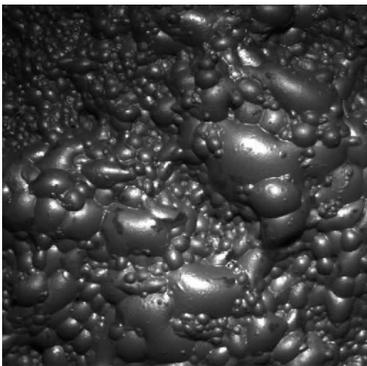


(b) Resultado da rede U-net.

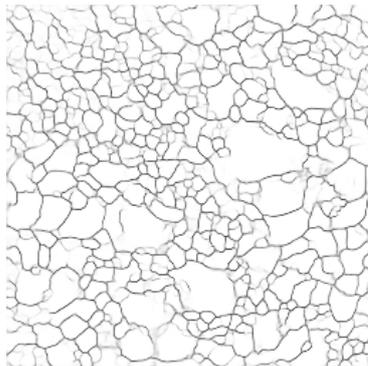


(c) Imagem segmentada.

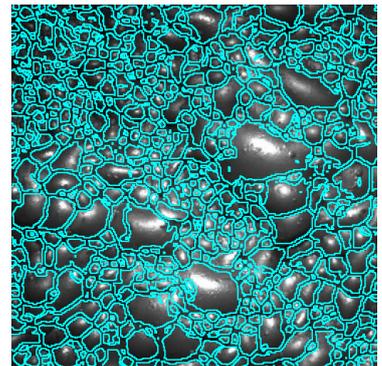
Figura B.24: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 24.



(a) Imagem original.

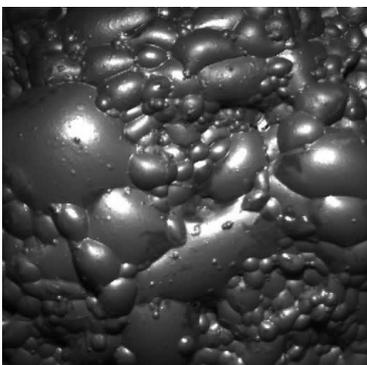


(b) Resultado da rede U-net.



(c) Imagem segmentada.

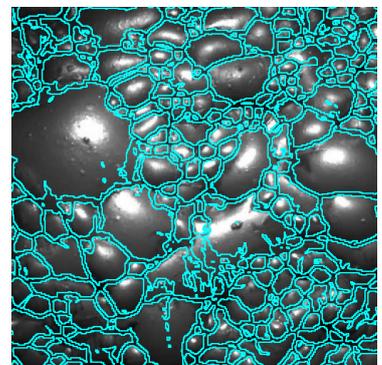
Figura B.25: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 25.



(a) Imagem original.

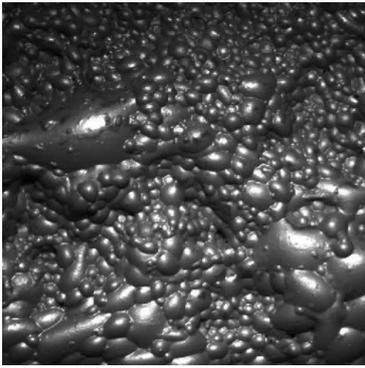


(b) Resultado da rede U-net.

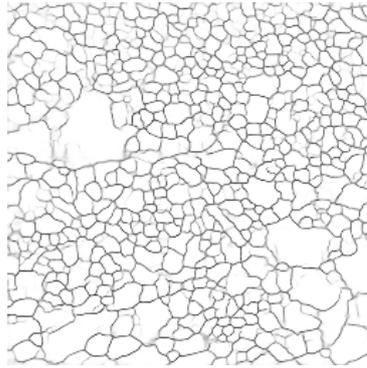


(c) Imagem segmentada.

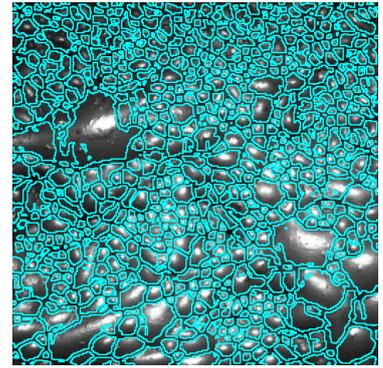
Figura B.26: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 26.



(a) Imagem original.

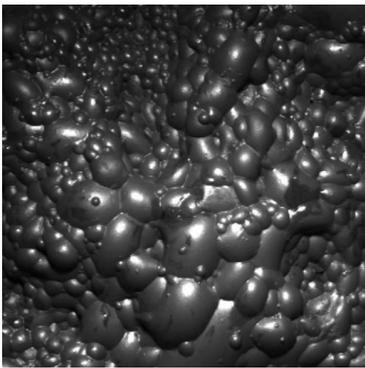


(b) Resultado da rede U-net.

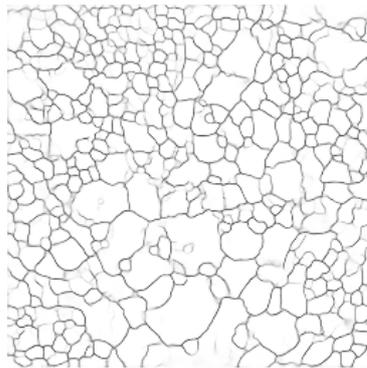


(c) Imagem segmentada.

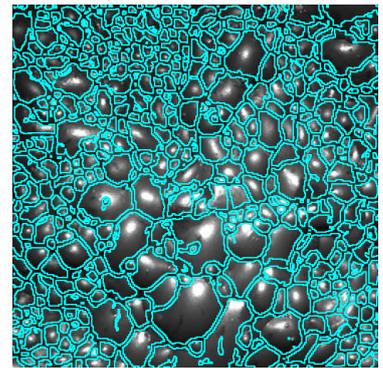
Figura B.27: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 27.



(a) Imagem original.

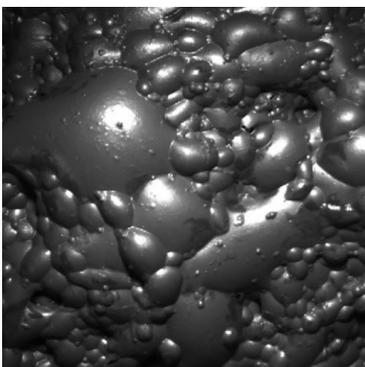


(b) Resultado da rede U-net.

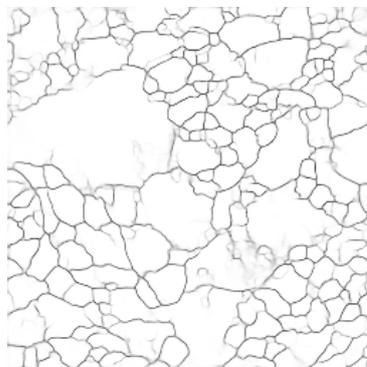


(c) Imagem segmentada.

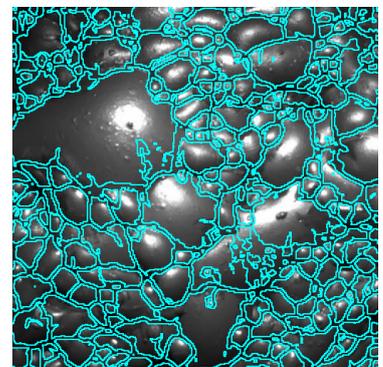
Figura B.28: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 28.



(a) Imagem original.

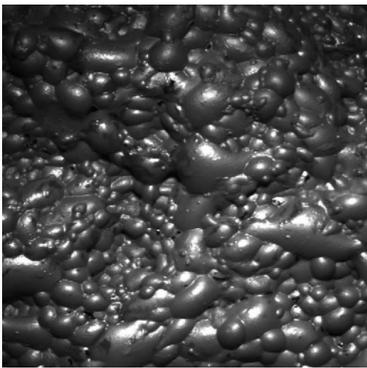


(b) Resultado da rede U-net.

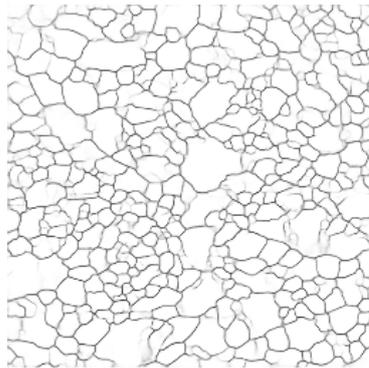


(c) Imagem segmentada.

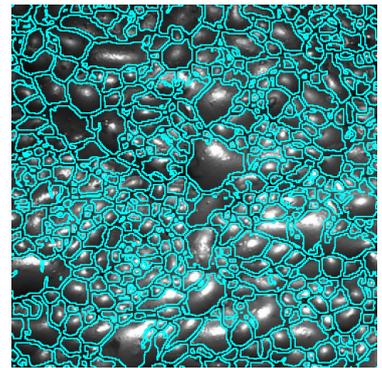
Figura B.29: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 29.



(a) Imagem original.



(b) Resultado da rede U-net.



(c) Imagem segmentada.

Figura B.30: Resultados obtidos através da rede U-net - Imagem de teste 30.

**ANEXO C: ARTIGO - CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA  
2020**

## C. Artigo - Congresso Brasileiro de Automática 2020

Trabalho submetido e aprovado no XXIII Congresso Brasileiro de Automática 2020 sob o título “Estimativa do Tamanho de Bolhas em Espuma de Flotação Utilizando Visão Computacional”.

**Resumo:** Dentre as etapas de processamento de minérios, a flotação se destaca como um dos mais importantes, principalmente quando se trata de separação de minerais. O rendimento deste processo está muito ligado às variáveis de processo como a vazão de ar e o controle de abertura das válvulas de descarga. Estas variáveis, muitas vezes, são determinadas através do aspecto visual da espuma deste processo, onde os operadores se baseiam em suas experiências para a tomada de decisão e escolha destes parâmetros. As principais características observadas são: tamanho das bolhas, textura e velocidade de deslocamento. Como esta análise, muitas vezes, fica a cargo do operador do processo ela acaba se tornando subjetiva, variando de operador para operador. Além desta análise subjetiva, o controle deste processo é uma tarefa complexa. Desta forma, a automação deste processo se torna ainda mais importante. Utilizando as técnicas de visão computacional é possível obter as principais características da espuma importantes ao processo. A proposta deste trabalho é utilizar técnicas de visão computacional para análise da espuma de um processo de flotação para determinação do tamanho e do número de bolhas presentes na espuma como ferramenta de apoio à tomada de decisão dos operadores deste tipo de processo.

*Palavras-chaves:* Visão Computacional; Flotação; Tamanho das Bolhas; Espuma; Segmentação.

# Estimativa do Tamanho de Bolhas em Espuma de Flotação Utilizando Visão Computacional.

Carlos Júnior Pereira da Silva\* Jefferson Rodrigo de Souza\*\*  
Gustavo Pessin\*\*\* André Reis de Geus\*\*\*\*

\* *Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração, Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil (e-mail: carlos.jps@aluno.ufop.edu.br).*

\*\* *Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil (e-mail: jrsouza@ufu.br).*

\*\*\* *Instituto Tecnológico Vale, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil (e-mail: gustavo.pessin@itv.org).*

\*\*\*\* *Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil (e-mail: geus.andre@gmail.com).*

---

**Abstract:** Among the ore processing steps flotation stands out as one of the most important, especially when it comes to ore separation. The efficiency of this process is closely linked to process variables such as air supply flow and discharge valve opening control. These variables are often determined by the visual aspect of the flotation froth, where industrial operators rely on their experience in decision-making and choosing these parameters. The main characteristics observed are bubble size, texture, and bubble velocity. As this analysis is often left to the process operator, it becomes subjective, varying from operator to operator. Beyond this subjective analysis, controlling this process is a complex task. Thus, the automation of this process becomes even more important for operation. Using computer vision techniques, it is possible to acquire the main characteristics of the foam that are important to the process. The purpose of this work is to use computer vision techniques to estimate the average size and number of bubbles disposed of in the froth flotation to support the decision-making process of the operators of this type of process.

**Resumo:** Dentre as etapas de processamento de minérios, a flotação se destaca como um dos mais importantes, principalmente quando se trata de separação de minerais. O rendimento deste processo está muito ligado as variáveis de processo como a vazão de ar e o controle de abertura das válvulas de descarga. Estas variáveis, muitas vezes, são determinadas através do aspecto visual da espuma deste processo, onde os operadores se baseiam em suas experiências para a tomada de decisão e escolha destes parâmetros. As principais características observadas são: tamanho das bolhas, textura e velocidade de deslocamento. Como esta análise, muitas vezes, fica a cargo do operador do processo ela acaba se tornando subjetiva, variando de operador para operador. Além desta análise subjetiva, o controle deste processo é uma tarefa complexa. Desta forma, a automação deste processo se torna ainda mais importante. Utilizando as técnicas de visão computacional é possível obter as principais características da espuma importantes ao processo. A proposta deste trabalho é utilizar técnicas de visão computacional para estimar o tamanho médio e o número de bolhas presentes na espuma de flotação como ferramenta de apoio na tomada de decisão dos operadores deste tipo de processo.

*Keywords:* Computer Vision; Flotation; Bubble Size; Froth; Segmentation.

*Palavras-chaves:* Visão Computacional; Flotação; Tamanho das Bolhas; Espuma; Segmentação.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Os recursos minerais são parte importante no desenvolvimento econômico e social mundialmente. Estes estão presentes em muitos aspectos do cotidiano e servem como base para a fabricação dos mais diversos produtos. Neste contexto, o Brasil também está fortemente interligado ao segmento da mineração como um dos países com maior potencial mineral no mundo. Em 2017, as exportações de recursos minerais representaram 11% do resultado total do ano vigente (Misi e Lins, 2018).

O aumento acelerado da demanda de recursos minerais tem ocasionado o esgotamento das reservas minerais obrigando a indústria de mineração a processarem minérios cada vez mais complexos, com baixos teores e cada vez com maior eficiência industrial. Além disto, a indústria da mineração também está imersa no contexto da globalização, o que aumenta a necessidade de obterem processos produtivos com custos cada vez menores (Silva, 2016). Com este cenário, o processo de flotação se destaca entre os principais processos de concentração de minérios, principalmente pela capacidade de aproveitamento de minérios de baixos teores, sua ampla aplicabilidade e viabilidade econômica frente a outros métodos de processamento mineral (Baltar, 2009).

Os processos de concentração de minérios, de forma generalizada, podem ser descritos como processos capazes de dar a um ou mais componentes de uma mistura heterogênea de minerais uma velocidade diferente dos demais componentes da mistura (Chaves et al., 2018). Isto é realizado com objetivo de separar os minérios desejados dos que não se tem interesse durante o processo de concentração. Neste processo as partículas que se deseja flotar são obrigadas a percorrer um trajeto ascendente. A capacidade de diferenciação entre as espécies minerais se dá pela capacidade das partículas se prenderem a bolhas de gás, geralmente ar (Baltar, 2009). Quando uma partícula consegue se prender a um número suficiente de bolhas, a densidade deste novo conjunto se torna menor do que o fluido e o conjunto se desloca verticalmente para a superfície onde é separado na forma de espuma. As demais partículas permanecem inalteradas a suas respectivas rotas de movimentação (Chaves et al., 2018).

Um das variáveis mais importantes a serem observadas é o tamanho médio das bolhas presentes na espuma de flotação. Este parâmetro é importante devido ao efeito na coleta e transporte das partículas minerais, ou seja, interfere diretamente no objetivo do processo de flotação (Ostadrahimi et al., 2020).

Bolhas menores permitem a recuperação de partículas minerais menores, índices mais elevados de cinética na coleta e transporte dos sólidos por volume de ar. Entretanto, bolhas muito pequenas apresentam uma velocidade de ascensão menor do que a velocidade descendente da polpa o que pode causar a perda de partículas hidrofóbicas. Desta forma existe um diâmetro médio das bolhas efetivo para a flotação, o que de acordo com a literatura está entre 0,5 a 2,0 mm. Também existem modelos matemáticos para estimar este diâmetro médio das bolhas conforme as características da polpa a ser processada onde este parâmetro ideal pode alcançar outras faixas de valores.

Estes modelos dependem de uma série de variáveis como: medidas dimensionais da coluna, características do material, dados do processo dentre outros (Aquino et al., 2018).

Este trabalho tem como ponto central a pesquisa e análise de métodos de tratamento de imagens aplicados a detecção e segmentação de bolhas existentes na espuma de flotação utilizando o algoritmo *Watershed*. A partir desta detecção deseja-se estimar o número de bolhas e calcular o tamanho médio destas em uma imagem coletada do processo.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: a seção 2 apresenta a motivação para realização do estudo. A seção 3 uma breve revisão bibliográfica sobre o tema. A seção 4 descreve a metodologia proposta. Os resultados obtidos estão apresentados na seção 5. Por fim a seção 6 apresenta as conclusões do trabalho.

## 2. MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

O processo de flotação de minérios possui muitas variáveis e parâmetros de controle, o que torna o seu controle complexo (Zarie et al., 2020). Em muitas indústrias de mineração, os operadores de planta utilizam de suas experiências em relação ao aspecto visual da espuma gerada pelo sistema para realizar os ajustes dos parâmetros de processo (Wang et al., 2019). Este método de análise faz com o que o sistema, muitas vezes, não esteja operando com o máximo desempenho possível. Pelo fato das análises serem subjetivas e realizadas com base na experiência dos operadores, as indústrias de beneficiamento mineral estão sujeitas a variações no desempenho e qualidade no processo de flotação quando ocorrem, por exemplo (Moolman et al., 1994; Wang et al., 2019):

- Trocas de turno: As equipes de turnos diferentes não possuem a mesma experiência e conhecimento do processo;
- Turnover* da equipe de operação: Saída de operadores experientes e entrada de operadores com pouco conhecimento do processo;
- Falta de entendimento fundamentado da dinâmica da planta: Ações tomadas com base em informações subjetivas variando de operador para operador;
- Imprecisão e baixa confiabilidade de sistemas de controle manuais.

Com o avanço dos equipamentos de aquisição de imagens e a evolução da capacidade de processamento dos computadores, o uso de técnicas de processamento de imagens para análise da espuma de flotação se tornou uma alternativa cada vez mais viável. Estas técnicas podem ser aplicadas para classificar e determinar o desempenho em processos de flotação direta de diversos minerais como, por exemplo, o cobre, platina, zinco e carvão. As principais características visuais relatadas pelos operadores como critério de avaliação são: mobilidade, cor, tamanho e textura das bolhas (Silva e Galéry, 2013). Estas também são as mais utilizadas em técnicas de tratamento de imagens aplicadas a flotação de minérios. A Figura 1 apresenta um exemplo real da espuma de flotação em coluna.

As características visuais da espuma podem fornecer muitas informações importantes sobre o processo, como: teor e recuperação de minerais úteis. Este conceito é corroborado e estudado por alguns pesquisadores como: Nicolato et al.



Figura 1. Espuma de flotação de minério de chumbo.  
Fonte: O autor (2019).

(2005), Aldrich et al. (2010) e Wang et al. (2019). O controle da distribuição do tamanho de bolhas é amplamente difundido na prática industrial como também na literatura como uma das características visuais mais importantes a serem consideradas. Esta característica influencia diretamente na capacidade do processo de flotação de coletar os minerais de interesse (Ostadrahimi et al., 2020). O tamanho médio da bolha não depende apenas das características da máquina de flotação, mas também do minério a ser flotado, da vazão de ar e da taxa de dosagem dos reagentes químicos. Existe uma relação entre o tamanho médio da bolha existente no interior da polpa e o tamanho médio da bolha contida na espuma, onde bolhas em uma determinada faixa de tamanho podem gerar um sistema de colisão partícula/bolha mais eficiente e conseqüentemente melhor resultado na recuperação de minerais de interesse (Moolman et al., 1995; Hassanzadeh et al., 2016).

Com o cenário atual da mineração, a redução dos teores das minas, e o contexto competitivo do mercado de mineração, cada vez mais se busca menores custos de produção e altas taxas de produtividade (Silva, 2016). Tendo em vista estes fatores uma operação baseada em informações subjetivas pode não alcançar todo o potencial de desempenho operacional. A aplicação de técnicas de processamento digital pode colaborar para alcançar uma melhor padronização da operação e estabelecer índices de desempenho com maior acurácia do sistema de controle em processos de flotação (Wang et al., 2019).

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As pesquisas em busca da otimização do processo de flotação utilizando análise de imagens são realizadas desde o final da década de 80. Woodburn et al. (1989) desenvolveram um trabalho para caracterização das fases da espuma através do aspecto visual delas. Symonds e De Jager (1992), propuseram um método para a segmentação das bolhas contidas na espuma utilizando métodos morfológicos e técnicas de *thresholding* com base na escala de cinza da imagem. O objetivo deste trabalho era possibilitar que as bolhas fossem contadas e analisadas para a classificação da espuma através dos dados obtidos. O algoritmo de segmentação morfológica se tratava de um detector de borda residual utilizando um *spherical structuring element* (SE). Apesar dos resultados promissores, este método não se mostrou totalmente bem-sucedido na tentativa de identificação de bolhas na estrutura da espuma.

Moolman et al. (1994) apresentaram um método de análise de imagens da espuma de flotação utilizando técnicas baseadas nas cores e Transforma Rápida de Fourier (FFT) para processar os dados de vídeo na etapa de flotação, especialmente a espuma gerada em uma indústria de processamento de cobre. O método proposto foi capaz de distinguir diferentes níveis de cobre presentes na espuma e também obteve dados globais do sistema como tamanho médio das bolhas, direção do fluxo, formato das bolhas e mobilidade da espuma. Também é proposto um esquema de controle para ajuste da dosagem de reagentes no processo através dos resultados obtidos pelo sistema de aquisição de imagens.

Botha (1999) em sua dissertação de mestrado também apresenta um sistema de supervisão e análise em tempo real da espuma de flotação baseado em métodos de visão computacional. Ele traz a fundamentação teórica a respeito do método utilizado, onde aborda todas as etapas de pré-processamento até as análises finais no processamento de imagens. Neste trabalho, os algoritmos de visão computacional foram implementados em conjunto com a integração ao sistema de controle do processo. Ele avaliou alguns métodos para segmentação de imagens, destacando-se dentre eles o algoritmo *Watershed*.

Kaartinen et al. (2006) apresentaram um estudo de caso de um sistema de controle baseado em visão computacional aplicado a flotação de zinco. Neste trabalho, além de uma câmera, foi utilizado um espectrômetro para análise do processo. Eles conseguiram através deste sistema correlacionar cor, tamanho e velocidade das bolhas com os teores e recuperação de zinco respectivamente. O algoritmo de segmentação utilizado foi o *Watershed*. O trabalho de Kaartinen et al. (2006) tinha como objetivo aplicar as informações obtidas através da extração destas características na otimização de um sistema de flotação industrial. Analisando as ações realizadas rotineiramente pela equipe de operação, eles determinaram a metodologia de pesquisa e a partir disto implementaram leis de controle para a automação do sistema com base no aspecto visual da espuma. Como resultado prático, foi verificado o aumento na recuperação de minério com a aplicação do sistema proposto.

No trabalho de Hu et al. (2013) é descrito as etapas para projeto e implementação de um analisador de espuma de flotação. É proposto um sistema de captura de imagens em tempo real utilizando técnicas de processamento de imagens e detecção de borda para segmentar as bolhas existentes na espuma. Antes da segmentação, o trabalho propõe uma etapa de filtragem para o pré-processamento dos dados. Este tratamento visa minimizar os efeitos negativos da iluminação na análise de imagens e evitar a super segmentação. Estes filtros se baseavam em operações morfológicas clássicas como, por exemplo, dilatação e erosão. O algoritmo de segmentação utilizado foi do tipo *Watershed*. Os dados estimados alcançaram uma acurácia acima de 90% quando comparado com o método manual. Moghaddam et al. (2018), em sua pesquisa, apresentaram um método para classificação de espuma de flotação de antimônio baseado no histograma construído através dos perímetros das bolhas existentes na espuma. O método foi capaz de contar o número de bolhas com um nível de acurácia acima de 89% nos testes realizados.

Wang et al. (2019) aplicaram em suas pesquisas um método baseado no algoritmo *Watershed* para extração de características da espuma de flotação em processamento de cobre. Neste trabalho foi apresentado todas as etapas de pré e pós-processamento de imagens com o objetivo de minimizar os efeitos negativos da iluminação sobre os resultados na etapa de segmentação. Entre as técnicas utilizadas, destaca-se a utilização da Transformada de Distâncias (*Distance Transform*) na imagem em preto e branco antes da aplicação do algoritmo *Watershed*.

#### 4. METODOLOGIA

Este trabalho tem como ponto central a análise de métodos de processamento de imagens aplicados na detecção e segmentação de bolhas existentes em espumas geradas por processos de flotação. A partir desta detecção, estimar o número de bolhas e calcular área de cada bolha presente em uma imagem capturada do processo.

O método de detecção e análise empregado neste projeto está direcionado conforme as etapas a seguir: pré-processamento das imagens, algoritmos de segmentação e extração das características de interesse da espuma. A Figura 2 apresenta o fluxograma de trabalho utilizado nesta pesquisa. Este método foi implementado utilizando o *software* MATLAB®.

##### 4.1 Entrada de Dados

Os dados utilizados são imagens reais da espuma de flotação oriundas de processos de mineração. O objetivo deste método é segmentar as bolhas presentes nesta espuma e a partir disto estimar os respectivos tamanhos de cada bolha. Antes de realizar o pré-processamento das imagens é necessário ajustar a área de trabalho para o método, isto é, certificar que contenha na imagem apenas a espuma de flotação e eliminar possíveis interferências como, por exemplo: bordas de tanques ou partes do equipamento de flotação. Este ajuste deve ser realizado durante a instalação da câmera de processo de forma a apenas registrar imagens de espuma de flotação sem as interferências citadas.

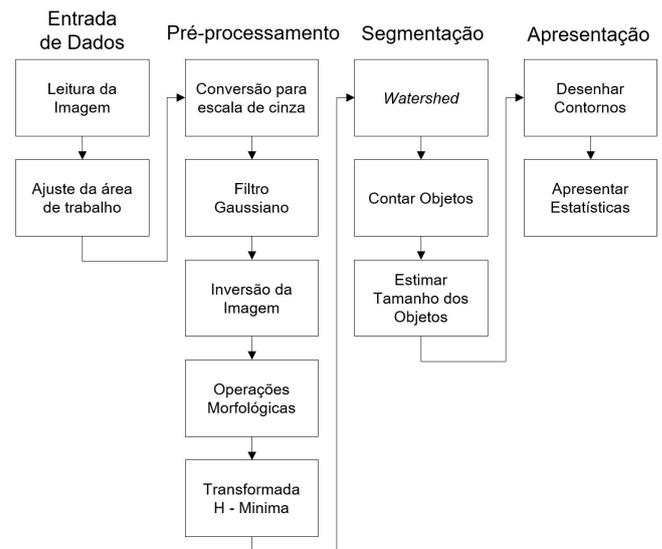


Figura 2. Fluxograma do método de segmentação.  
Fonte: O autor (2020).

Para validação do algoritmo, serão utilizadas imagens de flotação de alguns trabalhos já executados como, por exemplo, a pesquisa de Hu et al. (2013), para comparação e verificação dos resultados preliminares. Também será utilizado o conjunto de dados disponibilizado por Zhang (2019) no repositório IEEE *Dataport*.

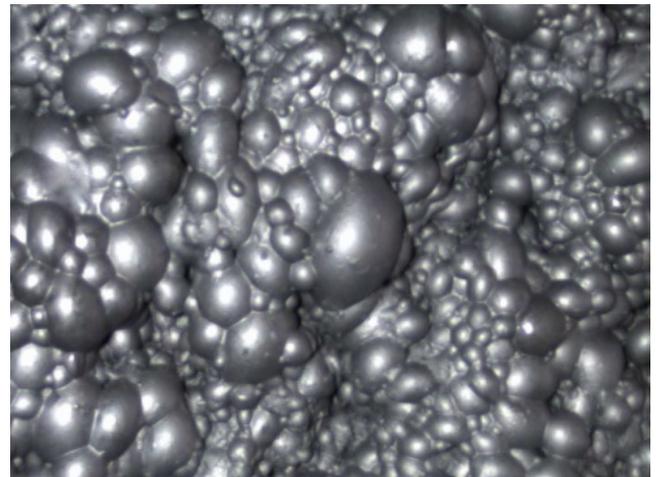


Figura 3. Espuma de flotação em minério de cobre.  
Fonte: Hu et al. (2013).

##### 4.2 Pré-processamento

Como as imagens obtidas estão em espaço RGB (*Red, Green, Blue*), para aplicação do método proposto é necessário converter a imagem para escala de cinza e posteriormente realizarmos a segmentação. Para a eliminação dos ruídos é aplicado um filtro gaussiano bidimensional sobre a imagem em escala de cinza. Este filtro se mostrou muito importante como uma das formas para evitar a super segmentação da imagem. O filtro gaussiano é um método de filtragem que atua como um filtro passa baixa cujo objetivo é eliminar ruídos existentes e tem como resultante a suavização da imagem (Jesus e Junior, 2015). A morfo-

logia matemática é uma importante ferramenta na realização de diversas operações em processamento de imagens como: aumento da qualidade, detecção de falhas, análise de formas, dentre outros. Neste trabalho foi utilizado as operações morfológicas de dilatação e fechamento.

Uma ferramenta matemática eficiente para evitar a super segmentação é a transformada H-mínima (Jung e Kim, 2010). Esta transformada realiza a normalização dos valores mínimos regionais de uma imagem em relação a um valor H, também chamado de *height threshold value* (Ismail et al., 2016). Este valor H é escolhido de forma a realizar a supressão dos valores mínimos regionais utilizando como referência o seu respectivo valor, de modo a permanecer apenas os valores mínimos significantes (Jung e Kim, 2010). Para cada conjunto de testes foram realizadas diversas simulações para determinação deste valor H com o intuito de encontrar o melhor resultado. Em cada um destes foi executada a devida parametrização dos métodos de processamento de imagens citados conforme o fluxograma apresentado na Figura 2.

### 4.3 Algoritmo de Segmentação

O algoritmo *Watershed* é um dos principais métodos utilizados em problemas de segmentação com foco na detecção de objetos e pode ser aplicado em muitos contextos práticos (Kaehler e Bradski, 2016). Outros pesquisadores como Kaartinen et al. (2006), Hu et al. (2013) e Wang et al. (2019) utilizaram este método em suas respectivas pesquisas e obtiveram um alto nível de acurácia para identificação e segmentação das bolhas contidas em processos de flotação.

O algoritmo *Watershed* é uma técnica de *thresholding* onde uma imagem é segmentada em várias “bacias” o que dá o nome ao método. As regiões com valores de *pixels* mais altos são os picos e as com valores menores são denominados vales. Utilizando o mesmo conceito da formação de bacias hidrográficas, durante o processo de inundação (considerando como valor de elevação os valores dos *pixels*) é verificado em quais regiões seriam formadas as bacias. Com base nesta ideia, o algoritmo é capaz de realizar a segmentação das imagens (Szeliski, 2010). Um dos grandes problemas desta técnica é a super segmentação (Forsyth e Ponce, 2012). Como este método trabalha com os mínimos locais analisando uma única região, isto pode ocasionar este problema e afetar os resultados esperados (Szeliski, 2010). Uma maneira de diminuir este efeito é a utilização de marcadores como sementes iniciais do algoritmo *Watershed*.

A definição dos marcadores é etapa importante para evitar a super segmentação das imagens. Para a criação destes marcadores são analisadas as regiões de pico existentes na imagem (regiões com maiores valores de *pixels*). Observando o conjunto de imagens deste trabalho, percebe-se que os picos são os *white spots* contidos em cada bolha. Estes pontos são gerados a partir dos reflexos da iluminação ambiente na aquisição das imagens. Os mesmos são ideais para serem utilizados como marcadores por estarem sempre contidos no interior de cada bolha. Para isto é necessário que estes fossem vales ao contrário de picos. Isto é importante para que ocorra a formação das bacias o mais próximo possível do que seriam as delimitações de borda

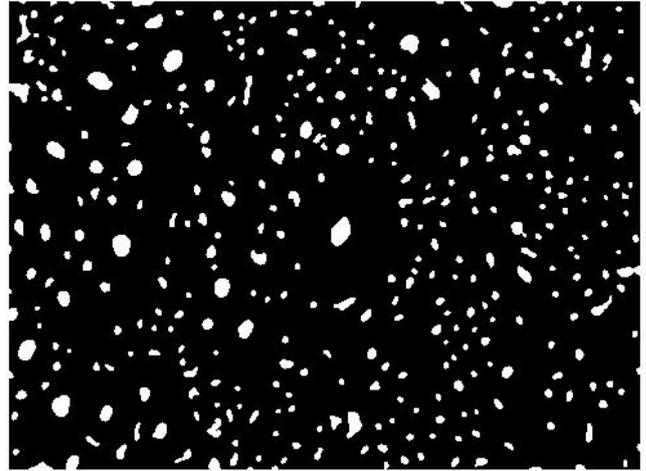


Figura 4. Marcadores para segmentação da Figura 3.  
Fonte: O autor (2020).

de cada bolha. Sendo assim, é necessário antes de aplicar o *Watershed* inverter as cores da imagem que estão em escala de cinza. Com a imagem invertida, agora podemos utilizar as regiões de valor mínimo como marcadores no processo de segmentação. Na Figura 4 é ilustrado o resultado da extração dos marcadores utilizando como imagem original a Figura 3.

Após a segmentação da imagem a próxima etapa é contar o número de segmentos e estimar os seus tamanhos. Para o nosso problema, cada segmento é uma bolha, e o tamanho será calculado através da área em número de *pixels* de cada corpo encontrado. Este cálculo consiste em contar o número de *pixels* de cada bolha segmentada e calcular a média do conjunto de bolhas encontrado. Isto é feito para criar um parâmetro de referência a ser utilizado em sistemas de controle de flotação baseado em tamanho de bolhas, uma vez que se busca diminuir o tamanho do maior número possível de bolhas geradas pelo processo. Após este cálculo é desenhado os contornos utilizando como fundo a imagem original e apresentados os resultados obtidos.

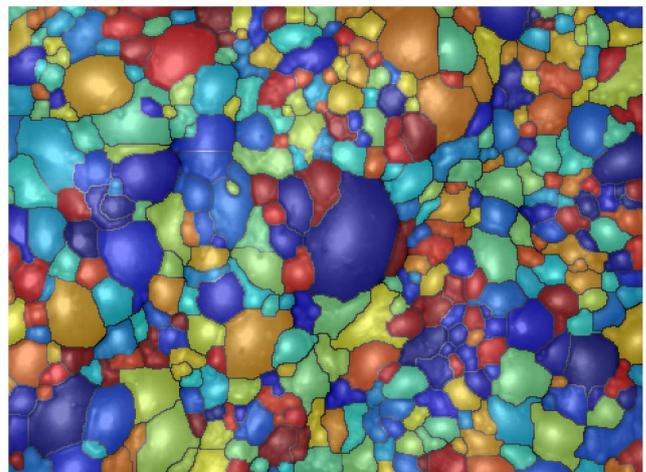


Figura 5. Resultado do *Watershed* para a Figura 3.  
Fonte: O autor (2020).

#### 4.4 Validação dos Resultados

Como critério de avaliação do método de detecção de bolhas, foi realizada a detecção manual das bolhas e comparados os resultados encontrados em relação ao método proposto. Para cálculo de acurácia foi verificado o número de bolhas segmentadas corretamente em relação ao número total de bolhas encontradas e disponibilizado o percentual de acerto. Foram utilizadas 22 amostras de imagens de flotação, e a partir destas foram calculados o erro médio e desvio padrão do erro obtido pelo método proposto.

### 5. RESULTADOS

Os métodos de detecção e estimativa de tamanho de bolhas em espuma de flotação proposto neste trabalho foi implementado em ambiente MATLAB®. O conjunto de dados utilizados está conforme descrito na seção 4. Foram utilizadas 20 amostras de imagens contidas no *dataset* disponibilizado por Zhang (2019). Também foram utilizadas as imagens disponibilizadas por Hu et al. (2013) e Birney (2018) em seus respectivos trabalhos totalizando 22 amostras para testes.

O resultado do algoritmo de segmentação da imagem presente na Figura 3 está ilustrado na Figura 6. Como pode ser observado, o método se mostrou eficiente em segmentar grande parte das bolhas contidas nesta espuma de flotação alcançando uma acurácia acima de 94%.

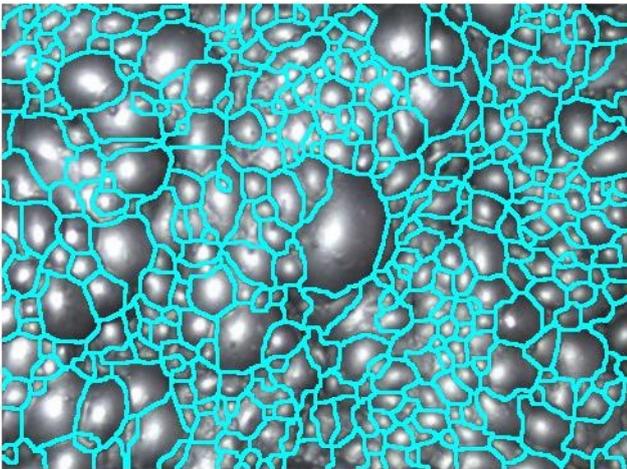


Figura 6. Resultado final de segmentação para a Figura 3.  
Fonte: O autor (2020).

A Figura 7 ilustra o exemplar de espuma de flotação apresentada por Birney (2018) em seu trabalho. Esta amostra também é uma imagem real de espuma de flotação. O resultado da segmentação para este conjunto está disposto na Figura 8.

Por fim, utilizando o *dataset* disponibilizado por Zhang (2019), foram utilizadas 20 imagens deste conjunto para testes e validação do método. Alguns exemplos dos resultados encontrados utilizando este *dataset* podem ser vistos através da Figura 9.

A Tabela 1 expõe os resultados encontrados para estas imagens apresentadas.

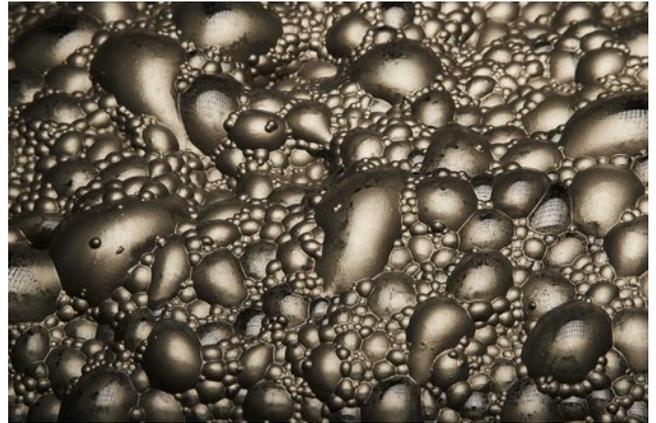


Figura 7. Imagem original de espuma de flotação.  
Fonte: (Birney, 2018).

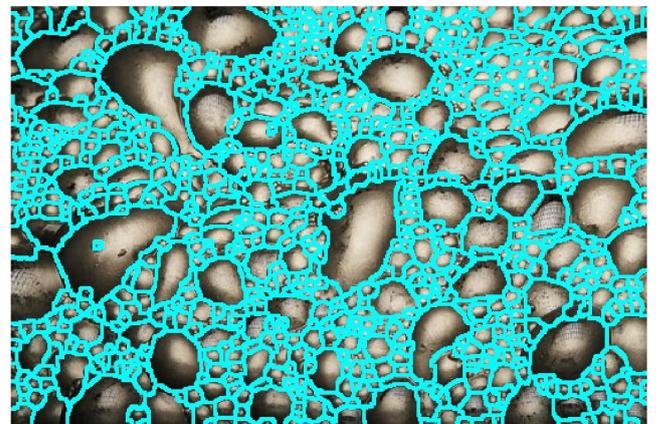


Figura 8. Resultado final de segmentação para a Figura 7.  
Fonte: O autor (2020).

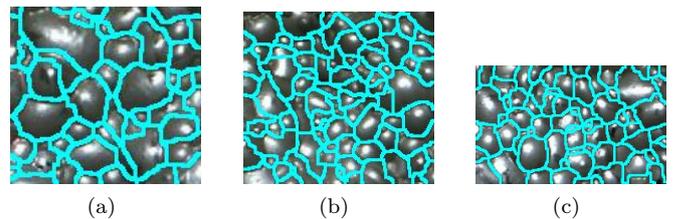


Figura 9. Exemplo de resultados obtidos utilizando o *dataset* disponibilizado por Zhang (2019).  
Fonte: O autor (2020).

Tabela 1. Resultados calculados.

	Nº de Bolhas	Acurácia	Tamanho Médio (Área)
Figura 3	385	94,83%	415 <i>pixels</i>
Figura 7	832	96,97%	172 <i>pixels</i>
Figura 9(a)	47	90,70%	355 <i>pixels</i>
Figura 9(b)	86	96,51%	326 <i>pixels</i>
Figura 9(c)	56	95,65%	399 <i>pixels</i>

Fonte: O autor (2020).

Em resumo, foram realizadas simulações com 22 amostras diferentes de espuma de flotação alcançando desempenho conforme a Tabela 2.

Tabela 2. Resumo dos testes realizados.

Nº de Amostras	Erro Médio	Desvio Padrão do Erro
22	5,92%	3,04%

Fonte: O autor (2020).

## 6. CONCLUSÃO

O controle ótimo de flotação é um processo complexo que exige o monitoramento e análise de uma grande quantidade de variáveis de processo. Muitas vezes a operação deste processo fica dependente da experiência dos operadores da planta. Isto pode causar uma falta de padronização da operação, principalmente durante as trocas de equipes dos turnos ou quando ocorrem alterações do minério a ser processado. Esta falta de padrão pode acarretar perda de produtividade. Na busca de diminuir o empirismo nos ajustes de operação em processos de flotação, a aplicação de técnicas de visão computacional já vem sendo amplamente estudadas obtendo bons resultados, conforme apresentado na Seção 3. Com os resultados obtidos preliminarmente neste trabalho, fica constatado o potencial na utilização do método *Watershed* para a segmentação da espuma e, a partir deste, estimar os respectivos tamanhos de cada bolha existente em uma imagem de processo. A transformada H-minima obteve bons resultados eliminando ruídos e diminuindo a super segmentação. Estas informações, obtidas através de método padronizado, podem ser utilizadas como ferramenta de apoio aos operadores visando a otimização dos resultados do processo de flotação.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), do Instituto Tecnológico Vale (ITV), da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

## REFERÊNCIAS

- Aldrich, C., Marais, C., Shean, B., e Cilliers, J. (2010). Online monitoring and control of froth flotation systems with machine vision: A review. *International Journal of Mineral Processing*, 96(1), 1 – 13.
- Aquino, J.A., Oliveira, M.L.M., e Fernandes, M.D. (2018). Flotação em coluna. In A.B. Luz, S.C.A. França, e P.F.A. Braga (eds.), *Tratamento de Minérios*, chapter 11, 463–509. CETEM/MCTIC, Rio de Janeiro, 6ª edition.
- Baltar, C.A.M. (2009). *Flotação no tratamento de minérios*. Editora Universitária UFPE, Recife, 2ª edition.
- Birney, M. (2018). Hammer nails metallurgy at mount isa. URL <https://www.businessnews.com.au/article/Hammer-nails-metallurgy-at-Mount-Isa>. Acesso em: 22 de junho de 2020.
- Botha, C.P. (1999). *An on-line machine vision flotation froth analysis platform*. Master's thesis, Stellenbosch University, Stellenbosch.
- Chaves, A.P., Leal Filho, L.S., e Braga, P.F.A. (2018). Flotação. In A.B. Luz, S.C.A. França, e P.F.A. Braga (eds.), *Tratamento de Minérios*, chapter 10, 405–459. CETEM/MCTIC, Rio de Janeiro, 6ª edition.
- Forsyth, D.A. e Ponce, J. (2012). *Computer vision: a modern approach*. Prentice Hall Professional Technical Reference, New Jersey, 2ª edition.
- Hassanzadeh, A., Hassas, B.V., Kouachi, S., Brabcova, Z., e Çelik, M.S. (2016). Effect of bubble size and velocity on collision efficiency in chalcopyrite flotation. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 498, 258 – 267.
- Hu, J., Yang, C., Xu, D., e Cai, Y. (2013). Design and implementation of a froth size analysis system for mineral flotation based on dsp. In *2013 Chinese Automation Congress*, 420–425. IEEE.
- Ismail, N.H.F., Zaini, T.R.M., Jaafar, M., e Pin, N.C. (2016). H-minima transform for segmentation of structured surface. *MATEC Web Conf.*, 74(25), 1–6. doi: 10.1051/mateconf/20167400025.
- Jesus, E.O. e Junior, R.C. (2015). A utilização de filtros gaussianos na análise de imagens digitais. *Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*, 3(1).
- Jung, C. e Kim, C. (2010). Segmenting clustered nuclei using h-minima transform-based marker extraction and contour parameterization. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 57(10), 2600–2604.
- Kaartinen, J., Hätönen, J., Hyötyniemi, H., e Miettunen, J. (2006). Machine-vision-based control of zinc flotation—a case study. *Control Engineering Practice*, 14(12), 1455–1466.
- Kaehler, A. e Bradski, G. (2016). *Learning OpenCV 3: computer vision in C++ with the OpenCV library*. O'Reilly Media, Inc., Sebastopol, CA, 1ª edition.
- Misi, A. e Lins, F.A.F. (2018). Valorização dos recursos minerais. In J.L. Silva e J.G. Tundisi (eds.), *Projeto de ciência para o Brasil*, chapter 11, 263–281. Academia Brasileira de Ciências, Rio de Janeiro.
- Moghaddam, M.G., Ersi, E.F., e Vahedian, A. (2018). Froth flotation classification of antimony based on histogram of bubbles perimeters. In *2018 8th International Conference on Computer and Knowledge Engineering (ICCKE)*, 188–193. IEEE, Mashhad. doi:10.1109/ICCKE.2018.8566387.
- Moolman, D.W., Aldrich, C., Deventer, J.S.J.V., e Bradshaw, D.J. (1995). The interpretation of flotation froth surfaces by using digital image analysis and neural networks. *Chemical engineering science*, 50(22), 3501–3513.
- Moolman, D.W., Aldrich, C., Deventer, J.S.J.V., e Stange, W.W. (1994). Digital image processing as a tool for on-line monitoring of froth in flotation plants. *Minerals engineering*, 7(9), 1149–1164.
- Nicolato, R., Pereira, M., e Galéry, R. (2005). Análise digital de imagens de espuma de flotação utilizando algoritmos de segmentação. In *XXI Encontro nacional de tratamento de minérios e metalurgia extrativa*, 310–316. Natal-RN.
- Ostadrhimi, M., Farrokhpay, S., Gharibi, K., e Dehghani, A. (2020). A new empirical model to calculate bubble size in froth flotation columns. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 594, 124672.
- Silva, E.R. (2016). *Avaliação técnica e econômica sobre a aplicação de colunas de flotação para aumento da recuperação metalúrgica da flotação catiônica reversa de minério de ferro do Sistema Minas-Rio*. Master's thesis,

Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.  
121 f.

- Silva, F.T.D. e Galéry, R. (2013). Classificador qualitativo de teor de sílica no concentrado de flotação reversa de minério de ferro por tamanho de bolhas. In *XXV Encontro nacional de tratamento de minérios e metalurgia extrativa e VIII Meeting of the southern hemisphere on mineral technology*, 527–534. Goiânia-GO.
- Symonds, P.J. e De Jager, G. (1992). A technique for automatically segmenting images of the surface froth structures that are prevalent in industrial flotation cells. In *Proceedings of the 1992 South African Symposium on Communications and Signal Processing*, 111–115. doi: 10.1109/COMSIG.1992.274302.
- Szeliski, R. (2010). *Computer vision: algorithms and applications*. Springer Science & Business Media, New York.
- Wang, S., Li, Y., Zhai, X., e Guan, W. (2019). A recognition method based on improved watershed segmentation algorithm for copper flotation conditions. In *2019 Chinese Automation Congress (CAC)*, 224–231. Hangzhou, China. doi:10.1109/CAC48633.2019.8996251.
- Woodburn, E., Stockton, J., e Robbins, D. (1989). Vision-based characterization of three-phase froths. *International Colloquium - Developments in Froth Flotation, South African Institute of Mining and Metallurgy, Gordon's Bay*, 1, 1–30.
- Zarie, M., Jahedsaravani, A., e Massinaei, M. (2020). Flotation froth image classification using convolutional neural networks. *Minerals Engineering*, 155(106443), 1–10.
- Zhang, H. (2019). Froth image pairs for the burst bubble recognition in the froth flotation. *IEEE Dataport*. doi: 10.21227/sqmv-qt74. URL <http://dx.doi.org/10.21227/sqmv-qt74>. Acesso em: 30 de julho de 2020.