

#### INSTITUTO TECNOLÓGICO VALE



# Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração - PROFICAM Universidade Federal de Ouro Preto - Escola de Minas Associação Instituto Tecnológico Vale - ITV

Dissertação

# ALGORITMOS PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DE TAREFAS EM MÁQUINAS PARALELAS IDÊNTICAS

Klevison Daniel de Oliveira Ribeiro

Ouro Preto Março de 2020

#### Klevison Daniel de Oliveira Ribeiro

# ALGORITMOS PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DE TAREFAS EM MÁQUINAS PARALELAS IDÊNTICAS

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração da Universidade Federal de Ouro Preto e do Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação.

Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação, Comunicação e Automação Industrial

Orientador: Prof. Dr. Marcone Jamilson

Freitas Souza

Coorientador: Prof. Dr. Luciano Perdigão

Cota

#### SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

R484a Ribeiro, Klevison Daniel de Oliveira .

Algoritmos para o problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas idênticas. [manuscrito] / Klevison Daniel de Oliveira Ribeiro. - 2020.

43 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza. Coorientador: Prof. Dr. Luciano Perdigão Cota.

Dissertação (Mestrado Profissional). Úniversidade Federal de Ouro Preto. Programa de Mestrado Profissional em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração. Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração.

1. Sequenciamento em máquinas - Makespan. 2. Otimização combinatória. 3. Programação heurística. 4. Pesquisa operacional. I. Cota, Luciano Perdigão. II. Souza, Marcone Jamilson Freitas. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 681.5

# Mestrado Profissional em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração - PROFICAM

#### Algoritmos para o Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas

#### Klevison Daniel de Oliveira Ribeiro

Dissertação defendida e aprovada em 06 de março de 2020 pela banca examinadora constituída pelos professores:

D.Sc. Marcone Jamilson Freitas Souza
Orientador – Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

D.Sc. Luciano Perdigão Cota
Coorientador – Instituto Tecnológico Vale Mineração (ITV-MI)

D.Sc. Frederico Gadelha Guimarães
Membro interno – Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

D.Sc. Roberto Gomes Ribeiro
Membro interno – Instituto Tecnológico Vale Mineração (ITV-MI)

Mathewa Maha Alvadad

D.Sc. Matheus Nohra Haddad Membro externo – Universidade Federal de Viçosa (UFV)

### Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado a oportunidade e condições de iniciar esse trabalho e por me dar forças para chegar até aqui.

Sou muito grato também à minha família por todo apoio que me deram durante essa jornada, à minha mãe Lílian, ao meu pai Milton, à Ket minha irmã. Agradeço também à Luísa, minha esposa, e também à sua família, em especial ao meu sogro Fernando. Minha gratidão também aos meus avós Dé, Duda e Divino, que foram sempre presentes durante a minha vida e nunca deixaram de torcer por mim.

Agradeço à UFOP e ao ITV pela disponibilização de estrutura e apoio. Minha gratidão também aos professores Frederico e Helen por toda a ajuda durante este trabalho e em especial agradeço os professores Marcone e Luciano, por todo o conhecimento compartilhado, pela paciência, pela dedicação neste trabalho e por inspirarem minha formação, tanto técnica como pessoal.

Em especial, presto meus agradecimentos e homenagens a três pessoas que infelizmente nos deixaram no último ano. Minha gratidão ao Julio, que foi um grande parceiro durante boa parte deste trabalho. Meus agradecimentos também à minha avó Luci, que sempre teve um imenso cuidado e carinho comigo. Por fim, agradeço à minha sogra Patrícia, que sempre considerarei como mãe e que mesmo não estando mais entre nós, continua sendo uma grande fonte de inspiração pra mim.

A todos vocês o meu muito obrigado!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Brasil (CAPES), Código de Financiamento 001; do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG); e da Vale SA.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

# ALGORITMOS PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DE TAREFAS EM MÁQUINAS PARALELAS IDÊNTICAS

Klevison Daniel de Oliveira Ribeiro

Março/2020

Orientadores: Marcone Jamilson Freitas Souza

Luciano Perdigão Cota

Este trabalho trata do Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas objetivando minimizar o makespan e o custo total de energia (TEC). Neste problema busca-se alocar um grupo de tarefas a um conjunto de máquinas disponíveis de forma a se reduzir os custos de operação. Tal classe de problemas tem sido amplamente estudada atualmente, dada a grande busca pela eficiência energética e a otimização dos processos de produção. Além disso, a investigação de tal problema se justifica por ele pertencer à classe NP-difícil. Para solucioná-lo, foi ajustado um modelo bi-objetivo da literatura para uma abordagem mono-objetiva por soma ponderada. Também foram adaptados dois algoritmos baseados na meta-heurística Iterated Local Search (ILS): o primeiro, referido como ILS apenas, é uma versão clássica do método proposto na literatura. Já o segundo, é uma versão aperfeiçoada, denominada Smart Iterated Local Search, ou apenas SILS. Nessa versão adaptada, a dinâmica de perturbação é alterada em relação ao algoritmo clássico, permitindo um melhor desempenho da busca local incorporada ao método. Enquanto no ILS clássico o nível de perturbação é alterado sempre que não ocorre melhora na solução, no SILS são realizadas novas tentativas de melhoria em um mesmo nível de perturbação. Tal modificação foi realizada partindo da hipótese de que o aumento de nível da perturbação pode ser precipitado, visto que se trata de um movimento aleatório e que o vizinho gerado por este movimento pode não ter sido bom para a continuidade da busca. Os dois algoritmos implementados têm o mesmo método de busca local, o Randomized Variable Neighborhood Search (RVND). Para testar os algoritmos foram utilizadas instâncias da literatura de pequeno e grande porte. Ambos os algoritmos

foram calibrados pelo software *Irace*. Os resultados dos algoritmos foram comparados entre si e também com os do otimizador CPLEX. Com base nos resultados, verificou-se que o SILS se mostrou mais eficiente do que o ILS clássico com relação à capacidade de encontrar melhores soluções.

**Palavras-chave:** Sequenciamento em Máquinas Paralelas Idênticas, Iterated Local Search, *Makespan*, Custo Total de Energia

Macrotema: Logística; Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação, Comunicação e Automação Industrial; Tema: Aumento de Produtividade na Usina/Pelotização.

Abstract of Dissertation presented to the Graduate Program on Instrumentation, Control and Automation of Mining Process as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ALGORITHMS FOR IDENTICAL PARALLEL MACHINE SCHEDULING PROBLEM

Klevison Daniel de Oliveira Ribeiro

March/2020

Advisors: Marcone Jamilson Freitas Souza Luciano Perdigão Cota

This work deals with the Identical Parallel Machine Scheduling Problem aiming to minimize the makespan and Total Energy Cost (TEC). In this problem, it is searched for a better way to allocate a group of jobs in a set of available machines to reduce operating costs. Such a class of problems has been widely studied today, given the search for energy efficiency and the optimization of production processes. Besides, this problem belongs to the NP-hard class, thus justifying the investigation of it. A bi-objective model from the literature was adjusted to a mono-objective approach by weighted sum to solve this problem. Also, two algorithms based on the Iterated Local Search (ILS) metaheuristic were adapted: the first referred to as ILS only, is a classic version of the method proposed in the literature. The second is an improved version, called Smart Iterated Local Search, or just SILS. In this adapted version, the perturbation dynamics are changed concerning the classic algorithm, allowing better performance of the local search incorporated into the method. While in the classic ILS, the level of perturbation is changed whenever there is no improvement in the solution, in SILS, further improvement attempts are made at the same level. Such modification was made based on the hypothesis that the increase in the perturbation level may be precipitated since it is a random movement, and the neighbor generated by this movement may not have been good for the continuity of the search. The two algorithms implemented have the same local search method, Randomized Variable Neighborhood Search (RVND). Small and large instances of literature were used for testing the algorithms. Both algorithms were calibrated using the Irace software. The results of the algorithms were compared with each other and also with the CPLEX solver.

Based on the results, it was found that SILS proved to be more efficient than classic ILS concerning the ability to find better solutions.

**Keywords:** Identical Parallel Machine Scheduling, Iterated Local Search, Makespan, Total Energy Cost

Macrotheme: Logistics; Research Line: Information Technology, Communication, and Industrial Automation; Theme: Increased Productivity at the Plant/Pelletizing.

# Lista de Figuras

3.1	Exemplo de uma solução do PSMPI	12
4.1	Representação de uma solução do problema	18
4.2	Exemplo do cálculo inteligente para parcela TEC	19
4.3	Troca de tarefas entre máquinas, no qual as tarefas 5 e 6 são trocadas	22
4.4	Realocação de uma tarefa para outra máquina	22
4.5	Realocação de uma tarefa para outra posição na mesma máquina	23
4.6	Movimento Shift aplicado à tarefa 3	23
4.7	Perturbação: tarefa 2 é realocada da máquina M2 para a máquina M1	25

# Lista de Tabelas

3.1	Tempos de processamento das tarefas	12
3.2	Taxa de consumo das máquinas	12
3.3	Custo de utilização por instante de tempo	12
5.1	Instâncias de Pequeno Porte - Comparação CPLEX × ILS × SILS	34
5.2	Instâncias de Grande Porte - Comparação CPLEX $\times$ ILS $\times$ SILS	35

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ALNS Adaptive Large Neighboorhod Search

FO Função Objetivo

**GRASP** Greedy Randomized Adaptative Search

ILS Iterated Local Search

NSGA-II Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II

PM Percentual de Melhoramento

PSMPI Problema de Sequenciamento em Máquinas Paralelas Idênticas

**PSO** Particle Swarm Optimization

RVND Randomized Variable Neighborhood Search

SILS Smart Iterated Local Search

**TEC** Total Energy Cost

 $\mathbf{VND}$  Variable Neighborhood Search

### Lista de Símbolos

```
\alpha - coeficiente de makespan
\beta - coeficiente de TEC
c_k - preço de utilização de energia durante o instante de tempo \boldsymbol{k}
C_{\max} - makespan
\boldsymbol{e}_j - taxa de consumo de uma máquina j
f(s) - função objetivo
i - índice de tarefas
\boldsymbol{j}\, - índice de máquinas
k - índice de instantes de tempo
m - número de máquinas
\mathcal{M} - conjunto de máquinas
n - número de tarefas
\mathcal{N} - conjunto de tarefas
p_i - tempo de processamento de uma tarefa i
s - solução
s' - solução intermediária
s'' - solução intermediária
T_{\rm max} - tamanho do horizonte de tempo para processamento das tarefas
\mathcal T - conjunto de instantes de tempo
```

# Sumário

1	Intr	rodução	1
	1.1	Justificativa	Ç
	1.2	Objetivos	Ç
		1.2.1 Objetivo Geral	
		1.2.2 Objetivos Específicos	4
	1.3	Estrutura do Trabalho	4
2	Rev	risão Bibliográfica	Ę
	2.1	Trabalhos Relacionados	
	2.2	Iterated Local Search	7
	2.3	Variable Neighborhood Descent	8
	2.4	ILS e VND	Ć
3	Car	racterização do Problema	L 1
	3.1	Descrição do Problema	11
	3.2	Formulação de Programação Matemática	13
4	Alg	oritmos Propostos	L 7
	4.1	Representação da Solução	17
	4.2	Solução Inicial	18
	4.3	Função de Avaliação	19
	4.4	Estruturas de vizinhança	20
	4.5	Busca Local	23
	4.6	Perturbação	24
	4.7	Iterated Local Search (ILS)	26
	4.8	Smart Iterated Local Search (Smart ILS)	27
5	Exp	perimentos e Resultados	29
	5.1	Planejamento de Experimentos	29
		5.1.1 Ambiente de Testes	29
		5.1.2 Calibração de Parâmetros	30
		5.1.3 Critérios de Avaliação	31

	5.2 Resultados e Discussões	32
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	36
Re	eferências Bibliográficas	38
$\mathbf{A}$	Trabalhos Gerados	43

# Capítulo 1

# Introdução

A pesquisa operacional é uma área de estudos que contribui grandemente para a melhoria na eficiência dos meios de produção. Independentemente do setor, estudos de otimização podem ser aplicados tanto para minimizar custos quanto para maximizar lucros de uma organização, sendo assim uma ferramenta importante para melhoria dos processos de produção de uma empresa.

Os problemas de sequenciamento, ou scheduling, são problemas relevantes e amplamente estudados no campo da pesquisa operacional. Neste tipo de problema é tratada a alocação de demandas de forma inteligente, buscando otimizar um objetivo ou vários. Dentre os tipos de problema desta classe, estão incluídos os de sequenciamento em máquinas, no qual se tem um conjunto de tarefas que deve ser alocado para processamento em um conjunto de máquinas. Comumente, a resolução desses problemas tem como finalidade a melhora na eficiência da operação, buscando minimizar o tempo total de processamento das tarefas nas máquinas, o tempo de atraso e/ou a antecipação da entrega das tarefas, entre outros. Esse tipo de problema tem uma grande relevância prática, visto que em muitas empresas, o processo de produção envolve a utilização de máquinas para processamento de tarefas. Sendo assim, a melhoria dos processos de produção nessas empresas pode ser efetivada ao se aplicar estudos de sequenciamento em máquinas (COTA, 2018).

No presente trabalho, é tratado um Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas no qual, além de se minimizar o makespan (tempo de término de processamento da última tarefa a ser executada), busca-se também a minimização do custo total de energia (TEC - Total Energy Cost) empregado para executar todas as tarefas. Neste problema, considera-se ainda que todas as tarefas têm sempre o mesmo tempo de processamento, independentemente de quais máquinas irão processá-las, sendo que o termo Máquinas Idênticas aparece no nome do problema em função desta característica. Além disso, tem-se também que várias tarefas podem ser executadas em um mesmo instante de tempo, desde que essas tarefas sejam processadas em máquinas diferentes, o que dá razão ao termo Máquinas Paralelas na identificação do problema de scheduling em questão.

Uma adaptação do modelo empregado em Wang et al. (2018) é apresentada para resolver o problema em questão. Nesse estudo, os autores tratam o problema com um modelo multiobjetivo para minimização de makespan e TEC. A adaptação empregada neste trabalho consiste na transformação do modelo apresentado em Wang et al. (2018) de multiobjetivo para mono-objetivo por soma ponderada.

Para resolver o modelo mono-objetivo adaptado, são apresentadas neste trabalho duas abordagens. Na primeira, propõe-se um modelo exato de programação linear inteira mista para resolver o problema de maneira ótima, que foi implementado e experimentado utilizando o resolvedor CPLEX. Entretanto, esse tipo de abordagem tem limitações, pois em instâncias maiores, com um número muito grande de tarefas e máquinas, em geral não é possível encontrar uma solução ótima e, possivelmente, até uma solução viável para o problema em tempo de tomada de decisão.

Já na segunda abordagem deste trabalho, é feita uma modelagem heurística do problema justamente para tratar essas instâncias de grande porte. Apesar de não garantir a solução ótima, os modelos heurísticos possibilitam a obtenção de boas soluções para o problema em tempo adequado.

Para essa segunda abordagem proposta, foram implementados dois algoritmos baseados na meta-heurística Iterated Local Search - ILS (LOURENÇO et al., 2003). O primeiro algoritmo foi construído de forma fiel ao apresentado na literatura e é referenciado neste trabalho como ILS apenas. Já o segundo, aqui chamado de Smart Iterated Local Search (SILS), difere do ILS clássico com relação ao mecanismo de perturbação. Enquanto no ILS o nível de perturbação é incrementado sempre que não há melhoria na solução, no SILS, antes de incrementá-lo, são realizadas algumas tentativas nesse mesmo nível. Tal modificação foi implementada partindo-se da hipótese de que o aumento de nível da perturbação pode ser precipitado, visto que se trata de um movimento aleatório e que o vizinho gerado por este movimento pode não ter sido bom para a continuidade da busca.

Ambos os algoritmos utilizam a mesma busca local, o Randomized Variable Neighborhood Search - RVND (SOUZA et al., 2010). Estes métodos combinados foram escolhidos dado o seu bom desempenho em problemas de sequenciamento em máquinas (DIANA et al., 2018; GOMES JÚNIOR et al., 2007; HADDAD et al., 2014; SUBRAMANIAN et al., 2014). Além disso, os dois algoritmos implementados foram calibrados utilizando o pacote Irace (LÓPEZ-IBÁÑEZ et al., 2016). Sendo assim, os algoritmos tiveram seus parâmetros definidos de forma a produzir o melhor desempenho possível para ambos.

Por fim, para validar o desempenho desses algoritmos, os resultados produzidos por ambos foram comparados com os do CPLEX.

#### 1.1 Justificativa

A busca pela eficiência na produção tem sido um dos grandes desafios enfrentados pela indústria na atualidade. A grande concorrência e a exigência do mercado impulsionam as empresas a produzirem cada vez mais, no menor tempo praticável e utilizando a menor quantidade possível de recursos.

Por outro lado, aumentar a eficiência de um processo produtivo também é extremamente importante para a saúde financeira de uma empresa, uma vez que isso impacta diretamente nos custos de produção, de venda do produto e na margem de lucro. Dessa forma, a abordagem do Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas é extremamente importante, uma vez que estudos nesta área contribuem grandemente para a redução dos tempos de processamento de uma cadeia produtiva e, consequentemente, para a redução dos custos operacionais de uma empresa.

Além disso, investir em formas de reduzir o consumo de energia na produção é de suma importância. Isso porque, além de reduzir os custos de produção, essa prática também possibilita uma produção mais limpa e sustentável, uma vez que a emissão de gases poluentes na indústria está diretamente ligada ao consumo de energia. Segundo Sauer et al. (2015), a indústria no Brasil é responsável pelo consumo de mais de 40% do total da energia elétrica gerada no país. Esse fato corrobora ainda mais com a importância deste tipo de estudo.

Outro fato que justifica o investimento em estudos deste tipo é a possibilidade de sua aplicação para resolver problemas em situações reais. No trabalho de Wang et al. (2018) por exemplo, um estudo de caso real é apresentado para resolver um problema da categoria, relacionado à fabricação de componentes da indústria automobilística.

Vale destacar ainda, a importância teórica de se investigar e desenvolver técnicas eficientes para resolução deste tipo de problema. De fato, o problema de sequenciamento em máquinas aqui tratado pertence à classe de problemas NP-difíceis (WANG et al., 2018), o que justifica o desenvolvimento de métodos heurísticos como os aqui propostos.

### 1.2 Objetivos

#### 1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é desenvolver algoritmos heurísticos eficientes para a resolução do Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas com o objetivo de minimizar o *makespan* e o TEC.

#### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Estudar e analisar trabalhos da literatura sobre sequenciamento em máquinas que abordam o custo ou consumo total de energia;
- Desenvolver técnicas eficientes para o problema de sequenciamento em máquinas formulado em Wang et al. (2018);
- Realizar testes computacionais utilizando as instâncias usadas por Wang *et al.* (2018), a fim de comprovar a eficiência das técnicas utilizadas.
- Validar o desempenho dos algoritmos implementados, comparando os resultados obtidos com os do resolvedor CPLEX;
- Investigar os efeitos produzidos pela adaptação implementada no SILS ao comparálo com o algoritmo ILS em sua versão clássica.

#### 1.3 Estrutura do Trabalho

Os próximos capítulos deste trabalho estão organizados da seguinte forma:

- Capítulo 2 Revisão Bibliográfica: neste capítulo são apresentados os trabalhos que são utilizados como referência deste texto.
- Capítulo 3 Caracterização do Problema: Neste capítulo o Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas é caracterizado.
- Capítulo 4 Algoritmos Propostos: neste capítulo são apresentados os algoritmos que foram desenvolvidos neste trabalho para resolução do problema tratado.
- Capítulo 5 Experimentos e Resultados: neste capítulo, os resultados obtidos com as implementações do modelo matemático e dos algoritmos desenvolvidos são apresentados e discutidos.
- Capítulo 6 Conclusões e Trabalhos Futuros: neste capítulo são relatadas as conclusões obtidas e apresentadas propostas para continuação deste trabalho.

# Capítulo 2

# Revisão Bibliográfica

Este capítulo está organizado da seguinte forma: inicialmente, na Seção 2.1 são apresentados trabalhos relacionados ao tema de sequenciamento em máquinas. Já na Seção 2.2 são citadas algumas referências da literatura que abordam o método *Iterated Local Search* (ILS). Por fim, na Seção 2.3 são apresentados trabalhos que tratam a meta-heurística *Variable Neighborhood Descent* (VND) e o *Randomized Variable Neighborhood Descent* (RVND), uma adaptação mais recente do VND.

#### 2.1 Trabalhos Relacionados

O trabalho de Wang et al. (2018) é a principal referência para esta dissertação. Nele, os autores propõem uma abordagem de otimização multiobjetivo para tratar o Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas, buscando a minimização do makespan e do custo total de energia (TEC - Total Energy Cost). Nesse trabalho, o TEC é calculado com base na utilização das máquinas e no preço de uso de energia elétrica nos períodos de tempo nos quais as máquinas estão processando as tarefas. Além da formulação, os autores propõem dois métodos para solucionar o problema.

No primeiro método, os autores procuram soluções utilizando uma técnica exata, o método  $\epsilon$ -restrito aumentado. Com esse método, eles buscam solucionar as instâncias de pequeno porte do problema. A outra metade das instâncias, que envolve instâncias maiores, são resolvidas utilizando o algoritmo NSGA-II (DEB et al., 2002). Os autores ainda aplicam este último método para solucionar um caso real de sequenciamento de tarefas em máquinas, no qual um conjunto de 170 peças automotivas devem ser fabricadas por meio de 17 máquinas em um período máximo de 300 horas.

Outro trabalho importante relacionado ao tema é o de Cota et al. (2018). Nele, os autores também tratam um Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas num contexto multiobjetivo, minimizando o makespan e o consumo total de energia elétrica. Nesse modelo, o consumo de energia é calculado com base nos modos de operação das máquinas que executam as tarefas. Esses modos de operação interferem na rapidez com

que uma tarefa é executada na máquina; entretanto, velocidades maiores de processamento consomem maior quantidade de energia. Além disso, esse trabalho é abordado em um contexto de máquinas paralelas não relacionadas com tempos de preparação dependentes da sequência. Neste caso, as tarefas não têm o tempo de processamento fixo, pois isso depende de qual máquina irá executar a tarefa e em qual modo de operação. O tempo de preparação é o tempo necessário de ajuste de uma máquina para executar a tarefa atual após uma tarefa que já tenha sido executada. Essa característica do problema tem influência na minimização do makespan, uma vez que esse tempo de preparação depende de qual tarefa antecede a tarefa corrente que se deseja executar. Por exemplo, o tempo de preparação da máquina m, para executar a tarefa b após ter executado a tarefa a é diferente do tempo de preparação da máquina m necessário para executar a tarefa a após a tarefa b ter sido executada. Os autores utilizam o método b-restrito e também o método b-restrito

Em Cota et al. (2019), os autores propõem dois algoritmos de otimização multiobjetivo para resolver instâncias de grande porte do problema anterior. O primeiro algoritmo é uma versão multiobjetivo do Adaptive Large Neighboorhod Search (ALNS) (ROPKE e PISINGER, 2006), chamado MO-ALNS. O segundo algoritmo é uma combinação do Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition (ZHANG e LI, 2007) e do ALNS, chamado MO-ALNS/D. Este último algoritmo é capaz de controlar a diversidade na aproximação da fronteira Pareto.

Em Li et al. (2011), um problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Idênticas é tratado com o objetivo de reduzir o makespan restringido pelo consumo limitado de recursos, sendo utilizado para resolver o problema o algoritmo Simulated Annealing. Já no estudo de Ji et al. (2013), os autores utilizam um algoritmo Particle Swarm Optimization - PSO (KENNEDY e EBERHART, 1995) para resolver o Problema de Sequenciamento em Máquinas Paralelas Uniformes, minimizando o consumo total de energia com um limite de makespan.

Em Ding et al. (2016), o Problema de Sequenciamento em Máquinas Paralelas é tratado para minimizar o custo total de eletricidade com tempo limite de execução. O autor propõe uma abordagem exata baseada em programação linear inteira mista e também um algoritmo de geração de colunas.

Um modelo biobjetivo para o problema de sequenciamento em máquinas paralelas é proposto em Zeng et al. (2018), em que se busca minimizar o custo total da energia elétrica e o número de máquinas usadas durante os horários com tarifação mais cara. Em Wu e Che (2019), é tratado um modelo biobjetivo para sequenciamento em máquinas com os objetivos de minimizar o makespan e o consumo total de energia. Entretanto, nesse estudo os autores tratam o problema em máquinas paralelas não relacionadas e desenvolvem um algoritmo memético de evolução diferencial (STORN e PRICE, 1997).

Em Zandi et al. (2019), os autores tratam um problema de sequenciamento em máquinas paralelas, no qual propõem um modelo biobjetivo a fim de minimizar o tempo total de processamento e o consumo total de energia. Os autores ainda utilizam técnicas heurísticas para solucionar a formulação proposta e obter a fronteira de Pareto para os objetivos considerados.

Um modelo biobjetivo para um problema de sequenciamento em máquinas também é proposto em Liu et al. (2019), no qual os autores propõem um algoritmo genético integrado a uma busca local por Glowworm Swarm Optimization. O objetivo dos autores é minimizar o makespan e o consumo de energia relativo ao processamento das tarefas e ao transporte delas por guindaste entre as máquinas que as executam.

Já em Safarzadeh e Niaki (2019), os autores propõem soluções exatas e heurísticas para um problema de sequenciamento em máquinas paralelas uniformes. A finalidade desse estudo é minimizar dois objetivos: o makespan e o green cost, uma grandeza que abrange diversos custos relacionados ao funcionamento das máquinas, como o consumo de recursos naturais e taxa de emissão de poluentes.

#### 2.2 Iterated Local Search

O Iterated Local Search, ou apenas ILS, é uma meta-heurística proposta por Lourenço et al. (2003), que se utiliza de busca local com o objetivo de encontrar soluções ótimas locais. Novas soluções são geradas por meio de perturbações (modificações) aplicadas nas soluções ótimas locais, de forma a diversificar a busca e explorar melhor o espaço de soluções do problema. Desde o seu surgimento, o ILS vem sendo aplicado de forma abrangente em problemas de sequenciamento de tarefas em máquinas.

Em Tang e Luo (2006), os autores utilizam uma formulação adaptada do *Iterated Local Search* na resolução de um problema de sequenciamento em máquinas paralelas, objetivando minimizar o *makespan*. Os autores concluíram que o método proposto apresentou bom desempenho, principalmente em instâncias de grande porte.

Já em Arroyo et al. (2009), os autores tratam um problema de sequenciamento em máquina única com tempos de setup dependentes da sequência, objetivando minimizar o tempo de atraso em relação as datas de entrega das tarefas. Um método baseado em ILS, utilizando GRASP (Greedy Randomized Adaptative Search) na montagem da solução inicial, foi implementado para solucionar o problema abordado. Nesse estudo, o ILS foi superior ao ser comparado com o GRASP e um algoritmo de Colônia de Formigas.

Um algoritmo baseado em *Iterated Local Search* também foi utilizado em Xu et al. (2014). Nesse trabalho, os autores obtiveram bons resultados ao comparar o método proposto em relação a técnicas exatas. O problema abordado nesse estudo também foi um sequenciamento em máquina única com tempo de *setup* dependente da sequência. Assim como no estudo anterior, nesse caso os autores também buscaram minimizar o

tempo total de atraso na entrega das tarefas.

No estudo de Jacob e Arroyo (2016), os autores utilizam três algoritmos baseados em ILS para também resolver um problema de sequenciamento em máquina única com tempo de setup dependente da sequencia e com o objetivo de minimizar o tempo total de atraso. O primeiro algoritmo proposto pelos autores foi um ILS básico. Já o segundo algoritmo foi adaptado com uma perturbação dinâmica, enquanto o terceiro combinou o Iterated Local Search com o Path Relinking. Os autores concluíram que os dois últimos algoritmos citados tiveram resultados superiores.

Em Xu et al. (2019), é tratado um problema de sequenciamento de máquinas paralelas objetivando minimizar o tempo total de processamento. Os autores implementaram dois algoritmos, um baseado no ILS e outro em Busca Tabu. Com base nos experimentos aplicados aos dois algoritmos, concluiu-se que a Busca Tabu obteve melhores resultados em instâncias de pequeno porte, enquanto o ILS foi superior em instâncias de grande porte.

Outro exemplo de aplicação do ILS em problemas de sequenciamento em máquinas pode ser observado em Schulz et al. (2019). Nesse estudo, os autores buscam resolver um problema de sequenciamento em máquinas com o objetivo de minimizar o makespan, o custo total de energia e o consumo de energia durante os chamados períodos de pico, no qual a tarifa de utilização é mais cara. O algoritmo baseado em ILS implementado nesse trabalho foi comparado a outra proposta baseada no NSGA-II e obteve bons resultados.

#### 2.3 Variable Neighborhood Descent

A heurística Variable Neighborhood Descent (MLADENOVIĆ e HANSEN, 1997), ou apenas VND, consiste na exploração do espaço de soluções utilizando diversas estruturas de vizinhança. Neste método, as vizinhanças são visitadas uma após a outra e sempre que uma solução melhor é encontrada, retorna-se à primeira estrutura de vizinhança. O algoritmo é interrompido quando todas as vizinhanças são exploradas consecutivamente sem que ocorra melhora na solução.

Esta heurística também tem sido amplamente aplicada em problemas de sequenciamento de tarefas em máquinas. Um exemplo de sua aplicação neste contexto pode ser observado em Chen (2019). Nesse estudo, o autor utiliza um algoritmo baseado em VND para solucionar um problema de sequenciamento de tarefas em uma máquina única com tempos de *setup* dependentes da sequência e buscando minimizar o tempo total de atraso nas entregas.

Em Li et al. (2019), um problema de sequenciamento em máquinas é tratado, objetivando minimizar o tempo total de atraso e a antecipação. Um método híbrido baseado em Algoritmo Memético e VND é desenvolvido nesse estudo, o qual é comparado a um Algoritmo Genético e um Algoritmo Memético básico. Os autores concluem que o Algoritmo

Memético combinado com o VND obteve melhores resultados do que seus competidores.

Já em Queiroz e Mundim (2019), os autores tratam um problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas com tempos de *setup*. O objetivo é minimizar o *makespan* e o tempo total de processamento, denominado *flow time*. Um algoritmo multiobjetivo baseado em VND é implementado para resolver o problema, o qual obteve bons resultados comparado ao NSGA-II.

No presente trabalho, é utilizada uma adaptação do Variable Neighborhood Descent, o Randomized Variable Neighborhood Descent (RVND). Uma vez que se tenha n estruturas de vizinhança, no VND clássico essas vizinhanças são visitadas sequencialmente, sempre na mesma ordem (1, 2, até n). No RNVD, essas estruturas são visitadas em ordem aleatória, podendo essa ordem ser diferente em cada execução do método. Esta variação do VND foi proposta em Souza et al. (2010), em um trabalho sobre um problema de planejamento operacional de lavra a céu aberto. Ao contrário do VND clássico, o RVND tem a vantagem de não exigir a calibração da ordem das vizinhanças.

#### 2.4 ILS e VND

Existem diversos estudos nos quais as meta-heurísticas ILS e VND são combinadas. Um bom exemplo deste caso pode ser visto em Gomes Júnior et al. (2007), no qual os autores utilizam um algoritmo adaptado que combina características do GRASP, ILS e VND. O problema tratado nesse trabalho é um sequenciamento de tarefas em uma máquina, objetivando minimizar os custos de atraso e antecipação na entrega das tarefas.

Em Haddad et al. (2014), os autores tratam um problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de setup. O objetivo é minimizar o makespan, sendo proposto um algoritmo baseado no ILS e RVND. Os resultados obtidos por esse método foram superiores a outros algoritmos conhecidos na literatura.

Outro estudo de interesse no tema é o de Subramanian et al. (2014), no qual os autores tratam um problema de sequenciamento de tarefas em uma máquina com tempos de setup dependentes da sequência. O objetivo é minimizar o tempo total de atraso na entrega das tarefas e uma heurística baseada em ILS e RVND é utilizada para tal. O algoritmo proposto obteve bons resultados comparados a diversos outros algoritmos como o PSO, Colônia de Formigas e Variable Neighborhood Search.

Já em Diana et al. (2018), os autores tratam um problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de setup dependentes da sequência e com a finalidade de minimizar o tempo total de atraso na entrega. Também é utilizado nesse estudo um algoritmo baseado nas meta-heurísticas Iterated Local Search e Variable Neighborhood Descent, sendo o ILS-VND superior a diversos algoritmos conhecidos na literatura, em vários cenários de teste utilizados.

Em Cota et al. (2014), os autores também utilizam uma combinação entre os algo-

ritmos ILS e VND, além do *Path Relinking*. Nesse estudo, os autores buscam resolver um problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas e obtiveram resultados superiores aos dos algoritmos com os quais ele foi comparado.

No presente trabalho foram adaptados dois algoritmos ainda não aplicados para resolver o problema de sequenciamento apresentado em Wang et al. (2018). Ambos são baseados na meta-heurística ILS e utilizam o RVND como busca local, assim como os trabalhos apresentados nesta subseção. O primeiro algoritmo segue a implementação clássica do Iterated Local Search, enquanto o segundo utiliza o método introduzido em Reinsma et al. (2018), denotado como Smart Iterated Local Search, Smart ILS, ou ainda, SILS.

### Capítulo 3

# Caracterização do Problema

Neste capítulo é caracterizado o Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas (PSMPI). Na Seção 3.1, o problema é caracterizado, sendo mostrado um exemplo de solução deste problema. Na Seção 3.2, por sua vez, é apresentada uma adaptação de uma formulação de programação matemática da literatura.

#### 3.1 Descrição do Problema

O PSMPI tratado neste trabalho é caracterizado por conter um conjunto de tarefas  $N = \{1, ..., n\}$ , um conjunto de máquinas  $M = \{1, ..., m\}$  e um conjunto de instantes de tempo  $T = \{1, ..., T_{\text{max}}\}$ . Dados estes conjuntos, o problema abordado tem as seguintes características:

- 1. Cada tarefa  $i \in N$  deve ser alocada a uma única máquina  $j \in M$ , utilizando um ou vários instantes de tempo  $k \in T$ ;
- 2. Cada tarefa  $i \in N$  tem um tempo de processamento  $p_i$  para qualquer máquina;
- 3. Cada máquina j tem uma taxa de consumo de energia, dada por  $e_i$ ;
- 4. Para cada instante k do horizonte de planejamento existe um custo  $c_k$  de utilização;
- 5. Uma vez iniciada, a execução da tarefa i não pode ser interrompida. Dessa forma, o processamento de uma tarefa deve utilizar k instantes de tempo consecutivos;
- 6. O número de instantes de tempo k ao qual uma tarefa i é associada, deve ser igual ao tempo de processamento  $p_i$  desta tarefa;
- 7. Cada tarefa i deve ser processada uma única vez.

O objetivo é alocar as tarefas do conjunto N nas máquinas do conjunto M, utilizando os instantes de tempo do conjunto T, de forma a minimizar o makespan ( $C_{max}$ ) e o TEC.

De acordo com a notação de Pinedo (2008), o PSMPI aqui descrito pode ser representado pela tripla:  $P_m \mid \mid (C_{\text{max}}, TEC)$ , em que  $P_m$  representa a característica do problema de utilizar máquinas paralelas idênticas e o par  $(C_{\text{max}}, TEC)$  indica os objetivos a serem minimizados.

Para melhor compreensão do PSMPI abordado, um exemplo com 6 tarefas, 3 máquinas e 10 instantes de tempo é apresentado a seguir. Na Tabela 3.1 são apresentados os tempos de processamento das tarefas, na Tabela 3.2 as taxas de consumo das máquinas são exibidos e por fim, na Tabela 3.3 são mostrados os custos de utilização para cada instante de tempo.

Tabela 3.1: Tempos de processamento das tarefas

Tabela 3.2: Taxa de consumo das máquinas

Tabela 3.3: Custo de utilização por instante de tempo

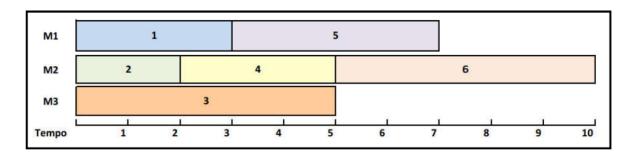


Figura 3.1: Exemplo de uma solução do PSMPI

A Figura 3.1 ilustra uma solução do PSMPI. Nela, por exemplo, a tarefa 1 está alocada na máquina 1, inicia no instante de tempo 0 e demanda 3 unidades de tempo para ser processada. Por sua vez, a tarefa 4 está alocada na máquina 2 e inicia sua execução no instante 2, também demandando 3 unidades de tempo de processamento. Dentre todas as tarefas, a última a ter seu processamento finalizado é a tarefa 6, que é executada na máquina 2 e termina seu processamento no instante 10. Sendo assim, o makespan desta solução é 10. Já o TEC desta solução pode ser calculado da seguinte forma, sendo  $EC_j$  o custo de energia da máquina j:

$$TEC = EC_1 + EC_2 + EC_3$$

O  $EC_j$  é dado pela taxa de consumo  $e_j$  da máquina j (disponibilizada na Tabela 3.2), multiplicada pela soma dos custos de utilização (disponibilizada na Tabela 3.3) nos instantes de tempo em que a máquina j está ativa. Sendo assim, os custos de energia das máquinas 1, 2 e 3 são:

$$EC_{1} = 1 \times (6+6+5+5+5+2+2)$$

$$EC_{1} = 31$$

$$EC_{2} = 3 \times (6+6+5+5+5+2+2+2+2+2)$$

$$EC_{2} = 111$$

$$EC_{3} = 1 \times (6+6+5+5+5)$$

$$EC_{3} = 27$$

$$TEC = 31 + 111 + 27$$

$$TEC = 169$$

Desta forma, os valores de makespan e TEC da solução apresentada na Figura 3.1 são:

$$C_{\text{max}} = 10$$
$$TEC = 169$$

#### 3.2 Formulação de Programação Matemática

A formulação de programação matemática a seguir é uma adaptação daquela apresentada em Wang et al. (2018). O ajuste no modelo consistiu em tratar as duas funções objetivos do problema em uma única função mono-objetivo, que é a soma ponderada do makespan e TEC.

Para apresentar essa formulação sejam os seguintes índices, parâmetros e variáveis:

#### Índices:

• i: indice de tarefas,  $i \in \{1, \dots, n\}$ 

- j: índice de máquinas,  $j \in \{1, \dots, m\}$
- k: índice de instantes de tempo,  $k \in \{1, \dots, T_{\text{max}}\}$

#### Parâmetros:

- $\bullet$  n: número de tarefas
- m: número de máquinas
- $T_{\text{max}}$ : horizonte de planejamento, em horas
- $\bullet$   $TEC_{\rm max}$ : custo máximo de energia, em R\$
- $p_i$ : tempo de processamento da tarefa i, em horas
- $e_j$ : taxa de consumo da máquina j, em KWh
- $c_k$ : preço de utilização de energia elétrica no instante de tempo k, em R\$/KWh
- $\alpha$ : coeficiente de  $C_{\max}$
- $\beta$ : coeficiente de TEC
- $\mathcal{N}$ : conjunto de tarefas,  $\mathcal{N} = \{1, \cdots, n\}$
- $\mathcal{M}$ : conjunto de máquinas,  $\mathcal{M} = \{1, \cdots m\}$
- $\mathcal{T}$ : conjunto de instantes de tempo,  $\mathcal{T} = \{1, \cdots, T_{\text{max}}\}$
- L: inteiro positivo suficientemente grande,  $L=1000\times\sum_{i=1}^n p_i$

#### Variáveis de decisão:

- $C_{\text{max}}$ : makespan, em horas
- $C_i$ : tempo de conclusão da tarefa i, em horas
- $C'_{\max}$ : makespan normalizado
- TEC: custo total de energia, em R\$
- $\bullet$  TEC': TEC normalizado
- $x_{ijk}$ : igual a 1 se a tarefa i é executada na máquina j no intervalo de tempo k e 0, caso contrário
- $\bullet \ y_{jk}$ : igual a 1 se a máquina j está ativa no instante ke 0, caso contrário
- $\bullet \ z_{ij}$ : igual a 1 se a tarefa ié processada na máquina je 0, caso contrário

O PSMPI pode, então, ser definido pelas Equações (3.1)-(3.15):

$$\min \alpha C'_{\max} + \beta TEC' \tag{3.1}$$

Sujeito a:

$$C'_{\text{max}} = C_{\text{max}}/T_{\text{max}} \tag{3.2}$$

$$TEC' = TEC/TEC_{\text{max}} \tag{3.3}$$

$$TEC = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{T_{\text{max}}} e_j c_k x_{ijk}$$
 (3.4)

$$\sum_{i=1}^{m} z_{ij} = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{N} \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ijk} = y_{jk} \qquad \forall j \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{T}$$
 (3.6)

$$\sum_{k=1}^{T_{\text{max}}} \sum_{i=1}^{m} x_{ijk} = p_i$$
  $\forall i \in \mathcal{N}$  (3.7)

$$z_{ij}L \ge \sum_{k=1}^{T_{\text{max}}} x_{ijk} \qquad \forall i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{M} \quad (3.8)$$

$$z_{ij} \le \sum_{k=1}^{T_{\text{max}}} x_{ijk} \qquad \forall i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{M} \quad (3.9)$$

$$(1 - \sum_{j=1}^{m} x_{ijk})L + k - 1 \ge C_i - p_i \qquad \forall i \in \mathcal{N}, k \in \mathcal{T}$$
 (3.10)

$$(1 - \sum_{j=1}^{m} x_{ijk})L + C_i \ge k$$
  $\forall i \in \mathcal{N}, k \in \mathcal{T}$  (3.11)

$$C_{\text{max}} \ge C_i$$
  $\forall i \in \mathcal{N} \ (3.12)$ 

$$C_{\text{max}} \le T_{\text{max}} \tag{3.13}$$

$$C_{\max}, C_i, TEC \ge 0 \tag{3.14}$$

$$x_{ijk}, y_{jk}, z_{ij} \in \{0, 1\}$$
  $\forall i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{T}$  (3.15)

Como as parcelas relativas ao  $makespan~(C_{max})$  e custo total de energia (TEC) têm grandezas diferentes, é necessário normalizá-las. Assim, a Equação 3.1 representa a minimização desses objetivos normalizados, isto é,  $C'_{max}$  e TEC' estão no intervalo [0, 1],

sendo  $\alpha$  e  $\beta$  os seus respectivos pesos ( $\alpha + \beta = 1$ ).

Na Equação (3.2),  $T_{\rm max}$  é o horizonte de planejamento, isto é, um limite superior para  $C_{\rm max}$ . Para estimá-lo, basta minimizar apenas a parcela TEC da solução. Isto é possível pois as duas parcelas que compõem a função de avaliação são conflitantes. Sendo assim, ao se minimizar uma, a outra atinge o seu maior valor possível. Por sua vez, a determinação de TEC' é feita de acordo com a Equação (3.3). Nesta equação,  $TEC_{\rm max}$  pode ser estimado alocando-se todas as tarefas na máquina de maior taxa de consumo de energia, propiciando um custo de energia grande o suficiente para normalizar a parcela TEC no intervalo [0, 1].

A Equação (3.4) define como o valor de TEC é calculado. Nas Equações (3.5) assegurase que uma tarefa é executada em apenas uma única máquina. Por sua vez, nas Equações (3.6) se garante que num dado instante de tempo k, uma máquina pode estar ociosa ou executando uma única tarefa. As Equações (3.7) asseguram que uma tarefa é executada na duração exata do seu tempo de processamento, previamente definido. Nas Equações (3.8) e (3.9) os valores das variáveis  $z_{ij}$  e  $x_{ijk}$  são verificados, garantindo que caso uma tarefa i seja alocada a uma máquina j, pelo menos um instante de tempo kdesta máquina j será ocupado. Já nas Equações (3.10) e (3.11), é assegurado o tempo de completude  $C_i$  de uma tarefa i. Nas Equações (3.12) e (3.13), o valor de  $C_{\text{max}}$  é delimitado. Por fim, nas Equações (3.14) e (3.15) as variáveis têm seus domínios definidos.

### Capítulo 4

### Algoritmos Propostos

Este capítulo apresenta dois algoritmos heurísticos, ambos baseados na técnica *Iterated Local Search*. Esses algoritmos foram utilizados para tratar instâncias de maior porte do PSTMPI, sendo o primeiro uma abordagem clássica do ILS e o segundo uma adaptação do primeiro, aqui denominado *Smart ILS*.

Inicialmente, na Seção 4.1 deste capítulo mostra-se como uma solução é representada. Na Seção 4.2, é apresentada como uma solução inicial é gerada. A avaliação de uma solução é apresentada na Seção 4.3 e na Seção 4.4 são apresentadas as estruturas de vizinhança utilizadas. O método de busca local é apresentado na Seção 4.5 e os mecanismos de perturbação são descritos na Seção 4.6. Por fim, nas seções 4.7 e 4.8, são apresentados os algoritmos propostos.

#### 4.1 Representação da Solução

Uma solução s do problema é representada tal como em Wang et~al.~(2018), isto é, por um vetor s de dimensão 2n. Nesse vetor, cada posição j, com  $j \in [1, n]$ , indica a máquina que executa a tarefa j, enquanto que a posição k = j + n, com  $k \in [n + 1, 2n]$  indica o tempo de início dessa tarefa.

Além disso, uma estrutura de dados auxiliar foi utilizada para facilitar a implementação. Mais precisamente, a cada máquina associa-se um vetor com  $T_{\rm max}$  posições, sendo que cada posição desse vetor representa um instante da máquina no horizonte de planejamento e cada célula desse vetor indica a tarefa que está sendo executada. No caso de a máquina estar ociosa naquele instante, atribui-se o número 0 àquela célula. A Figura 4.1 ilustra um exemplo de como uma solução é representada em um problema com 6 tarefas e 3 máquinas. Nessa figura percebe-se, por exemplo, que na solução s a tarefa 6 (posição 6 do vetor s) é executada na máquina 2 (valor da célula s6 do vetor s9 e no instante 5 (valor da célula s12 do vetor s9). Na estrutura auxiliar mostra-se um vetor de 10 posições para cada máquina, já que neste exemplo t10. Assim, na máquina M1, por exemplo, em sua quinta posição a célula contém o valor 5, indicado que no instante 5 essa máquina

está processando a tarefa 5. Nesse mesmo vetor da máquina M1 tem-se o conteúdo 0 nas posições 8, 9 e 10, indicando que nesses instantes a máquina está ociosa.

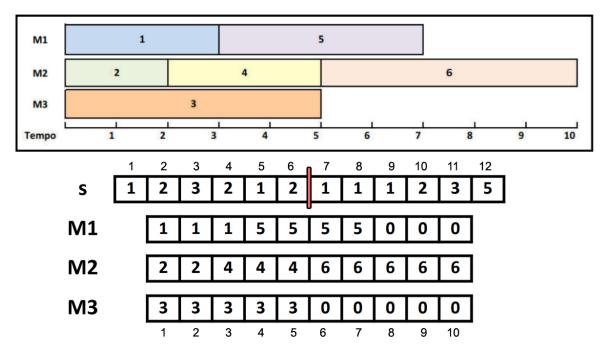


Figura 4.1: Representação de uma solução do problema

#### 4.2 Solução Inicial

Uma solução inicial é gerada por um procedimento guloso, conforme descrito a seguir. As n tarefas são alocadas uma a uma, iniciando-se pela tarefa 1, à máquina que tenha o menor tempo total de processamento. Em caso de empate, a tarefa é alocada à máquina com o menor índice.

A Figura 4.1 ilustra esse processo de construção. Nesse exemplo existem 3 máquinas e 6 tarefas, sendo os tempos de processamento iguais a 3, 2, 5, 3, 4 e 5 unidades de tempo respectivamente. Inicialmente, as três máquinas têm tempo total de processamento igual a 0. Assim, a tarefa 1 é alocada à máquina 1, a segunda tarefa à máquina 2 e a tarefa 3 à máquina 3. No momento de alocar a tarefa 4, a máquina 1 está sendo utilizada durante 3 unidades de tempo, enquanto as máquinas 2 e 3 estão ocupadas durante 2 e 5 unidades de tempo, respectivamente. Dessa forma, a tarefa 4 será alocada à máquina 2, que tem o menor tempo total de processamento no instante de sua alocação.

A tarefa 5 é a próxima a ser alocada e, nesse momento, as máquinas 1, 2 e 3 estão sendo utilizadas até os tempos 3, 5 e 5, respectivamente. Sendo assim, a máquina 1 tem o menor tempo de processamento e ela será utilizada para executar a tarefa 5. Por fim, no instante em que a tarefa 6 deve ser alocada, as máquinas 2 e 3 estarão com o mesmo tempo total de processamento, isto é, 5 unidades de tempo, enquanto a máquina 1 estará

ocupada por 7 unidades de tempo. Então a tarefa 6 é alocada à máquina 2, que é a máquina com menor tempo de ocupação e com o menor índice.

#### 4.3 Função de Avaliação

Uma solução s do problema é avaliada pela função mono-objetivo f(s), dada pela Eq. (3.1), apresentada na página 15. Entretanto, ao se modificar uma solução, um cálculo inteligente foi utilizado para tornar mais eficiente a avaliação da parcela TEC. Esse cálculo inteligente evita a reavaliação completa dos custos de todas as máquinas, uma vez que ao alterar uma solução, no máximo duas máquinas são envolvidas e, portanto, apenas estas devem ter seus custos atualizados.

Esse cálculo é realizado da seguinte forma. Inicialmente, armazena-se o valor da TEC antes da alteração da solução, assim como os custos de energia das máquinas que serão alteradas pelo movimento a ser realizado. Em seguida, faz-se o movimento de alteração da solução e avaliam-se somente os custos de energia das máquinas que foram alteradas pelo movimento. O novo valor de TEC é calculado subtraindo-se do seu valor antes do movimento, os custos das máquinas envolvidas antes do movimentos e somando-se os custos das mesmas máquinas depois de aplicado o movimento. A Figura 4.2 ilustra a aplicação desse cálculo inteligente envolvendo o movimento de troca entre as tarefas 5 e 6 das máquinas 1 e 2.

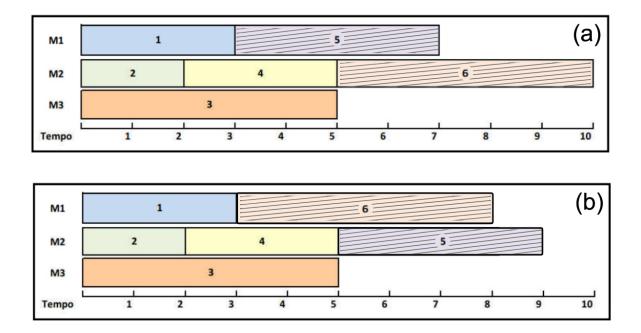


Figura 4.2: Exemplo do cálculo inteligente para parcela TEC

A solução (a) da Figura 4.2 é a mesma apresentada na Figura 3.1 da página 12. Portanto, o valor de TEC da solução (a), denotado por  $TEC^{(a)}$ , é igual a 169 e os custos de

energia dessa solução relativa às duas máquinas envolvidas no movimento, representadas por  $EC_1^{(a)}$  e  $EC_2^{(a)}$ , são, respectivamente, 31 e 111. Os custos de energia na solução (b) são:

$$EC_1^{(b)} = 1(6+6+5+5+5+2+2+2)$$
  
 $EC_1^{(b)} = 33$ 

$$EC_2^{((b))} = 3(6+6+5+5+5+2+2+2+2)$$

$$EC_2^{(b)} = 105$$

Uma vez conhecidos os novos custos de energia das máquinas 1 e 2, calcula-se o  $TEC^{(b)}$ , conforme a seguir:

$$TEC^{(b)} = TEC^{(a)} - \underbrace{\left(EC_1^{(a)} + EC_2^{(a)}\right)}_{\text{EC antes do movimento}} + \underbrace{\left(EC_1^{(b)} + EC_2^{(b)}\right)}_{\text{EC depois do movimento}}$$

$$TEC^{(b)} = 169 - (31 + 111) + (33 + 105)$$

$$TEC^{(b)} = 165$$

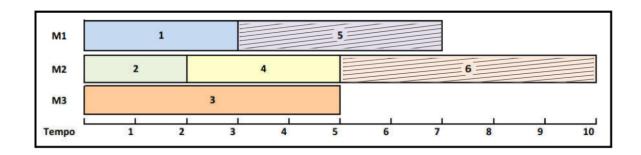
### 4.4 Estruturas de vizinhança

Foram utilizadas quatro estruturas de vizinhança  $(N_1, N_2, N_3, N_4)$  para explorar o espaço de soluções deste problema. Cada uma delas é explorada a partir dos seguintes movimentos, nesta ordem:

- N<sub>1</sub>) Troca de tarefas entre máquinas: Duas tarefas de máquinas diferentes são trocadas de posição. Na Figura 4.3 um exemplo desse movimento é ilustrado. Nela, é realizada a troca das tarefas 5 e 6 entre as máquinas 1 e 2. Ao fazer essa troca, observa-se que há uma melhoria na solução, com a redução do makespan de 10 para 9 unidades de tempo;
- N<sub>2</sub>) Realocação de tarefa para outra máquina: Uma tarefa de uma máquina é realocada para outra posição de outra máquina. A Figura 4.4 ilustra um exemplo deste movimento, com a tarefa 4 sendo realocada da máquina M2 para a máquina M3, o que reduz o makespan de 9 para 8 unidades de tempo;

- N<sub>3</sub>) Realocação de tarefa na mesma máquina: Uma tarefa de uma máquina é realocada para outra posição na mesma máquina, isto é, ela passa a iniciar em um instante de tempo diferente. Tal movimento é importante pois permite, como no caso da Figura 4.5, a redução do TEC sem alterar o C<sub>max</sub>. Nesse exemplo, há redução do TEC pois a tarefa 2 é remanejada da máquina com maior consumo e do instante de uso mais caro para a mesma máquina, porém para instantes com taxas de utilização mais baratas. É importante observar que no exemplo considerado os consumos das máquinas 1, 2 e 3 são, nessa ordem, 1, 3, 1 e os custos de utilização nos tempos de 1 a 10 são, respectivamente, 6, 6, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 2 e 2.
- $N_4$ ) Shift: Uma tarefa de uma máquina é reposicionada para iniciar uma unidade de tempo anterior ou após o seu momento inicial de origem. Com esse deslocamento todas as tarefas executadas na mesma máquina da tarefa movimentada tem os seus tempos ajustados também. Na Figura 4.6 o movimento *shift* foi aplicado à tarefa 3, o que culminou na alteração do seu instante inicial, do tempo 1 para o tempo 0, alterando também o instante inicial da tarefa 4 e fazendo o  $C_{\text{max}}$  reduzir de 9 para 8.

Em todas as estruturas de vizinhança existe um rearranjo de tarefas nas máquinas. O rearranjo ocorre sempre que a tarefa realocada é inserida numa posição que já tenha alguma tarefa sendo executada. Neste caso, a tarefa sobreposta e as tarefas subsequentes são remanejadas para o término da tarefa que foi realocada primeiramente, causando a sobreposição. Entretanto, o rearranjo de tarefas não ocorre quando surgem lacunas no horizonte de planejamento das máquinas, como na situação que pode ser observada na Figura 4.5 entre os tempos 1 e 2 da máquina M2. Nesses casos, o rearranjo não ocorre porque essas lacunas podem gerar soluções melhores que a solução anterior ao movimento. Um exemplo disso pode ser observado na própria Figura 4.5, pois a tarefa 2 passa a ser executada em um instante de tempo com preço de utilização menor que o do instante de tempo que ficou desocupado pela realocação da tarefa.



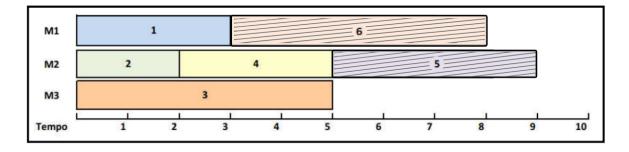
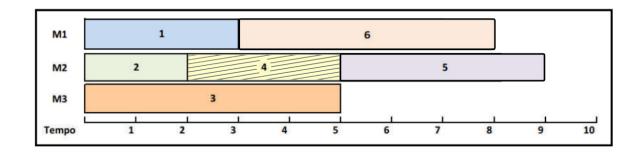


Figura 4.3: Troca de tarefas entre máquinas, no qual as tarefas 5 e 6 são trocadas



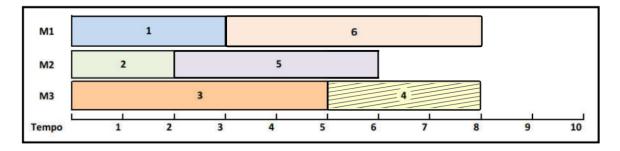
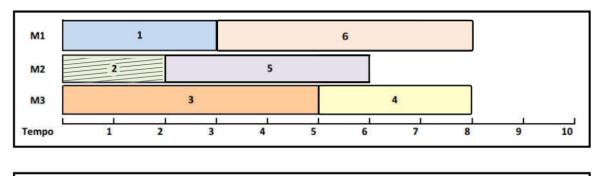


Figura 4.4: Realocação de uma tarefa para outra máquina



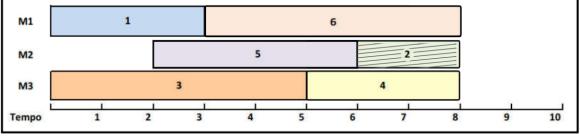
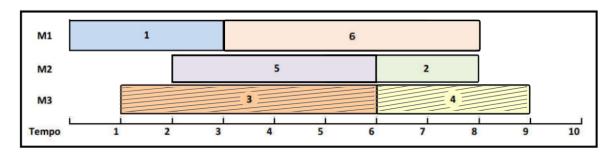


Figura 4.5: Realocação de uma tarefa para outra posição na mesma máquina



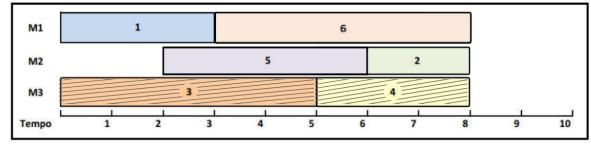


Figura 4.6: Movimento Shift aplicado à tarefa 3

## 4.5 Busca Local

A busca local dos algoritmos ILS e *Smart* ILS é feita pelo método *Randomized Variable Neighborhood Descent* – RVND (HADDAD *et al.*, 2014; SOUZA *et al.*, 2010). O

#### Algoritmo 1: RVND

```
entrada: s
   saída
               : s
   v \leftarrow [1\ 2\ 3\ 4];
 \mathbf{2} embaralha(v);
 \mathbf{s} \ k \leftarrow 1;
   enquanto (k \leq 4) faça
         s' \leftarrow FirstNeigh(s, N_{v_k});
         se (f(s') < f(s)) então
          s \leftarrow s'; k \leftarrow 1;
 7
        _{\rm fim}
 8
         senão
 9
             k \leftarrow k + 1;
10
         fim
11
12 fim
13 retorne s;
```

No Algoritmo 1, tanto a entrada quanto a saída são armazenadas na solução s. Na linha 1, um vetor v de três posições é criado com os números ordenados 1, 2, 3 e 4, cada qual indicando uma das quatro vizinhanças relatadas na Seção 4.4. Na linha 2, esse vetor é embaralhado para permitir que as buscas locais ocorram em ordens diferentes à cada chamada do RVND. Na linha 3, o índice k usado para percorrer o vetor v é inicializado com o valor 1.

Um laço de repetição é iniciado na linha 4, para definir que o processo deve se repetir até que todas as quatro vizinhanças  $(N_1, N_2, N_3 \in N_4)$  sejam analisadas. Na linha 5 é aplicada uma busca pelo primeiro vizinho de melhora na vizinhança corrente (First Improvement). Nesse método, retorna-se a primeira solução de melhora encontrada na vizinhança explorada ou, no caso de não haver melhora, a própria solução analisada, ambas denotadas por s'. Nas linhas 6 a 11 é verificado se a solução s' proveniente da busca local é melhor que a solução s corrente. Caso positivo, s é atualizada e a vizinhança corrente passa a ser a primeira, isto é, k=1. Caso contrário, na linha 10 passa-se para próxima vizinhança, incrementando-se o índice k.

## 4.6 Perturbação

Dois tipos de perturbação foram utilizados nas execuções dos experimentos. Inicialmente, numa primeira versão dos algoritmos foi adotada a perturbação apresentada na Figura 4.7. Nela, a tarefa 2 da máquina M2, foi sorteada para ser realocada logo após a última tarefa da máquina M1, que foi selecionada como de forma aleatória.

De forma detalhada, essa primeira perturbação se inicia a partir de uma solução s que é modificada se tornando uma solução intermediária s' (linha 5 do Algoritmo 2). Essa solução intermediária é gerada por um procedimento de perturbação que funciona como segue. Sobre essa solução s são aplicadas nivel+1 modificações na solução, sendo que cada modificação consiste em escolher aleatoriamente uma máquina e uma tarefa dessa máquina e, em seguida, realocar essa tarefa para o final do processamento de outra máquina, também escolhida de forma aleatória. Assim, quando nivel é igual a 1, são feitas duas modificações na solução corrente s. Quando nivel é igual a 2 são feitas três modificações na solução e assim por diante. Observa-se que sempre que há melhora na solução corrente, a variável nivel retorna ao seu valor mínimo.

Já na segunda versão dos algoritmos foi utilizada uma dinâmica diferente na perturbação. Esta perturbação segue o mesmo procedimento explicitado anteriormente para a perturbação utilizada no Experimento I. A única diferença entre as duas perturbações é que, no caso da perturbação do Experimento II, a cada iteração do algoritmo é aplicada aleatoriamente uma das quatro vizinhanças detalhadas na Seção 4.4, em vez de sempre sortear uma tarefa e realocá-la logo após o término da última tarefa de uma máquina aleatória, como a perturbação do Experimento I.

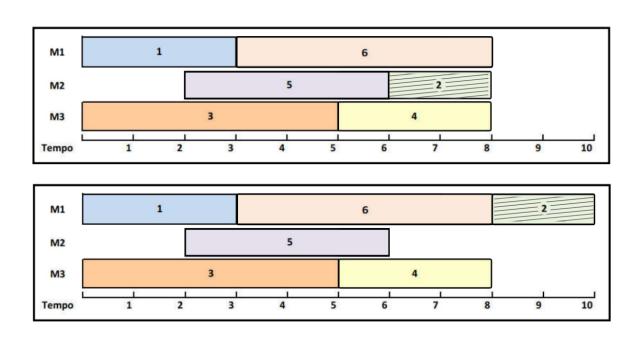


Figura 4.7: Perturbação: tarefa 2 é realocada da máquina M2 para a máquina M1

## 4.7 Iterated Local Search (ILS)

O algoritmo ILS proposto tem seu procedimento descrito pelo Algoritmo 2. Inicialmente, o ILS recebe duas entradas, uma solução inicial  $(s_{inicial})$  e um limite máximo de iterações sem melhora  $(ILS_{max})$ . O número de iterações sem melhora é o número de vezes consecutivas no qual a solução s não é melhorada. Por fim, a saída do ILS é uma solução denotada por s.

```
Algoritmo 2: ILS
   entrada: s_{inicial}, ILS_{max}
   saída
 1 \ s \leftarrow RVND(s_{inicial});
 2 iterSemMelhora \leftarrow 0;
 sin nivel \leftarrow 2;
   enquanto (iterSemMelhora \leq ILS_{max}) faça
        iterSemMelhora \leftarrow iterSemMelhora + 1;
        s' \leftarrow perturbacao(s, nivel);
 6
        s'' \leftarrow RVND(s');
 7
        se (f(s'') < f(s)) então
 8
            s \leftarrow s'';
 9
            iterSemMelhora \leftarrow 0;
10
            nivel \leftarrow 1;
11
        _{
m fim}
12
        senão
13
            nivel \leftarrow nivel + 1;
        fim
15
16 fim
17 retorne s;
```

Na linha 1 do Algoritmo 2, a solução inicial  $s_{inicial}$  é submetida a um procedimento de busca local pelo RVND, descrito pelo Algoritmo 1. Na linha 2, o número de iterações sem melhora é inicializado em 0 e na linha 3 o nível de perturbação é iniciada em 1. Na linha 4 inicia-se o laço de repetição do algoritmo ILS, que é encerrado quando o número de iterações sem melhora for maior que o limite máximo  $ILS_{\rm max}$ , recebido como entrada. O número de iterações sem melhora é incrementado na linha 5. Na linha 6 é aplicada uma perturbação na solução corrente de acordo com a Seção 4.6, gerando-se uma solução intermediária s'.

Uma nova busca local é aplicada sobre essa solução intermediária s', gerando-se possivelmente uma solução ótima local s''. Essa etapa ocorre na linha 7. Das linhas 8 a 12 tem-se um laço condicional, no qual as soluções s'' e s são avaliadas. Se s'' for melhor do que s, então a solução s é atualizada, o número de iterações sem melhora retorna para seu valor inicial, isto é, 0, e o nível de perturbação é reiniciado para seu valor mínimo, isto é, 1.

Caso s'' não represente uma melhora em relação à solução corrente s, o algoritmo executa então o laço das linhas 13 a 15, incrementando o nível de perturbação em uma unidade.

## 4.8 Smart Iterated Local Search (Smart ILS)

O Smart ILS, dado pelo Algoritmo 3, distingue-se do ILS pelo mecanismo de perturbação. No SILS, adiciona-se o procedimento que pode ser visualizado entre as linhas 15 e 23 do Algoritmo 3. Nesse trecho do algoritmo é realizado um controle de nível da perturbação. Há um parâmetro  $tentativas_{\rm max}$  que define quantas tentativas no mesmo nível de perturbação são permitidas para que se encontre uma solução melhor, antes de aumentar o nível da perturbação.

A implementação dessa funcionalidade se justifica pelo fato de que aumentar o nível de perturbação após uma única tentativa pode ser uma decisão precipitada. De fato, como a perturbação ocorre de forma aleatória, o vizinho gerado em um determinado nível de perturbação pode ter sido ruim para a continuação da busca, no sentido de que o procedimento de busca local aplicado à solução intermediária poderia conduzir a um único vale da região pesquisada, que não representaria uma solução de melhora. Por outro lado, se outro vizinho fosse gerado, pode ser que outros vales fossem encontrados, justificando a estratégia de somente aumentar o nível de perturbação após algumas tentativas frustradas de melhoria.

#### Algoritmo 3: Smart ILS

```
entrada: s_{inicial}, ILS_{\max}, tentativas_{\max}
   saída
 1 \ s \leftarrow RVND(s_{inicial});
 2 iterSemMelhora \leftarrow 0;
 sin nivel \leftarrow 2;
 4 tentativas \leftarrow 1;
 5 enquanto (iterSemMelhora \leq ILS_{Max}) faça
        iterSemMelhora \leftarrow iterSemMelhora + 1;
        s' \leftarrow perturbacao(s, nivel);
 7
        s'' \leftarrow RVND(s');
        se (f(s'') < f(s)) então
 9
            s \leftarrow s'';
10
            iterSemMelhora \leftarrow 0;
11
            nivel \leftarrow 1;
12
            tentativas \leftarrow 1;
13
        fim
14
        senão
15
            se (tentativas \ge tentativas_{Max}) então
16
                 nivel \leftarrow nivel + 1;
17
                 tentativas \leftarrow 1;
18
            fim
19
            senão
20
             tentativas \leftarrow tentativas + 1;
\mathbf{21}
            fim
22
        _{\text{fim}}
23
24 fim
25 retorne s
```

Capítulo 5

Experimentos e Resultados

Este capítulo está organizado em duas seções. Na Seção 5.1, é detalhado o planejamento

de experimentos realizados. Já na Seção 5.2, são apresentados os resultados obtidos com

base nos testes executados.

Planejamento de Experimentos 5.1

Esta seção está organizada como se segue. Na Subseção 5.1.1, é apresentado o ambiente

de testes. Já na Subseção 5.1.2, são exibidas os resultados da calibração dos algorit-

mos testados, enquanto na Subseção 5.1.3 são apresentados os critérios de avaliação dos

algoritmos.

5.1.1 Ambiente de Testes

Os algoritmos ILS e Smart ILS, este último denotado doravante por SILS por simplicidade,

foram implementados e testados no seguinte ambiente:

• Computador: Dell Inspiron 5558

• Processador: Intel Core i5-5200U, 2.2 GHz de frequência

• Memória RAM: 8 GB

• Sistema Operacional: Ubuntu 16.04 LTS de 64 bits

• Linguagem de Programação: C/C++

• IDE: NetBeans 8.2

Foram utilizados também, de forma complementar, os softwares CPLEX e irace. O

CPLEX é um software de otimização utilizado para implementar o modelo matemático

29

apresentado na Seção 3.2 e para validar o desempenho dos algoritmos heurísticos propostos. Já o *irace* é um pacote de calibração para valores de parâmetros de um algoritmo, sendo utilizado para potencializar o desempenho das meta-heurísticas implementadas.

Como dito anteriormente, além dos testes com os algoritmos ILS e SILS, utilizouse também o otimizador CPLEX para resolver as instâncias de pequeno porte e obter limites inferiores para as instâncias de grande porte. A versão desse software usada nos experimentos foi a 12.63. O tempo de processamento do CPLEX foi limitado a 2 horas, ou 7200 segundos. Os resultados desses testes estão reportados nas Tabelas 5.1 e 5.2.

#### 5.1.2 Calibração de Parâmetros

Inicialmente, foram realizados testes para resolução de instâncias de pequeno porte, sendo utilizado um conjunto de 30 instâncias disponibilizadas no trabalho de Wang et al. (2018). Cada uma dessas instâncias foi executada 30 vezes, sendo coletados para cada algoritmo o tempo médio de execução, o melhor valor de Função Objetivo (FO) retornado e a média desses valores.

Nesses testes, os valores utilizados para  $T_{\rm max}$  foram fornecidos nas próprias instâncias, não sendo necessária a utilização do procedimento para estimá-lo, descrito na Seção 3.2. Outro ponto importante se refere à definição das constantes da função de avaliação utilizada, dada pela Equação (3.1). Neste caso, foram fixados  $\alpha = \beta = 0.5$ , isto é, tanto o makespan quanto o consumo total de energia tiveram o mesmo peso. Vale ressaltar que para este experimento utilizou-se uma primeira versão do ILS e SILS, na qual foram aplicadas apenas as três primeiras estruturas de vizinhança citadas na Seção 4.4, excluindo-se o movimento Shift. Outro aspecto importante dessa versão se refere ao mecanismo de perturbação, sendo adotado neste caso o método apresentado na Figura 4.7, da Seção 4.6.

Além disso, antes de executar os testes em todas as instâncias, buscou-se calibrar os parâmetros dos algoritmos ILS e SILS, com a finalidade de obter o melhor desempenho possível de cada método. Para tal, foi utilizado o pacote *irace*, por meio do qual é possível executar automaticamente vários experimentos com diversas configurações de parâmetros.

Cada uma das instâncias utilizadas contém um conjunto predefinido de tarefas (n), máquinas (m) e instantes de tempo  $(T_{\text{max}})$ , com  $n \in \{6, 10, 15, 20, 25\}$ ,  $m \in \{3, 5, 7\}$  e  $T_{\text{max}} \in \{50, 80\}$ . Para realizar a calibração foram utilizadas as instâncias 1, 9, 17, 20 e 28 de Wang et al. (2018) (apresentadas na Tabela 5.1), uma vez que essas instâncias refletem um conjunto diverso com relação ao número de tarefas, máquinas e instantes de tempo.

No ILS, o único parâmetro calibrado foi o  $ILS_{\text{max}}$ . Os valores testados para este parâmetro foram os seguintes:  $ILS_{\text{max}} \in \{500, 1000, 1500, 2000, 2500\}$ . Ao final dos experimentos de calibração, a configuração com melhor desempenho retornada pelo *irace* foi:  $ILS_{\text{max}} = 1000$ . Já para o SILS foram calibrados os parâmetros  $ILS_{\text{max}}$  e  $tentativas_{\text{max}}$ . Os valores utilizados na calibração foram:  $ILS_{\text{max}} \in \{500, 1000, 1500, 2000, 2500\}$  e

 $tentativas_{\max} \in \{2,4,6,8,10\}$ . A melhor configuração retornada para o SILS foi:  $ILS_{\max} = 1500$  e  $tentativas_{\max} = 8$ .

Num segundo momento, foram realizados testes para instâncias de grande porte, sendo utilizadas outras 30 instâncias também apresentadas no trabalho de Wang et al. (2018) com a execução de 30 testes para cada instância. Assim como nos experimentos realizados com instâncias de pequeno porte, neste caso o  $T_{\rm max}$  também foi obtido das próprias instâncias, sem necessidade de estimá-lo. Por fim, os valores das constantes da função de avaliação também foram fixados em  $\alpha = \beta = 0.5$ .

Nesse experimento, utilizou-se uma segunda versão dos dois algoritmos, na qual todas as estruturas de vizinhança apresentadas na Seção 4.4 foram aplicadas, incluindo-se o movimento *Shift*. Além disso, a perturbação foi aleatória, sendo que para cada iteração uma nova estrutura de vizinhança foi sorteada para execução. Por fim, outra diferença nos testes nas instâncias de grande porte foi a aplicação de outro critério de parada dos algoritmos. O motivo para essa alteração foi porque os dois algoritmos demandavam tempos de processamento diferentes. Assim, para uma comparação mais justa entre eles, o tempo de execução foi o mesmo. Para tanto, o ILS teve o tempo máximo de execução definido em 1200 segundos, enquanto que o SILS foi configurado para ser executado até atingir o tempo médio do ILS em cada instância.

Para calibrar essa segunda versão dos algoritmos propostos, foram utilizadas as instâncias de grande porte 1, 10, 17, 24 e 27 da Tabela 5.2, além das instâncias de pequeno porte 1, 9, 17, 20 e 28 da Tabela 5.1. Tal como anteriormente, essas instâncias foram escolhidas porque também apresentam um conjunto diverso em relação às dimensões do problema.

No ILS, o parâmetro calibrado  $ILS_{\rm max}$  teve como valores testados:  $ILS_{\rm max} \in \{500, 750, 1000, 1250, 1500\}$ , sendo que a melhor configuração retornada das execuções do *irace* foi  $ILS_{\rm max} = 1250$ . Já o SILS só teve o  $tentativas_{\rm max}$  calibrado, uma vez que o  $ILS_{\rm max}$  foi substituído pelo tempo médio de processamento do ILS, conforme mencionado anteriormente. Os valores utilizados para calibrar esse parâmetro foram:  $tentativas_{\rm max} \in \{2,4,6,8,10\}$ , sendo  $tentativas_{\rm max} = 6$  a melhor configuração retornada pelo irace. Dessa forma, esses valores retornados pelo irace se aplicam a todas as instâncias, sejam elas pequenas ou grandes. Com base nestas configurações, foram obtidos os resultados apresentados na seção seguinte.

### 5.1.3 Critérios de Avaliação

Uma solução é avaliada com base em dois indicadores. O primeiro é o Percentual de Melhoramento (PM) da melhor solução de um algoritmo em relação ao outro e o segundo, o PM dos valores médios de um algoritmo em relação ao outro. Ambos são calculados com base na Equação (5.1):

$$PM_i = \frac{f_i^{ILS} - f_i^{SILS}}{f_i^{ILS}} \times 100 \tag{5.1}$$

em que  $f_i^{ILS}$  representa o melhor valor (respectivamente valor médio) do ILS na i-ésima instância e  $f_i^{SILS}$  o melhor valor (respectivamente valor médio) do SILS nessa instância. Desta forma, valores positivos indicam que o algoritmo SILS é melhor do que o ILS e valores negativos, o contrário.

#### 5.2 Resultados e Discussões

Com base nos experimentos foram construídas as tabelas 5.1 e 5.2, mostrando os resultados da comparação de desempenho entre o CPLEX e os algoritmos ILS e SILS nas instâncias de pequeno e grande porte. Nessas tabelas, a coluna # indica o número da instância, a coluna n representa o número de tarefas da instância, a coluna m o número de máquinas e a coluna  $T_{\rm max}$  a quantidade de instantes de tempo disponíveis para a execução das tarefas. Em seguida são apresentados os valores da função objetivo gerada pelo CPLEX (coluna CPLEX $_{\rm FO}$ ) e o tempo de processamento, em segundos, requerido por esse resolvedor (coluna CPLEX $_{\rm Tempo}$ ). Para cada um dos métodos heurísticos são apresentados o melhor valor da função objetivo encontrada (coluna Melhor FO), o valor médio em 30 execuções de cada instância (coluna FO Médio) e o tempo demandado, em segundos (coluna Tempo(s)). Os valores em negrito nas tabelas indicam que o SILS teve desempenho igual ou superior ao ILS. Os valores acompanhados do sinal \* mostram que o valor da função objetivo do CPLEX foi atingido por um algoritmo e, por fim, os valores destacados com o sinal \*\* mostram que os resultados do CPLEX foram superados na instância destacada.

Os resultados obtidos nos testes em instâncias de pequeno porte são observados na Tabela 5.1. Nela, percebe-se que o CPLEX foi capaz de provar, em duas horas de processamento, a otimalidade das soluções de 13 instâncias. O algoritmo ILS, por sua vez, foi capaz de encontrar o ótimo em 8 instâncias, enquanto o SILS alcançou 10 soluções ótimas. Das 17 instâncias em que o CPLEX não encontrou a solução ótima, tanto o ILS quanto o SILS igualaram ou superaram o CPLEX em 4 instâncias. Comparando os melhores resultados das duas meta-heurísticas, nota-se que o SILS superou o ILS em 15 das 30 instâncias e foi inferior em apenas 4. Os algoritmos tiveram o mesmo desempenho nas 11 instâncias restantes. Por outro lado, em termos de desempenho médio, o algoritmo SILS superou o ILS em 25 instâncias e foi superado em 3. Em duas instâncias os resultados médios de ambos foram iguais. Destaca-se porém que o ILS foi mais rápido, uma vez que o tempo de execução do algoritmo SILS só foi menor em 11 instâncias.

Na Tabela 5.2, por sua vez, podem ser observados os resultados obtidos para os testes em instâncias de grande porte. Nesta tabela, observa-se que o CPLEX não conseguiu garantir a otimalidade em nenhuma execução. Aliás, em 13 execuções, o CPLEX sequer

conseguiu retornar uma solução. Em alguns casos, o resolvedor completou o tempo limite de 7200 segundos de processamento e não retornou nenhuma resposta. Já em outros casos, o CPLEX foi interrompido pelo sistema operacional em decorrência de limite de memória excedido. Além disso, à medida que as instâncias foram ficando maiores, pôde ser notada uma queda de desempenho do CPLEX em relação aos métodos heurísticos. Considerando os melhores valores de função objetivo produzidos pelas heurísticas, vê-se que o ILS superou o CPLEX em 25 das 30 instâncias, enquanto o SILS foi melhor que o CPLEX em 26 casos. Em relação a diferença de desempenho entre as meta-heurísticas, nota-se que o SILS continuou levando vantagem, mesmo com o seu tempo de execução sendo limitado ao mesmo tempo de processamento médio do ILS. Observando-se os melhores valores de FO para cada heurística, nota-se que o SILS foi superior ao ILS em 70% dos casos, isto é, em 21 instâncias. Já em relação ao valor médio da função objetivo, o SILS aumentou ainda mais sua vantagem, superando o ILS em 28 situações, ou 93,3% das instâncias de grande porte.

Objetivando verificar se essa superioridade do SILS sobre o ILS pode ser validada estatisticamente, foi utilizado o software RStudio (VERZANI, 2011). Inicialmente, foi estabelecida uma amostra composta pelos resultados obtidos em todas as execuções (do ILS e SILS) para as instâncias de grande porte, totalizando um conjunto de 1800 dados. Essa amostra foi analisada para verificar se os dados seguiam uma distribuição normal e para isso o teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO e WILK, 1965) foi executado. O resultado obtido indicou que os dados não seguiam uma distribuição normal e diante de tal constatação, um teste estatístico não-paramétrico foi escolhido para avaliar a diferença entre os algoritmos.

Com isso, o teste selecionado foi o de Wilcoxon Pareado (WILCOXON, 1945). Neste teste, a hipótese alternativa indica a existência de diferença estatística entre os dois algoritmos e a hipótese nula, a impossibilidade de afirmar a existência de disparidade entre eles. O teste foi executado com um grau de confiança de 95% e o resultado apontou um p-valor =  $2, 2 \times 10^{-16}$ . Sendo assim, a hipótese nula foi rejeitada, aceitando-se a hipótese alternativa. Desta forma, conclui-se que há um indicativo de diferença estatística entre os dois métodos, comprovando-se a superioridade do SILS sobre o ILS.

Tabela 5.1: Instâncias de Pequeno Porte - Comparação CPLEX  $\times$  ILS  $\times$  SILS

$egin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	FO	FO	$\Box \vdash$	PLEX Temp	(s) 0	Melhor FO	_	Tempo (s)	ILS SILS SILS SILS SILS SILS SILS SILS	SILS FO Médio	Tempo (s)	PM (%)   Melhor (%)   MG	(%) Médio (%)
50 0,1775 4,28	50 0,1775 4,28	0,1775 4,28	4,28		0,1775*	_		2,72	0,1775*			(0)	0,00
<b>3 80</b> 0,0845 1,70 0,0845*	<b>80</b> 0,0845 1,70	0,0845 1,70	1,70		0,0845*		0,0864	4,43		0,0845	5,04	0,00	2,28
	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	0,1203  $1,79$ $0,1203*$	$1,79 \qquad 0,1203*$	0,1203*			0,1238	3,76	$0,\!1203^*$	0,1216	2,97	00,0	1,83
<b>80</b> 0,0875 4,60 0,0875*	$   \   80 \     \   0,0875   \    4,60   \   0,0875 *   $	0,0875  4,60 0,0875*	4,60   0,0875*	0.0875*			0,0875	6,65		0,0875	12,77		0,00
<b>7 50</b> 0,1051 6,41 0,1051*	<b>50</b> 0,1051 6,41	0,1051  6,41	6,41		0,1051*		0,1053	5,06	0,1051*	0,1062	6,54	00,0	-0,81
<b>7 80</b> 0,1247 17,45 0,1247*	80 0,1247 17,45	0,1247 17,45	17,45		0,1247*		0,1376	8,78	0,1247*	0,1274	10,57	00,00	7,42
<b>3 50</b> 0,2405 29,02 0,2405*	<b>50</b> 0,2405 29,02	0,2405 29,02	29,02		0,2405*		0,2426	3,43	0,2405*	0,2422	7,40	00,00	0,14
<b>3 80</b> 0,1730 154,85 0,1775	<b>80</b> 0,1730 154,85	0,1730 154,85	154,85		0,1775		0,1834	6,25	0,1758	0,1790	9,18	0,95	2,37
<b>5 50</b> 0,3144 924,14 0,3270	<b>50</b> 0,3144 924,14	0,3144 924,14	924,14		0,3270		0,3371	3,88	0,3171	0,3270	5,12	3,03	3,00
<b>5 80</b> 0,1294 79,47 0,1294*	<b>80</b> 0,1294 79,47	0,1294 79,47	79,47		0,1294*		0,1358	7,71	0,1294*	0,1308	16,47	0,00	3,72
	<b>50</b> 0,1384 11,55	0,1384 11,55	11,55		0,1405		0,1490	5,17	0,1384*	0,1452	9,12	1,54	2,54
$oxed{0.1470} 1567,75 0,1476$	<b>80</b>   0,1470   1567,75   0,1476	$oxed{0.1470} 1567,75 0,1476$	1567,75 0,1476	0,1476			0,1611	10,68	$0,1470^{*}$	0,1490	21,42	0,46	7,53
<b>3 50</b> 0,4432 7200,00 0,4541	<b>50</b> 0,4432 7200,00 0,4541	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	7200,00 0,4541	0,4541			0,4725	18,43	0,4478	0,4608	7,19	1,37	2,48
<b>3 80</b> 0,2341 7200,00 0,2400	<b>80</b> 0,2341 7200,00 0,2400	0,2341 7200,00 0,2400	7200,00 0,2400	0,2400			0,2521	8,01	$0,\!2361$	0,2436	12,88	2,04	3,92
7200,00 0,3789	<b>50</b> 0,3432 7200,00 0,3789	0,3432 7200,00 0,3789	7200,00 0,3789	0,3789			0,3826	31,49	0,3789	0,3815	8,20	0,00	0,27
	<b>80</b> 0,1679 7200,00 0,1703	$oxed{0.1679} \ oxed{0.1679} \ oxed{0.1703}$	7200,00  0,1703	0,1703			0,1799	10,19	$0,\!1679^*$	0,1746	21,36	1,39	2,91
<b>7 50</b> 0,2103 161,36 0,2124	<b>50</b> 0,2103 161,36 0,2124	$oxed{0,2103} 161,36 0,2124$	161,36 $0,2124$	0,2124			0,2367	7,12	0,2124	0,2289	16,65	0,00	3,31
<b>7   80  </b> 0,1551   7200,00   0,1557	<b>80</b> 0,1551 7200,00 0,1557	$oxed{0.1551} \begin{tabular}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	7200,00 0,1557	0,1557			0,1765	13,19	$0,\!1551^*$	0,1649	33,38	0,43	6,55
7200,00	<b>50</b> 0,4253 7200,00	$oxed{0,4253} \begin{tabular}{ l l l l l l l l l l l l l l l l l l l$	7200,00		0,4370		0,4383	33,79		0,4388	5,50	00,0	-0,10
	<b>80</b> 0,3889 7200,00 0,4283	0,3889 7200,00 0,4283	7200,00 0,4283	0,4283			0,4330	9,27	0,3948	0,4246	18,08	7,81	1,95
<b>5 50</b> 0,3027 7200,00 0,3003**	<b>50</b> 0,3027 7200,00	0,3027 7200,00	7200,00		0,3003**		0,3446	56,07	0,3159	0,3312	10,20	-5,22	3,87
<b>5 80</b> 0,2341 7200,00 0,2454	<b>80</b> 0,2341 7200,00	0,2341 7200,00	7200,00		0,2454		0,2675	11,55	0,2394	0,2486	27,02		7,07
<b>7 50</b> 0,1819 7200,00 0,1835	<b>50</b> 0,1819 7200,00	0,1819 7200,00	7200,00		0,1835		0,1988	23,34	0,1830	0,1974	16,28	0,29	0,68
<b>7 80</b> 0,2392 7200,00 0,2578	<b>80</b> 0,2392 7200,00 0,2578	0,2392 7200,00 0,2578	7200,00 0,2578	0,2578			0,2785	18,84	0,2515	0,2643	40,60		5,13
<b>3 50</b> 0,5416 7200,00 0,4992**	<b>50</b> 0,5416 7200,00 0,4992**	0,5416 7200,00 0,4992**	7200,00 0,4992**	0,4992**			0,5533	52,29	0,5497	0,5526	9,84	-10,12	0,13
7200,00	<b>80</b> 0,3024 7200,00	0,3024 7200,00	7200,00		0,3040		0,3116	87,10	0,3024*	0,3100	23,59	0,50	0,53
<b>5 50</b> 0,3500 7200,00 0,2607**	<b>50</b> 0,3500 7200,00	0,3500  $7200,00$	7200,00		0.2607**		0,3842	87,79	0.3686	0,3851	15,08	-41,39	-0,24
<b>5 80</b> 0,2998 7200,00 0,3105	<b>80</b> 0,2998 7200,00	0,2998 7200,00	7200,00		0,3105		0,3368	28,39	0,3098	0,3247	30,87	0,22	3,62
<b>50</b> 0,3319 7200,00 (	<b>50</b> 0,3319 7200,00	0,3319 7200,00	7200,00		0,3168**	1	0,3955	191,49		0,3774	17,82		4,55
<b>7 80</b> 0,3870 7200,00 0,4160	80 0,3870 7200,00	0,3870 7200,00	7200,00		0,4160	ļ	0,4736	19,24	0,3826**	0,4209	45,68	8,02	11,12

Tabela 5.2: Instâncias de Grande Porte - Comparação CPLEX  $\times$  ILS  $\times$  SILS

## n m Trnax FO Limite Inferior (s) Melhor FO FO Medio Tempo (s) Melhor FO FO Medio Melhor FO FO Medio Melhor FO FO Medio Melhor Medio Melhor FO FO Medio Melhor FO FO Medio Melhor FO Melhor M	Instâncias	cias		CPLEX	calicias de Grande 1 0166 -	aliue i oi le		Comparação Or LEA > 1ES	$\mathbf{SILS}  imes \mathbf{SILS}$	Š	PM (%)	(%)
8         100         0.1841         0.0959         7200,00         0.1796***         0.1964         585,30         0.1726***           8         300         0.0814         0.0959         7200,00         0.1841         0.1962         525,34         0.0815           16         100         0.1069         0.10701         7200,00         0.0153         120,83         0.0170         0.1170           20         100         0.1039         0.0576         7200,00         0.1179         0.1387         122,77         0.1170           21         100         0.0597         7200,00         0.1174*         0.1387         122,77         0.1170           8         100         0.5997         0.0972         1.0655         0.0695         1.047,73         0.1387         1.22,24         0.0632           8         100         0.2389         0.0952         7200,00         0.147**         0.1284         0.1638         0.1663           10         0.2200         0.0563         7200,00         0.1133**         0.1569         1.138**         0.1684         0.183**           10         0.2200         0.0563         7200,00         0.1385**         0.1569         0.138**         0.183** </th <th>n</th> <th>Tmax</th> <th>FO</th> <th>Limite Inferior</th> <th></th> <th>Melhor FO</th> <th>FO Médio</th> <th>Tempo (s)</th> <th>Melhor FO</th> <th>FO Médio</th> <th>Melhor</th> <th>Médio</th>	n	Tmax	FO	Limite Inferior		Melhor FO	FO Médio	Tempo (s)	Melhor FO	FO Médio	Melhor	Médio
8         300         0,0814         0,0328         7200,00         0,0841         0,0922         252,34         0,0815           16         100         0,1069         0,1001         7200,00         0,1173         0,1205         1209,85         0,1136           16         100         0,1069         0,1001         7200,00         0,0539         0,1077         0,1173         0,1387         0,1387         0,1386           25         300         0,0676         7200,00         0,0655         0,0695         104773         0,0692           25         300         0,0677         10terrompido         0,1179         0,1787         120,173         0,0632           8         300         0,3239         0,0972         1nterrompido         0,1697**         0,1795         985,48         0,1187**           16         100         0,2209         0,0694         7200,00         0,1197**         0,1784         1202,46         0,187**           20         100         0,2238         0,0644         7200,00         0,1138**         0,1386         1308**         0,1384**           21         300         0,2685         0,0951         7200,00         0,1385**         0,2414         0,272	-	100	0,1841	0,0959	7200,00	0,1796**	0,1964	585,30	0,1726**	0,1860	3,95%	5,32%
16         100         0,1069         0,1001         7200,00         0,1151         0,1205         1209,85         0,1136           16         300         0,0509         0,0279         7200,00         0,1179         0,1083         0,0506**           25         300         0,0509         0,0279         7200,00         0,0457         0,1179         0,0653         1027.46         0,1170           25         300         0,0149         0,0676         7200,00         0,1653         100,653         0,0653         0,1136**         0,1264         1202,46         0,2772**           8         300         0,2328         0,0563         7200,00         0,1697**         0,1264         1202,48         0,1651**           10         0,2328         0,0563         7200,00         0,1136**         0,1264         1202,48         0,1388**           10         0,2258         0,00         0,128**         0,1386**         0,1386**         0,1388**         0,1388**           10         0,00         0,10         0,1136**         0,1388**         0,1368**         0,1388**           10         0,00         0,00         0,10         0,1138**         0,1388**         0,1368**	30		0,0814		7200,00	0,0841	0,0922	252,34	0,0815	0,0880	3,13%	4,56%
16         300         0,0509         0,0279         7200,00         0,0532         0,0623         614,48         0,0508**           20         100         0,1039         0,0676         7200,00         0,1179         0,1387         1232,77         0,1170           25         300         0,0614         0,0383         7200,00         0,16972         10,10972         0,1704         0,1387         1232,77         0,1170           8         300         0,0492         7200,00         0,1974**         0,1795         985,48         0,1672**           16         100         0,2338         0,0492         7200,00         0,1974**         0,1795         985,48         0,1675**           16         100         0,2338         0,0492         7200,00         0,1974**         0,1280         0,1875**           20         100         0,2208         0,056         7200,00         0,136**         0,1280         0,136**           21         100         0,2208         0,056         7200,00         0,136**         123,48         0,136**           22         300         0,416         7200,00         0,136**         0,2473         120,48*         0,136**           23	30		0,1069	0,1001	7200,00	0,1151	0,1205	1209,85	0,1136	0,1165	1,30%	3,29%
20         100         0,0676         7200,00         0,1179         0,1387         1232,77         0,1170           25         300         0,0644         0,0383         7200,00         0,0655         0,0695         1047,73         0,0632           8         300         0,0644         0,0972         Intercompide         0,274**         0,2844         1202,46         0,2872**           16         100         0,2358         0,0594         7200,00         0,197***         0,1795         985,48         0,187***           20         100         0,2568         0,0594         7200,00         0,197***         0,2164         1212,12         0,187***           20         100         0,2208         0,0504         7200,00         0,1365**         0,1569         1236,48**           21         100         0,2208         0,0444         7200,00         0,1365**         0,1569         0,1369**           21         100         0,2685         0,0951         7200,00         0,1368**         0,2316**         0,1368**           22         300         0,1108         7200,00         0,2385**         0,2448**         0,3448**           23         100         0,5587         0	30		0,0509		7200,00	0,0532	0,0623	614,48	**9020'0	0,0563	4,95%	9,72%
25         300         0,0614         0,0383         7200,00         0,0655         0,0494         1020,46         0,2772**           8         100         0,5097         0,0972         Interrompido         0,2774**         0,2844         1202,46         0,2772**           8         300         0,5358         0,0492         7200,00         0,1697**         0,2164         1212,12         0,6518**           10         100         0,2358         0,0594         7200,00         0,147**         0,2164         1212,12         0,1137**           25         300         0,2536         0,0596         7200,00         0,1137**         0,1269         126,133         0,1133**           25         300         0,2685         0,0951         7200,00         0,1133**         0,1386         1221,04         0,1133**           8         100         0,597         7200,00         0,1385**         0,2473         1226,14         0,1130**           8         300         0,5687         7200,00         0,228***         0,2473         1226,25         0,235***           10         0,0497         Interrompido         0,228**         0,226**         1226,52         0,235***           10	30		0,1039		7200,00	0,1179	0,1387	1232,77	0,1170	0,1241	0,69%	10,57%
8         100         0,5097         0,0972         Interrompido         0,2744**         0,2844         1202,46         0,2772***           8         300         0,3239         0,0492         7200,00         0,1947**         0,1795         985,48         0,1651***           16         100         0,2339         0,0594         7200,00         0,1947**         0,2164         1212,12         0,187**           16         100         0,2336         0,0563         7200,00         0,1387**         0,1559         1257,60         0,138**           20         100         0,2200         0,0563         7200,00         0,138**         0,1559         1257,60         0,1369**           21         100         0,2500         0,0494         7200,00         0,2368**         0,2473         1226,23         0,2363**           22         100         0,4991         0,0497         Interrompido         0,2369**         0,2473         1226,24         0,236,28**           23         100         0,4416         0,0624         7200,00         0,2369**         0,2473         1226,27         0,236,28**           24         100         0,4991         0,0497         Interrompido         0,2369**	30	300	0,0614	0,0383	7200,00	0,0655	0,0695	1047,73	0,0632	0,0697	3,48%	-0.23%
8         300         0,3239         0,0492         7200,00         0,1697**         0,1795         985,48         0,1651***           16         100         0,2358         0,0594         7200,00         0,1947**         0,2164         1212,12         0,1875***           16         100         0,2358         0,0594         7200,00         0,1127**         0,1280         1201,03         0,1136***           20         100         0,230         0,100         0,0444         7200,00         0,1334**         0,1386         1231,64         0,1369**           20         100         0,5685         0,0951         7200,00         0,3854**         0,386         1231,64         0,1369**           8         100         0,5685         0,0951         7200,00         0,3854**         0,386         1226,71         0,2945**           10         0,4991         0,0492         7200,00         0,2328**         0,3123         1226,73         0,2945**           10         0,4991         0,0624         7200,00         0,2328**         0,2689         1226,71         0,2945**           10         0,4991         0,0649         1nterrompid         0,2869**         0,2268         126,79         0,	09		0,5097		Interrompido	0,2774**	0,2844	1202,46	0,2772**	0,2829	0,07%	0.53%
16         100         0,2358         0,0594         7200,00         0,1947**         0,2164         1212,12         0,185**           16         300         0,2636         0,0563         7200,00         0,1127**         0,1280         1261,93         0,1133**           20         100         0,2200         0,0566         7200,00         0,1365**         0,1559         1257,60         0,1369**           25         300         0,1108         0,0444         7200,00         0,1333**         0,1386         1231,64         0,1133**           8         100         0,585         0,0951         7200,00         0,1384**         0,3841         1206,38         0,3810**           8         100         0,4957         7200,00         0,2369**         0,2473         1226,25         0,2353**           100         0,4373         1000         0,2376**         0,2689         1226,52         0,1354**           100         0,4373         1000         0,1300         0,1300         0,1300         0,1356**           20         100         0,437         100         0,237**         0,2689         10348**         0,1364**           21         100         0,3543**         0,260	09	300	0,3239	0,0492	7200,00	0,1697**	0,1795	985,48	0,1651**	0,1777	2,71%	1,03%
16         300         0,2636         0,0563         7200,00         0,1127***         0,1280         1261,93         0,1133**           20         100         0,2200         0,0566         7200,00         0,1365**         0,1559         1257,60         0,136**           25         300         0,1108         0,0444         7200,00         0,135**         0,1386         1231,64         0,1130**           8         100         0,5685         0,0951         7200,00         0,2364**         0,341         1206,38         0,3810**           8         300         0,585         0,0951         7200,00         0,2368**         0,322         1226,71         0,2458**           16         300         0,584         7200,00         0,2376**         0,2689         1226,71         0,2485**           20         1,095         7200,00         0,2376**         0,2689         1226,71         0,2485**           20         1,000         7200,00         0,2376**         0,2689         1226,71         0,2485**           20         1,000         7200,00         0,2376**         0,255         12485**         126,55           8         1,00         1,000         7200,00	09	100	0,2358		7200,00	0,1947**	0,2164	1212,12	0,1875**	0,2039	3,72%	5,76%
20         1.00         0,2200         0,0506         7200,00         0,1355**         0,1559         1257,60         0,136**           25         300         0,1108         0,0444         7200,00         0,1133**         0,1386         1231,64         0,1130**           8         100         0,5685         0,0951         7200,00         0,2384**         0,341         1206,38         0,3810**           8         300         0,5597         0,0701         7200,00         0,2328**         0,2473         1226,51         0,2945**           16         100         0,4991         0,0497         Interrompido         0,2376**         0,2689         1226,52         0,2345**           20         100         0,4416         0,0624         7200,00         0,2376**         0,2689         1226,79         0,2345**           20         100         0,445         Interrompido         0,1850**         0,2689         1265,52         0,1954**           8         300         -         0,0624         7200,00         0,1850**         0,2689         1265,52         0,1954**           8         100         -         0,010         0,2350**         0,2689         1265,52         0,1954**	09		0,2636	0,0563	7200,00	0,1127**	0,1280	1261,93	0,1133**	0,1209	-0,53%	5,56%
25         300         0,1108         0,0444         7200,00         0,1133**         0,1386         1231,64         0,1130**           8         100         0,5685         0,0951         7200,00         0,3854**         0,3941         1206,38         0,3810**           8         300         0,5597         0,0701         7200,00         0,2369**         0,2473         1226,25         0,2945**           16         100         0,4991         0,0497         Interrompido         0,2369**         0,2473         1226,25         0,2945**           20         100         0,4416         0,0624         7200,00         0,2376**         0,2689         1295,79         0,2581**           20         100         0,4416         0,0624         7200,00         0,1902**         0,2689         1295,79         0,2581**           20         100         0,549         Interrompido         0,1850**         0,2689         1295,71         0,2945**           8         100         -         0,0645         Interrompido         0,2388         1295,15         0,2448**           8         100         -         0,0662         7200,00         0,2784**         0,291         1207,09         0,2388**	09		0,2200	0,0506	7200,00	0,1365**	0,1559	1257,60	0,1369**	0,1468	-0,26%	5,84%
8         100         0,5685         0,0951         7200,00         0,3854**         0,3941         1206,38         0,3810**           8         300         0,5597         0,0701         7200,00         0,2928**         0,3123         1226,71         0,2945**           16         100         0,4991         Interrompido         0,2369**         0,2473         1226,25         0,2345**           20         0,4416         0,0624         7200,00         0,2376**         0,2689         1295,79         0,2358**           20         100         0,3533         0,0516         7200,00         0,1902**         0,2689         1295,79         0,2381**           21         100         0,3533         0,0549         Interrompido         0,1850**         0,258         1265,52         0,1954**           8         100         -         0,010         0,4495**         0,2258         1265,52         0,1954**           8         100         -         0,010         0,4495**         0,2258         1265,74         0,2888**           1         100         0,064         7200,00         0,2784**         0,291         1271,80         0,2268**           1         10         0,0662<	09		0,1108	0,0444	7200,00	0,1133**	0,1386	1231,64	0,1130**	0,1335	0,31%	3,65%
8         300         0,5597         0,0701         7200,00         0,2928**         0,3123         1226,71         0,2945**           16         100         0,4991         0,0497         Interrompido         0,2369**         0,2473         1226,25         0,2352**           20         100         0,4416         0,0624         7200,00         0,2376**         0,2689         1295,79         0,2281**           20         100         0,353         0,0516         7200,00         0,1902**         0,2062         1295,79         0,2281**           25         300         -         0,0549         Interrompido         0,1850**         0,2258         1265,52         0,1954**           8         100         -         0,1010         7200,00         0,4495**         0,4526         1214,35         0,4485**           8         100         -         0,0844         7200,00         0,2369**         0,2388         1295,15         0,4885**           16         100         -         0,0844         7200,00         0,2784**         0,2911         1265,74         0,2888**           20         100         -         0,0662         7200,00         0,271**         0,2387         1271,80			0,5685		7200,00	0,3854**	0,3941	1206,38	0,3810**	0,3922	1,13%	0,47%
16         100         0,4991         0,0497         Interrompido         0,2369**         0,2473         1226,25         0,2352**           16         300         0,4416         0,0624         7200,00         0,2376**         0,2689         1295,79         0,2281**           20         100         0,3533         0,0516         7200,00         0,1902**         0,2062         1234,50         0,1954**           25         300         -         0,0549         Interrompido         0,4850**         0,2258         1265,52         0,1954**           8         100         -         0,0549         Interrompido         0,485**         0,2258         1265,52         0,1954**           16         100         -         0,0684         7200,00         0,4495**         0,2338         1295,15         0,4485**           16         300         -         0,0662         7200,00         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           20         100         -         0,0662         7200,00         0,2184**         0,2911         1262,74         0,2888**           25         300         -         -         Interrompido         0,2254**         0,2192         1207		300	0,5597		7200,00	0,2928**	0,3123	1226,71	0,2945**	0,2967	-0,58%	4,97%
16         300         0,4416         0,0624         7200,00         0,2376**         0,2689         1295,79         0,2281**           20         100         0,3533         0,0516         7200,00         0,1902**         0,2062         1234,50         0,1950**           25         300         -         0,0549         Interrompido         0,4495**         0,4526         1214,35         0,4485**           8         100         -         0,0644         7200,00         0,3369**         0,3388         1295,15         0,4485**           16         100         -         0,0652         7200,00         0,2784**         0,2911         1265,74         0,2888**           16         300         -         0,0465         Interrompido         0,2087**         0,2192         1207,09         0,2062**           20         100         -         0,0602         7200,00         0,2184**         0,2387         1271,80         0,244**           25         300         -         -         Interrompido         0,2251**         0,2387         1271,80         0,2424**           8         100         -         -         Interrompido         0,3284**         0,3389         1246,69	1510016	100	0,4991	0,0497	Interrompido	0,2369**	0,2473	1226,25	0,2352**	0,2409	0,72%	2,61%
20         100         0,3533         0,0516         7200,00         0,1902**         0,2062         1234,50         0,1950**           25         300         -         0,0549         Interrompide         0,1850**         0,2258         1265,52         0,1954**           8         100         -         0,01010         7200,00         0,4495**         0,4526         1214,35         0,4485**           100         -         0,0844         7200,00         0,3369**         0,3388         1295,15         0,4485**           16         100         -         0,0662         7200,00         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           20         100         -         0,0662         7200,00         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           20         100         -         0,0662         7200,00         0,3151**         0,2337         1209,01         0,3143**           21         300         -         -         Interrompide         0,2251**         0,5337         1220,71         0,5094**           8         300         -         -         Interrompide         0,3328**         0,3323         1246,69         0,3123**	16 100 16	300	0,4416	0,0624	7200,00	0,2376**	0,2689	1295,79	0,2281**	0,2500	4,02%	7,04%
25         300         -         0,0549         Interrompide         0,1850**         0,2258         1265,52         0,1954**           8         100         -         0,1010         7200,00         0,4495**         0,4526         1214,35         0,4485**           8         300         -         0,0844         7200,00         0,3369**         0,3388         1295,15         0,4485**           16         100         -         0,0652         7200,00         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           16         300         -         0,0465         Interrompide         0,2087**         0,2192         1207,09         0,2662**           20         100         -         0,0465         Interrompide         0,2251**         0,2387         1271,80         0,2242**           8         100         -         0,1284         7200,00         0,5129**         0,5387         1222,71         0,5094**           8         300         -         Interrompide         0,3302**         0,3353         1340,46         0,3308**           16         100         0,0647         Interrompide         0,3253**         0,3329         1387,43         0,3243**      <	1710020		0,3533		7200,00	0,1902**	0,2062	1234,50	0,1950**	0,1991	-2,52%	3,43%
8         100         -         0,1010         7200,00         0,4495**         0,4526         1214,35         0,4485**           8         300         -         0,0844         7200,00         0,3369**         0,3388         1295,15         0,2888**           16         100         -         0,0652         7200,00         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           16         300         -         0,0465         Interrompido         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           20         100         -         0,0465         Interrompido         0,2151**         0,2337         1299,01         0,3143**           25         300         -         -         Interrompido         0,2251**         0,2387         1271,80         0,2242**           8         100         -         -         Interrompido         0,3302**         0,5132         1222,71         0,5094**           16         100         -         -         Interrompido         0,3328**         0,3325         1246,69         0,3123**           16         30         -         0,0647         Interrompido         0,3253**         0,3325         1265,54	1810025	300	ı	0,0549	Interrompido	0,1850**	0,2258	1265,52	0,1954**	0,2057	-5,62%	8,90%
8         300         -         0,0844         7200,00         0,3369**         0,3388         1295,15         0,3361**           16         100         -         0,0562         7200,00         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           16         300         -         0,0465         Interrompido         0,2087**         0,2192         1207,09         0,2062**           20         100         -         0,0602         7200,00         0,3151**         0,2387         1299,01         0,3143**           25         300         -         -         Interrompido         0,2251**         0,5387         1271,80         0,2242**           8         100         -         -         Interrompido         0,5129**         0,5132         1222,71         0,5094**           16         100         -         -         Interrompido         0,3284**         0,3353         1340,46         0,3308**           16         300         -         0,0647         Interrompido         0,3253**         0,3253         1246,69         0,3123**           25         300         -         -         Interrompido         0,2610**         0,2722         1265,54 <th< th=""><th></th><th>100</th><th>ı</th><th>0,1010</th><th>7200,00</th><th>0,4495**</th><th>0,4526</th><th>1214,35</th><th>0,4485**</th><th><math>0,\!4503</math></th><th>0,22%</th><th>0,51%</th></th<>		100	ı	0,1010	7200,00	0,4495**	0,4526	1214,35	0,4485**	$0,\!4503$	0,22%	0,51%
100         -         0,0562         7200,00         0,2784**         0,2911         1262,74         0,2888**           300         -         0,0465         Interrompido         0,2087**         0,2192         1207,09         0,2062**           100         -         0,0602         7200,00         0,3151**         0,2337         1299,01         0,3143**           300         -         Interrompido         0,2512**         0,2387         1271,80         0,2242**           300         -         Interrompido         0,5129**         0,5132         1222,71         0,5094**           100         -         Interrompido         0,3302**         0,3353         1340,46         0,3316**           300         -         0,0647         Interrompido         0,3253**         0,3235         1246,69         0,3123**           100         -         0,0805         7200,00         0,3253**         0,3329         1387,43         0,3243**           300         -         -         Interrompido         0,2610**         0,2722         1265,54         0,2627**		300	ı	0,0844	7200,00	0,3369**	0,3388	1295,15	0,3361**	0,3372	0,25%	0,48%
300         -         0,0465         Interrompido         0,2087**         0,2192         1207,09         0,2062**           100         -         0,0602         7200,00         0,3151**         0,3237         1299,01         0,3143**           300         -         Interrompido         0,2251**         0,2387         1271,80         0,2242**           300         -         Interrompido         0,5129**         0,5132         1222,71         0,5094**           100         -         Interrompido         0,3302**         0,3353         1340,46         0,3308**           300         -         0,0647         Interrompido         0,3254**         0,3253         1246,69         0,3123**           100         -         0,0805         7200,00         0,3253**         0,3235         1246,69         0,3243**           300         -         -         Interrompido         0,3253**         0,3255         1265,54         0,2627**	2115016	100	ı	0,0562	7200,00	0,2784**	0,2911	1262,74	0,2888**	0,2913	-3,75%	-0,07%
100         -         0,0602         7200,00         0,3151**         0,3237         1299,01         0,3143**           300         -         -         Interrompido         0,2251**         0,5387         1271,80         0,2242**           100         -         -         Interrompido         0,5129**         0,5132         1222,71         0,5094**           100         -         -         Interrompido         0,3302**         0,3353         1340,46         0,3308**           300         -         0,0647         Interrompido         0,3284**         0,3235         1246,69         0,3123**           100         -         0,0805         7200,00         0,3253**         0,3239         1387,43         0,3243**           300         -         -         Interrompido         0,2610**         0,2722         1265,54         0,2627**	2215016	300	ı	0,0465	Interrompido	0,2087**	0,2192	1207,09	0,2062**	0,2096	1,22%	4,35%
300         -         -         Interrompido         0,2251**         0,2387         1271,80         0,2242**           100         -         0,1284         7200,00         0,5129**         0,5132         1222,71         0,5094**           300         -         -         Interrompido         0,3302**         0,3390         1292,14         0,3316**           100         -         0,0734         Interrompido         0,3284**         0,3353         1340,46         0,3308**           100         -         0,0647         Interrompido         0,3078**         0,3235         1246,69         0,3123**           100         -         0,0805         7200,00         0,3253**         0,3329         1387,43         0,3243**           300         -         -         Interrompido         0,2610**         0,2722         1265,54         0,2627**	23 150 20	100	ı	0,0602	7200,00	0,3151**	0,3237	1299,01	0,3143**	0,3175	0,27%	1,92%
100         -         0,1284         7200,00         0,5129**         0,5132         1222,71         0,5094**           300         -         -         Interrompido         0,3302**         0,3353         1340,46         0,3316**           300         -         0,0647         Interrompido         0,3253**         0,3235         1246,69         0,3123**           100         -         0,0805         7200,00         0,3253**         0,3329         1387,43         0,3243**           300         -         -         Interrompido         0,2610**         0,2722         1265,54         0,2627**	24 150 25	300	ı	ı	Interrompido	0,2251**	0,2387	1271,80	0,2242**	0,2296	0,40%	3,78%
300         -         -         Interrompido         0,3302**         0,3390         1292,14         0,3316**           100         -         0,0734         Interrompido         0,3284**         0,3353         1340,46         0,3308**           300         -         0,0647         Interrompido         0,3078**         0,3235         1246,69         0,3123**           100         -         0,0805         7200,00         0,3253**         0,3329         1387,43         0,3243**           300         -         Interrompido         0,2610**         0,2722         1265,54         0,2627**		100	ı	0,1284	7200,00	0,5129**	0,5132	1222,71	0,5094**	0,5114	0,67%	0.35%
100       -       0,0734       Interrompido       0,3284**       0,3353       1340,46       0,3308**         300       -       0,0647       Interrompido       0,3078**       0,3235       1246,69       0,3123**         100       -       0,0805       7200,00       0,3253**       0,3329       1387,43       0,3243**         300       -       -       Interrompido       0,2610**       0,2722       1265,54       0,2627**		300	ı	ı	Interrompido	0,3302**	0,3390	1292,14	0,3316**	0,3342	-0,44%	1,40%
300       -       0,0647       Interrompido       0,3078**       0,3235       1246,69       0,3123**         100       -       0,0805       7200,00       0,3253**       0,3329       1387,43       0,3243**         300       -       -       Interrompido       0,2610**       0,2722       1265,54       0,2627**	2720016	100	ı	0,0734	Interrompido	0,3284**	0,3353	1340,46	0,3308**	0,3340	-0,75%	0,41%
100         -         0,0805         7200,00         0,3253**         0,3329         1387,43         0,3243**           300         -         -         Interrompido         0,2610**         0,2722         1265,54         0,2627**	2820016	300	ı	0,0647	Interrompido	0.3078**	0,3235	1246,69	0,3123**	0,3149	-1,45%	2,66%
$ ~{\bf 300}~ ~$ - $~ ~$ Interrompido $ ~0.2610^{**}~ ~0.2722~ ~1265,54~ ~0.2627^{**}~ ~$	2920025	100	ı	0.0805	7200,00	0,3253**	0,3329	1387,43	0,3243**	0,3289		1,21%
	30 200 25	300	ı	ı	Interrompido	0,2610**	0,2722	1265,54	0,2627**	0,2663	-0,63%	2,17%

# Capítulo 6

## Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho tratou-se o Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas Idênticas com uma abordagem mono-objetivo, tendo como finalidade a minimização da soma ponderada do *makespan* e do custo total de energia (TEC). Para resolver este problema, foram desenvolvidos dois algoritmos baseados na meta-heurística ILS, tendo-se o RVND como método de buscal local em ambos.

Os algoritmos desenvolvidos, nomeados ILS e SILS, foram testados e seus resultados foram comparados com os valores obtidos pelo otimizador CPLEX aplicado a um modelo adaptado da literatura. Foram testadas, no total, 60 instâncias, sendo 30 de pequeno porte e 30 de grande porte, todas elas disponibilizadas no trabalho de Wang et al. (2018). A primeira versão do SILS, descrita na Seção 5.1.2, foi aplicada nas instâncias de pequeno porte, enquanto a segunda versão, também descrita na mesma seção, foi aplicada às instâncias de grande porte. Em ambos os conjuntos, o software irace foi utilizado para calibrar os valores dos parâmetros dos algoritmos.

Nas instâncias de pequeno porte, o tempo de processamento dos métodos heurísticos não foi limitado. Já nas instâncias de grande porte foi definido um tempo limite de processamento para tornar mais justa a comparação entre os algoritmos.

Por meio dos testes executados foi possível observar, uma superioridade do SILS em relação ao ILS nos dois conjuntos de instâncias. Considerando as instâncias de pequeno porte, verificou-se que o SILS foi superior em 15 de 30 instâncias com relação ao melhor valor de função objetivo e, em 25 de 30 em relação ao resultado médio. Entretanto, nesse cenário, o SILS foi mais lento para solucionar as instâncias e, assim, a comparação não foi justa.

Nas instâncias de grande porte, o SILS teve ampliada sua vantagem sobre o ILS. Nesses testes, o SILS foi superior ao ILS em 21 de 30 instâncias, em relação ao melhor valor de função objetivo. Já em relação ao valor médio da função objetivo, o SILS foi superior em 28 instâncias. Além da análise do número de vitórias de cada algoritmo, utilizou-se também o teste de Wilcoxon Pareado para verificar se essa superioridade se comprovava estatisticamente. O resultado desse teste indicou a existência de uma diferença estatística

entre os algoritmos, evidenciando assim a superioridade do SILS frente ao ILS.

Como trabalhos futuros, propõe-se o aperfeiçoamento do algoritmo SILS com a implementação de um método de alocação ótima para as tarefas nas máquinas. Também é necessário executar a segunda versão do algoritmo SILS nas instâncias de pequeno porte, assim como fazer a análise estatística dos resultados. Além disso, propõe-se tratar o problema como sendo de otimização multiobjetivo.

# Referências Bibliográficas

- ARROYO, J. E. C., NUNES, G. V. P., KAMKE, E. H. "Iterative local search heuristic for the single machine scheduling problem with sequence dependent setup times and due dates". Em: 2009 Ninth International Conference on Hybrid Intelligent Systems, v. 1, pp. 505–510. IEEE, 2009.
- CHEN, C.-L. "Iterated population-based VND algorithms for single-machine scheduling with sequence-dependent setup times", *Soft Computing*, v. 23, n. 11, pp. 3627–3641, 2019.
- COELHO, V. N., COELHO, I. M., COELHO, B. N., et al.. "Multi-objective energy storage power dispatching using plug-in vehicles in a smart-microgrid", *Renewable Energy*, v. 89, pp. 730–742, 2016.
- COTA, L. P., COELHO, V. N., GUIMARÃES, F. G., et al.. "Bi-criteria formulation for green scheduling with unrelated parallel machines with sequence-dependent setup times", *International Transactions in Operational Research*, 2018. Disponível em https://doi.org/10.1111/itor.12566.
- COTA, L. P., GUIMARÃES, F. G., RIBEIRO, R. G., et al.. "An adaptive multi-objective algorithm based on decomposition and large neighborhood search for a green machine scheduling problem", Swarm and Evolutionary Computation, v. 51, pp. 100601, 2019. ISSN: 2210-6502. doi: https://doi.org/10.1016/j.swevo. 2019.100601. Disponível em: <a href="http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650219301130">http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650219301130</a>.
- COTA, L. P. Abordagens exatas e heuristicas para o problema de sequenciamento em máquinas paralelas nao relacionadas com tempos de preparação dependentes da sequência. Tese de doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.
- COTA, L. P., HADDAD, M. N., SOUZA, M. J. F., et al.. "AIRP: A heuristic algorithm for solving the unrelated parallel machine scheduling problem". Em: 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), pp. 1855–1862. IEEE, 2014.

- DEB, K., PRATAP, A., AGARWAL, S., et al.. "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II", *IEEE transactions on evolutionary computation*, v. 6, n. 2, pp. 182–197, 2002.
- DIANA, R. O., DE SOUZA, S. R., MOACIR FILHO, F. "A Variable Neighborhood Descent as ILS local search to the minimization of the total weighted tardiness on unrelated parallel machines and sequence dependent setup times", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, v. 66, pp. 191–198, 2018.
- DING, J.-Y., SONG, S., ZHANG, R., et al.. "Parallel machine scheduling under time-of-use electricity prices: New models and optimization approaches", *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, v. 13, n. 2, pp. 1138–1154, 2016.
- GOMES JÚNIOR, A. D. C., VENÂNCIO DE CARVALHO, C. R., MUNHOZ, P. L. A., et al.. "Um método heurístico híbrido para a resolução do problema de sequenciamento em uma máquina com penalidades por antecipação e atraso da produção". Em: *Anais do XXXIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional SBPO*, Fortaleza, Ceará, Agosto 2007.
- HADDAD, M. N., COTA, L. P., SOUZA, M. J. F., et al.. "AIV: A Heuristic Algorithm based on Iterated Local Search and Variable Neighborhood Descent for Solving the Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem with Setup Times". Em: Proceedings of the 16th International Conference on Enterprise Information Systems (ICEIS 2014), pp. 376–383, Lisboa, Portugal, 2014.
- JACOB, V. V., ARROYO, J. E. C. "ILS Heuristics for the single-machine scheduling problem with sequence-dependent family setup times to minimize total tardiness", *Journal of Applied Mathematics*, v. 2016, 2016. ID 9598041.
- JI, M., WANG, J.-Y., LEE, W.-C. "Minimizing resource consumption on uniform parallel machines with a bound on makespan", *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 12, pp. 2970–2974, 2013.
- KENNEDY, J., EBERHART, R. "Particle swarm optimization". Em: *Proc. IEEE International Conf. on Neural Networks*, Perth, Australia. IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1995.
- LI, K., SHI, Y., YANG, S.-L., et al.. "Parallel machine scheduling problem to minimize the makespan with resource dependent processing times", *Applied Soft Computing*, v. 11, n. 8, pp. 5551–5557, 2011.

- LI, X., ZHAO, Y., YANG, X., et al.. "A Metaheuristic to Solve a Robotic Cell Job-shop Scheduling Problem with Time Window Constraints". Em: *Proceedings of the* 4th International Conference on Mathematics and Artificial Intelligence, pp. 128–132. ACM, 2019.
- LIU, Z., GUO, S., WANG, L. "Integrated green scheduling optimization of flexible job shop and crane transportation considering comprehensive energy consumption", *Journal of cleaner production*, v. 211, pp. 765–786, 2019.
- LÓPEZ-IBÁNEZ, M., DUBOIS-LACOSTE, J., CÁCERES, L. P., et al.. "The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration", *Operations Research Perspectives*, v. 3, pp. 43–58, 2016.
- LOURENÇO, H. R., MARTIN, O. C., STÜTZLE, T. "Iterated local search". Em: *Hand-book of metaheuristics*, Springer, pp. 320–353, 2003.
- MLADENOVIĆ, N., HANSEN, P. "Variable neighborhood search", Computers & operations research, v. 24, n. 11, pp. 1097–1100, 1997.
- PINEDO, M. Scheduling: theory, algorithms and Systems. Springer Publishing Company, Incorporated, 2008.
- QUEIROZ, T. A. D., MUNDIM, L. R. "Multiobjective pseudo-variable neighborhood descent for a bicriteria parallel machine scheduling problem with setup time", International Transactions in Operational Research, 2019.
- REINSMA, J. A., PENNA, P. H. V., SOUZA, M. J. F. "Um algoritmo simples e eficiente para resolução do problema do caixeiro viajante generalizado". Em: *Proceedings of the L Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, pp. 1–11, Rio de Janeiro, Brazil, 2018. SOBRAPO.
- ROPKE, S., PISINGER, D. "An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows", *Transportation science*, v. 40, n. 4, pp. 455–472, 2006.
- SAFARZADEH, H., NIAKI, S. T. A. "Bi-objective green scheduling in uniform parallel machine environments", *Journal of cleaner production*, v. 217, pp. 559–572, 2019.
- SAUER, I. L., TATIZAWA, H., SALOTTI, F. A., et al.. "A comparative assessment of Brazilian electric motors performance with minimum efficiency standards", Renewable and Sustainable Energy Reviews, v. 41, pp. 308–318, 2015.

- SCHULZ, S., NEUFELD, J. S., BUSCHER, U. "A multi-objective iterated local search algorithm for comprehensive energy-aware hybrid flow shop scheduling", Journal of Cleaner Production, v. 224, pp. 421–434, 2019.
- SHAPIRO, S. S., WILK, M. B. "An analysis of variance test for normality (complete samples)", *Biometrika*, v. 52, n. 3/4, pp. 591–611, 1965.
- SOUZA, M. J., COELHO, I. M., RIBAS, S., et al.. "A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem", *European Journal of Operational Research*, v. 207, n. 2, pp. 1041–1051, 2010.
- STORN, R., PRICE, K. "Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces", *Journal of global optimization*, v. 11, n. 4, pp. 341–359, 1997.
- SUBRAMANIAN, A., BATTARRA, M., POTTS, C. N. "An iterated local search heuristic for the single machine total weighted tardiness scheduling problem with sequence-dependent setup times", *International Journal of Production Research*, v. 52, n. 9, pp. 2729–2742, 2014.
- TANG, L., LUO, J. "A new ILS algorithm for parallel machine scheduling problems", Journal of Intelligent Manufacturing, v. 17, n. 5, pp. 609–619, 2006.
- VERZANI, J. Getting started with RStudio. "O'Reilly Media, Inc.", 2011.
- WANG, S., WANG, X., YU, J., et al.. "Bi-objective identical parallel machine scheduling to minimize total energy consumption and makespan", *Journal of Cleaner Production*, v. 193, pp. 424–440, 2018.
- WILCOXON, F. "Individual Comparisons by Ranking Methods. Biometrics Bulletin 1, 6 (1945), 80–83", *URL http://www. jstor. org/stable/3001968*, 1945.
- WU, X., CHE, A. "A memetic differential evolution algorithm for energy-efficient parallel machine scheduling", *Omega*, v. 82, pp. 155–165, 2019.
- XU, H., LÜ, Z., CHENG, T. "Iterated local search for single-machine scheduling with sequence-dependent setup times to minimize total weighted tardiness", *Journal of Scheduling*, v. 17, n. 3, pp. 271–287, 2014.
- XU, J., LIU, S.-C., ZHAO, C., et al.. "An iterated local search and tabu search for two-parallel machine scheduling problem to minimize the maximum total completion time", *Journal of Information and Optimization Sciences*, v. 40, n. 3, pp. 751–766, 2019.

- ZANDI, A., RAMEZANIAN, R., MONPLAISIR, L. "Green parallel machines scheduling problem: A bi-objective model and a heuristic algorithm to obtain Pareto frontier", *Journal of the Operational Research Society*, pp. 1–12, 2019.
- ZENG, Y., CHE, A., WU, X. "Bi-objective scheduling on uniform parallel machines considering electricity cost", *Engineering Optimization*, v. 50, n. 1, pp. 19–36, 2018.
- ZHANG, Q., LI, H. "MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition", *IEEE Transactions on evolutionary computation*, v. 11, n. 6, pp. 712–731, 2007.

# Apêndice A

# Trabalhos Gerados

As seguintes produções foram geradas a partir deste trabalho:

- Ribeiro, K. D. O., Cota, L. P., Costa, H., Guimarães, F. G., Souza, M. J. F.: Um algoritmo *Iterated Local Search* para o Problema de Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Idênticas para minimização de *makespan* e consumo total de energia, 14º Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2019), Ouro Preto MG, outubro de 2019.
- Ribeiro, K. D. O., Cota, L. P., Costa, H., Guimarães, F. G., Souza, M. J. F.: Um algoritmo *Smart Iterated Local Search* para minimizar o *makespan* e o consumo total de energia no Problema de Sequenciamento em Máquinas Idênticas, 51º Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO 2019), Limeira SP, setembro de 2019.