



INSTITUTO TECNOLÓGICO VALE



**Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e
Automação de Processos de Mineração (PROFICAM)
Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Associação Instituto Tecnológico Vale (ITV)**

Dissertação

**PROJETO DE CONTROLADORES PI ROBUSTO PARA PROCESSOS DE MOAGEM
EMPREGANDO DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES**

Felipe Fuscaldi de Castro

**Ouro Preto
Minas Gerais, Brasil
2020**

Felipe Fuscaldi de Castro

**PROJETO DE CONTROLADORES PI ROBUSTO PARA PROCESSOS DE MOAGEM
EMPREGANDO DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração da Universidade Federal de Ouro Preto e do Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Márcio Feliciano Braga,
D.Sc.

Coorientador: Prof. Thiago Antonio de Melo
Euzébio, D.Sc.

Ouro Preto
2020

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

C355p Castro, Felipe Fuscaldi de .
CasProjeto de controladores PI robusto para processos de moagem empregando desigualdades matriciais lineares. [manuscrito] / Felipe Fuscaldi de Castro. - 2020.
Cas83 f.: il.: color., gráf., tab..

CasOrientador: Prof. Dr. Márcio Feliciano Braga.

CasCoorientador: Prof. Dr. Thiago Antonio de Melo Euzébio.

CasDissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto. Programa de Mestrado Profissional em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração. Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração.

CasÁrea de Concentração: Engenharia de Controle e Automação de Processos Mineraiis.

Cas1. Controlador proporcional integral derivativo (PID). 2. Linear Matrix Inequalities (LMI). 3. Teoria do controle - Controle robusto. 4. Moinhos e trabalhos em moinhos - Moagem. 5. Controle de processo. I. Braga, Márcio Feliciano. II. Euzébio, Thiago Antonio de Melo. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 681.5:622.2

09/09/2020

SEI/UFOP - 0081068 - Folha de aprovação do TCC



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRICA



FOLHA DE APROVAÇÃO

Felipe Fuscaldi de Castro

Projeto de Controladores PI Robusto para Processos de Moagem Empregando Desigualdades Matriciais Lineares

Membros da banca

Márcio Feliciano Braga - D.Sc. - UFOP
Thiago Antonio Melo Euzébio - D.Sc. - ITV
Víctor Costa da Silva Campos - D.Sc. - UFMG
Rodrigo Augusto Ricco - D.Sc. - UFOP
Luciano Perdigão Cota - D.Sc. - ITV

Versão final
Aprovado em 09 de setembro de 2020.

De acordo

Prof. Dr. Márcio Feliciano Braga



Documento assinado eletronicamente por **Marcio Feliciano Braga, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 09/09/2020, às 17:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0081068** e o código CRC **9B273661**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.006368/2020-21

SEI nº 0081068

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

*Dá instrução ao sábio, e ele se fará
mais sábio; ensina o justo e ele
aumentará em entendimento.
(Provérbios 9:9).*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus, o eterno, que permitiu que esse sonho se realizasse.

Agradeço a todos que contribuíram para a realização desse trabalho. De modo especial, agradeço:

A minha esposa, Thamara, e a minha filha Beatriz pelo incentivo e apoio incondicional durante essa jornada.

Ao meu professor e orientador, Márcio, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho, paciência e por transmitir sua paixão por ensinar.

Ao professor Thiago Euzébio, por compartilhar seu conhecimento e contribuir com o desenvolvimento desta dissertação.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha jornada, o meu muito obrigado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Brasil (CAPES), Código de Financiamento 001; do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG); e da Vale SA.

*“Dá instrução ao sábio, e ele se
fará mais sábio; ensina o justo e
ele aumentará em entendimento.”
(Provérbios 9:9)*

Resumo

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

PROJETO DE CONTROLADORES PI ROBUSTO PARA PROCESSOS DE MOAGEM EMPREGANDO DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

Felipe Fuscaldi de Castro

Setembro/2020

Orientadores: Márcio Feliciano Braga

Thiago Antonio de Melo Euzébio

Controladores PI e PID são amplamente utilizados na indústria. Propõe-se para essa dissertação a comparação entre sintonias clássicas e robustas para controladores PI em processos de moagem na mineração. Inicialmente, é apresentado um modelo de sistema em cascata, cuja malha interna é composta por quatro malhas (do inglês, *Single-Input Single-Output*), e compara-se a utilização de controladores PI utilizando sintonia robusta em contraste com controladores que utilizam sintonias clássicas. Por fim, para circuitos de moagem fortemente acoplados e multivariáveis, estuda-se a implementação de desacopladores que tornem o controle do processo descentralizado e possibilitem a comparação de controladores PI robustos com controladores PI clássicos. A principal vantagem do uso de controladores robustos é permitir que uma mesma sintonia garanta a estabilidade para o processo ainda que ocorram incertezas no processo ou na modelagem do processo. Essas estratégias são testadas e avaliadas por meio de programas de simulação de processo e controle. Conclui-se que os controladores robustos resultam em desempenho melhor que os controladores clássicos e sua implementação melhora significativamente o desempenho do processo de moagem.

Palavras-chave: SISO, MIMO, Desigualdades Matriciais Lineares, Controle Robusto, PID, Moagem, Controle de Processos.

Macrotema: Usina; **Linha de Pesquisa:** Análise de Projeto de Sistemas de Controle Avançado; **Tema:** Redução de Variabilidade e Melhoria de Controle; **Área Relacionada da Vale:** Moagem/Moinho de Bolas.

Abstract

Abstract of Dissertation presented to the Graduate Program on Instrumentation, Control and Automation of Mining Process as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DESIGN OF ROBUST PI CONTROLLERS FOR GRINDING PROCESS USING LINEAR MATRIX INEQUALITIES

Felipe Fuscaldi de Castro

September/2020

Advisors: Márcio Feliciano Braga

Thiago Antonio de Melo Euzébio

PI and PID controllers are widely used in the industry. For this dissertation, a comparison between classic and robust tunings for PI controllers in mining grinding processes is proposed. Initially, a cascade system model is presented, whose internal loop consists of four SISO (Single Input Single Output) loops, and the use of PI controllers using robust tuning is compared to controllers employing classic tunings. Finally, for tightly coupled and multivariable grinding circuits, the implementation of decouplers that make the control of the process decentralized and enable the comparison of robust PI controllers with classic PI controllers is studied. The main advantage of using robust controllers is to allow the same tuning to guarantee stability for the process even when there are uncertainties in the process or in the process modeling. These strategies are tested and evaluated using process and control simulation softwares. This study concludes that robust controllers result in better performance than classic controllers and their implementation improves the performance of the grinding process.

Keywords: Robust, MIMO, SISO, Linear Matrix Inequalities, PID, Grinding Mill, Process Control.

Macrotheme: Factory; **Research Line:** Advanced Control Systems Design and Analysis; **Theme:** Variability Reduction and Control Improvement; **Related Area of Vale:**Grinding Mill/ Ball Mill).

Lista de Figuras

Figura 2.1	Malha de controle com realimentação negativa.	22
Figura 2.2	Processo de múltiplas entradas e múltiplas saídas u_{n_u} e y_{n_y} . Adaptado de Seborg <i>et al.</i> (2017).	25
Figura 2.3	Diagrama de blocos de malha fechada para um sistema MIMO com desacoplador. Adaptado de Hajare <i>et al.</i> (2017).	26
Figura 2.4	Setor para localização dos polos definidos por r , φ e δ para sistemas contínuos incertos. Extraído de Koch <i>et al.</i> (2018).	32
Figura 3.1	Diagrama esquemático de um circuito de moagem e classificação. Adaptado de (PERES, 2002).	38
Figura 3.2	Diagrama esquemático circuito de controle de planta de moagem. Adaptado de Ivezić e Petrović (2003).	41
Figura 3.3	Diagrama esquemático circuito de controle de planta de moagem. Adaptado de (CRAIG, 2012).	42
Figura 3.4	Diagrama esquemático do controle em cascata aplicado ao circuito de remoagem. Adaptado de (REIS, 2018).	43
Figura 4.1	Sinal randômico utilizado para identificação da malha SIC-004.	48
Figura 4.2	Sinal identificado e validações para malha SIC-004.	49
Figura 4.3	Resposta da malha SIC-004 ao experimento I para as metodologias utilizadas.	52
Figura 4.4	Sinal de controle para a resposta da malha SIC-004 ao experimento I para as metodologias utilizadas.	53
Figura 4.5	Resposta da malha SIC-001 ao experimento I para as metodologias utilizadas.	54
Figura 4.6	Sinal de controle para a resposta da malha SIC-001 ao experimento I para as metodologias utilizadas.	54
Figura 4.7	Resposta da malha SIC-004 ao experimento II para as metodologias utilizadas.	55
Figura 4.8	Sinal de controle para a resposta da malha SIC-004 ao experimento II para as metodologias utilizadas.	56
Figura 4.9	Resposta da malha SIC-001 ao experimento II para as metodologias utilizadas.	56
Figura 4.10	Sinal de controle para a resposta da malha SIC-001 ao experimento II para as metodologias utilizadas.	57
Figura 4.11	Resposta da malha SIC-001 ao experimento III para as metodologias utilizadas.	58

Figura 4.12 Sinal de controle para a resposta da malha SIC-001 ao experimento III para as metodologias utilizadas.	59
Figura 5.1 Fluxograma das etapas para projetar o controlador desacoplado.	61
Figura 5.2 Sistema desacoplado com incertezas de até 10% se comparadas ao modelo precisamente conhecido.	63
Figura 5.3 Resultado do distúrbio aplicado à entrada TAS e seu efeito nas saídas do sistema.	65
Figura 5.4 Resultado da mudança de referência aplicada saída GPF e seu efeito nas demais saídas do sistema.	65
Figura 5.5 Sistema desacoplado com incertezas de até 14% se comparadas ao modelo precisamente conhecido.	67
Figura 5.6 Resultado do distúrbio aplicado a entrada AAT e seu efeito nas saídas do sistema.	69
Figura 5.7 Resultado da mudança de sinal aplicada a saída GPF e seu efeito nas demais saídas do sistema.	69
Figura 5.8 Resultado da mudança de sinal aplicada a saída CDM e seu efeito nas demais saídas do sistema.	70
Figura 5.9 Sistema desacoplado com incertezas de até 20% se comparadas ao modelo precisamente conhecido.	72
Figura 5.10 Resultado do distúrbio aplicado a entrada SP-LIC-001 e seu efeito nas saídas do sistema.	73
Figura 5.11 Resultado do distúrbio aplicado a entrada SP-SIC-001 e seu efeito nas saídas do sistema.	73
Figura 5.12 Resultado da mudança de sinal aplicada a saída SP-FIC-013 e seu efeito nas demais saídas do sistema.	74
Figura 5.13 Resultado da mudança de sinal aplicada a saída SP-SIC-001 em um sistema incerto e seu efeito nas demais saídas do sistema.	75
Figura 5.14 Resultado da mudança de sinal aplicada a saída SP-SIC-001 em um sistema precisamente conhecido e seu efeito nas demais saídas do sistema.	75

Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Sintonias IMC para o controlador PID de forma paralela (SEBORG <i>et al.</i> , 2017).	24
Tabela 4.1	Modelos identificados para as malhas internas estudadas.	49
Tabela 4.2	Ganho dos Controladores Clássicos.	50
Tabela 4.3	Ganho dos Controladores Robustos.	50
Tabela 4.4	Comparação das Metodologias – Experimento I – malha 01 (SIC-004). . .	52
Tabela 4.5	Comparação das Metodologias – Experimento I – malha 04 (SIC-001). . .	53
Tabela 4.6	Calculo do Erro Absoluto (IAE) para a Resposta SIC-001 - Experimento I.	55
Tabela 4.7	Comparação das Metodologias – Experimento II – malha 04 (SIC-001). . .	57
Tabela 4.8	Comparação das Metodologias – Experimento II – malha 04 (SIC-001). . .	57
Tabela 4.9	Comparação das Metodologias Utilizadas e Resultados – Experimento III – Malha 04 (SIC-001).	59
Tabela 5.1	Ganho dos controladores para o sistema descrito em Ivezić e Petrović (2003).	64
Tabela 5.2	Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Ivezić e Petrović (2003) – Análise servo aplicada à saída GPF.	64
Tabela 5.3	Ganho dos controladores para o sistema descrito em Craig (2012).	68
Tabela 5.4	Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Craig (2012) – Análise regulatória aplicada à entrada AAT.	69
Tabela 5.5	Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Craig (2012) – Análise servo aplicada à saída GPF.	70
Tabela 5.6	Ganho dos controladores para o sistema descrito em Reis (2018).	72
Tabela 5.7	Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Reis (2018) – Análise regulatória aplicada à entrada SP-LIC-001.	75

Lista de Siglas e Abreviaturas

- AAH** Adição de água no hidrociclone
- AAT** Taxa de adição de água no tanque
- ADH** Alimentação do hidrociclone
- CC** Carga circulante
- CDM** Carga do moinho
- GPF** Granulometria do produto final
- IDEAS** (*Software de Simulação de Processos Andritz* [®])
- LMI** Desigualdades Matriciais Lineares (*Linear Matrix Inequality*)
- MATLAB** (*Software Matrix Laboratory* [®])
- MIMO** Sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas
- MPC** Controle preditivo por modelo
- NCM** Nível da caixa de descarga do moinho
- NTP** Nível do tanque de polpa
- OLE** *Object linking and embedding*
- OPC** *OLE for process control*
- PID** Controlador proporcional-integral-derivativo
- PS** Percentual de sólidos
- ROM** *Run of mine* (Minério Bruto)
- SISO** Sistema de entrada única e saída única

TAS Taxa de alimentação de sólidos

TITO Sistema de duas entradas e duas saídas

VAH Vazão de alimentação do hidrociclone

Lista de Símbolos

δ tempo de assentamento

K Ganho do sistema

P_{80} Abertura em malha quadrada que deixa passar 80% do produto

φ Angulo de abertura no setor

r Raio

\mathbb{R} Conjunto dos números reais

τ Constante de tempo

τ_c Constante de tempo do controlador

θ Atraso de transporte

Sumário

1	Introdução	17
1.1	Contextualização	17
1.2	Objetivos	18
1.2.1	Objetivo Geral	18
1.2.2	Objetivo Específicos	18
1.3	Perguntas dessa Pesquisa	18
1.4	Justificativa	19
1.5	Metodologia	19
1.6	Organização do Texto	20
2	Fundamentos Matemáticos	21
2.1	Sistemas Lineares	21
2.2	Controlador Proporcional Integral Derivativo	22
2.3	Metodologias Clássicas de Sintonia PID SISO	23
2.4	Controlador PID para Processos MIMO	24
2.4.1	Controle Descentralizado	24
2.4.2	Desacopladores	26
2.4.3	Aplicações de controle descentralizado e desacopladores	27
2.5	Incertezas Politópicas	28
2.6	Desigualdades Matriciais Lineares	29
2.7	Estabilidade de um Sistema	30
2.7.1	Teorema de Lyapunov	30
2.7.2	\mathcal{D} -estabilidade	31
2.7.3	Representação Politópica em Espaço de Estados	32
2.7.4	Metodologias Robustas	34
3	Características do Processo de Moagem	37
3.1	Descrição do Processo de Moagem	37
3.2	Modelos Incertos na Moagem	39
3.3	Modelos de Processo de Moagem	40
3.3.1	Processo de Moagem descrito por Ivezić e Petrović (2003)	40

3.3.2	Processo de Moagem descrito por Craig (2012)	41
3.3.3	Processo de Remoagem da Samarco descrito por Reis (2018)	42
3.4	Controladores PI em Processos de Remoagem	44
3.5	Simulação do Processo de Remoagem	47
4	Projeto de Controladores PI para Sistemas SISO Empregando LMI para um Processo de Moagem	48
4.1	Descrição e Modelagem da Malha Interna do Sistema	48
4.2	Sintonias Clássicas	49
4.3	Sintonias Robustas	50
4.4	Comparação das Metodologias Utilizadas e Resultados	51
4.4.1	Experimento I	51
4.4.2	Experimento II	55
4.4.3	Experimento III	58
4.5	Conclusões Parciais	59
5	Projeto de Controladores PI para Sistemas MIMO Empregando LMI para Processos de Moagem	60
5.1	Metodologia para Realização dos Testes	60
5.2	Avaliação do Controle Robusto via LMI para o Processo Descrito em Ivezić e Petrović (2003)	61
5.2.1	Projeto do Desacoplador Estático	62
5.2.2	Projeto dos Controladores	63
5.2.3	Resultados	64
5.3	Avaliação do Controle Robusto via LMI para o Processo Descrito em Craig (2012)	66
5.3.1	Projeto do Desacoplador Estático	66
5.3.2	Projeto dos Controladores	67
5.3.3	Resultados	68
5.4	Avaliação do controle Robusto via LMI para o processo Reis (2018)	70
5.4.1	Desacoplador Estático	71
5.4.2	Projeto dos Controladores	72
5.4.3	Resultados	72
5.5	Conclusões Parciais	76
6	Conclusão, Trabalhos Futuros e Publicações	77
6.1	Conclusões	77
6.2	Trabalhos Futuros	79
6.3	Publicações	79

Referências Bibliográficas	80
Apêndices	83

1. Introdução

1.1. Contextualização

No processo de beneficiamento do minério de ferro, a moagem é uma das etapas mais críticas da produção e de maior consumo energético, conforme Donda (2003). Tais fatos abrem caminhos para pesquisas em otimização, eficiência e controle do processo, com o objetivo de alcançar maior economia e qualidade do produto a ser gerado nessa etapa (CASTRO e BRAGA, 2018).

O controle ineficiente do circuito contribui para a moagem em excesso do material, o que também provoca o aumento desnecessário do consumo energético. Um exemplo descrito por Vieira (2008) mostra que, na Samarco, as etapas de moagem representam aproximadamente 80% do consumo de energia, sendo que desse total, a remoagem do concentrado é responsável por 60%. O material mais fino do que o especificado gerado na moagem dificulta a recuperação das partículas no processo de concentração. Esse material também prejudica a operação de filtragem do processo de pelletização devido a entupimentos (REIS, 2018).

A moagem é um processo complexo com pelo menos três aspectos significativos. O primeiro refere-se aos equipamentos do processo, como moinho de bolas, ciclone, polpa de lama, válvulas, dentre outros, que são dispositivos dinâmicos e resultam em maior complexidade no controle. O segundo relaciona-se com a modelagem linear, normalmente proposta em torno de um ponto de operação, para o processo de moagem que é não linear. Essa proposta resulta em incertezas no processo e em comportamentos aleatórios (HONGWEI *et al.*, 2010). O terceiro está ligado aos desafios em controlar um processo de moagem que são o forte acoplamento entre variáveis, grandes atrasos no tempo, perturbações incontroláveis, variação de parâmetros ao longo do tempo, as não linearidades do processo e inadequações de instrumentação (LE ROUX *et al.*, 2014).

Craig (2012) discorre sobre a dificuldade de controlar circuitos de moinho SAG, que ocorre devido à presença de fortes distúrbios externos, modelos de processos ruins e indisponibilidade de medição de variáveis importantes do processo.

Ivezić e Petrović (2003) e Craig e MacLeod (1995) inferem que as incertezas de uma planta projetada são causadas pela linearização de um sistema não linear em torno de um ponto de operação não linear, negligenciamento da dinâmica, desconsideração das tolerâncias de componentes e ruídos do sensores.

Nesses casos, a planta pode ser representada por um conjunto de modelos que considera as incertezas presentes no processo. Um controlador que garante o desempenho necessário para todo o conjunto de modelos de um sistema incerto é chamado de controlador robusto (ROSINOVÁ e HYPIUSOVÁ, 2019).

O controle de processos industriais mais difundido e utilizado emprega controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativo) e que, por muitas vezes, fica restrito principalmente

ao controle PI. Apesar de existirem estratégias de controle envolvendo algoritmos mais sofisticados, o controlador PID ainda é o mais utilizado em 80% dos ambientes industriais (BAETA *et al.*, 2015).

Outro dado importante refere-se às características dos PID que são a simples implementação, relativamente fáceis de ajustar e podem lidar com muitas condições operacionais. O grande uso desse tipo de controlador na indústria pode ser justificado por tais vantagens (ZHOU *et al.*, 2008).

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

Empregar uma nova abordagem para síntese de controladores para o processo de moagem na mineração.

1.2.2. Objetivo Específicos

Os objetivos específicos são:

- Apresentar um estudo comparativo entre as sintonias de controle PID clássicas e as sintonias robustas utilizando três processos de moagem descritos na literatura;
- Mostrar que controladores robustos garantem a estabilidade do processo e são capazes de mitigar os efeitos da variação dos parâmetros que ocorrem ao longo do tempo no processo;

1.3. Perguntas dessa Pesquisa

A principal pergunta dessa pesquisa é a seguinte. Como controlar a granulometria do produto final do processo de moagem na mineração, utilizando sintonias robustas em controladores PI? Com base na principal pergunta e nos objetivos dessa pesquisa, as próximas perguntas foram formuladas durante o desenvolvimento.

1. Como controlar processos SISO de moagem utilizando controladores robustos?
2. Como controlar processos MIMO de moagem utilizando controladores robustos?
3. Como controlar processos MIMO utilizando controladores PID SISO em processos de moagem?

1.4. Justificativa

O processo de moagem é extremamente custoso para o processamento de minérios o que torna este estudo interessante. A utilização de técnicas baseadas em desigualdades matriciais lineares (LMI, do inglês *Linear Matrix Inequality*), para a síntese de controladores PID robustos, pode prover melhores resultados de desempenho no processo.

Justifica-se esse estudo, pois, considerando um processo que já utiliza controladores PI, os custos para uma nova sintonia para os controladores existentes são menores do que a implementação de novos controladores de outros tipos.

Além disso, é provável, que ao modificar o tipo do controlador, seriam necessárias novas identificações na planta e modificações nas estratégias utilizadas para cada malha, o que traria ônus ao processo. Em caso de uma implantação de um processo novo ainda torna-se vantajosa a aplicação do controle PI pois como descrito, é simples, de fácil sintonia, bem difundido na indústria e possui menor custo de implantação. Ademais, os processos de moagem são caracterizados por alguns autores como Craig (2012); Craig e MacLeod (1995); Ivezić e Petrović (2003); Pomerleau *et al.* (2000); Silva (2014) como processos incertos devidos à variações que ocorrem ao longo do tempo nos equipamentos, à distúrbios externos e a modelagens ruins do processo. Para tanto faz-se necessário a utilização de uma sintonia robusta que seja capaz de mitigar essas incertezas.

1.5. Metodologia

Foi utilizado o método de pesquisa descritiva com a finalidade de analisar as publicações recentes que abordam os temas de controle de processos na moagem, controladores PI robustos, controladores PID SISO e PID MIMO (do inglês, *Multiple-Input Multiple-Output*) e desigualdades matriciais lineares que resultou na revisão bibliográfica sobre esses temas.

Em uma primeira análise, o objetivo é avaliar a melhoria do controle do processo de moagem na mineração. Utilizando o modelo do processo de remoagem da Samarco, que foi validado e elaborado por Reis (2018) no *software* IDEASTM, faz-se a avaliação para o processo considerando a malha interna, que controla variáveis de vazão. O controle do processo é implementado no MATLAB[®] e a comunicação entre eles ocorre via OPC (do inglês, *OLE for Process Control*). Partindo dos conceitos apresentados, o trabalho compara a utilização de estratégias robustas de controle *versus* estratégias clássicas de controle.

Em uma segunda análise, são realizadas simulações em ambiente MATLAB[®] onde realiza-se o controle descentralizado para sistemas propostos em Ivezić e Petrović (2003), Craig (2012) e Reis (2018), caracterizados como multivariáveis. Essa etapa do trabalho também faz a comparação entre as estratégias robustas e as clássicas aplicadas a controladores PI.

Como parte do processo de construção do estudo, são analisados os resultados das simulações com a possibilidade de implementação dos resultados em processos de moagem.

O estudo tem caráter primeiramente qualitativo realizado por meio da pesquisa bibliográfica e, posteriormente, quantitativo por gerar resultados que podem ser aplicados à prática.

1.6. Organização do Texto

No Capítulo 1, é feita uma introdução ao tema desse trabalho, definindo-se seus objetivos, a metodologia e a justificativa do tema. No Capítulo 2, são apresentados os fundamentos matemáticos para sistemas, o controlador PID e sintonias para sistemas SISO, além do conceito das LMIs. No Capítulo 3, descreve-se um processo de moagem e suas principais características. Ademais, expõem-se os modelos dos processos de moagem que serão estudados nesta dissertação. São apresentados, no Capítulo 4, os resultados da utilização de controladores PI com sintonias robustas para processos de moagem com características SISO. Em seguida, tais resultados são comparados com os obtidos com o emprego de controladores PI sintonizados por estratégias clássicas da literatura. No Capítulo 5, apresentam-se os resultados de sistemas de moagem controlados por sintonias robustas para sistemas MIMO, para tanto são utilizados desacopladores que permitem o uso de controladores PI para sistemas MIMO. Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2. Fundamentos Matemáticos

No estudo de controle de sistemas lineares, é necessário o uso de ferramentas que possam otimizar o processo de busca por um controlador. Neste capítulo são descritos os sistemas lineares, os métodos de sintonia de controladores PID mais comumente utilizados na literatura, as incertezas politópicas que permitem descrever a variação dos parâmetros do modelo do sistema e as desigualdades matriciais lineares que são a ferramenta de cálculo para os ganhos dos controladores PI que são empregados para esse trabalho.

2.1. Sistemas Lineares

Um sistema dinâmico não linear pode ser descrito na forma de espaço de estados (OGATA, 2003) e é representado por uma equação de estados, que descreve a dinâmica do sistema, e uma equação de saída dadas por

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t), \quad (2.1)$$

$$y(t) = g(x, u, t). \quad (2.2)$$

É possível linearizar (2.1) e (2.2) em torno de um ponto de operação e obtêm-se, como resultado, as seguintes equações lineares para o estado e para a saída

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad (2.3)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t). \quad (2.4)$$

em que $A(t)$ é dita a matriz de estado, $B(t)$ é a matriz de entrada, $C(t)$ a matriz de saída e $D(t)$ a matriz de transmissão direta. Além disso, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ representa os estados, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ é o sinal de controle e $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ é a saída medida. Se o sistema for invariante no tempo, ou seja, os parâmetros do modelo não dependem do tempo t , (2.3) e (2.4) podem ser simplificadas para a forma

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (2.5)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t). \quad (2.6)$$

Pode-se descrever a matriz de transferência do sistema a partir das equações em espaço de estados (2.5) e (2.6) como

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D.$$

Ou ainda, pode-se escrever $G(s)$ como

$$G(s) = C \frac{\text{adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} B + D.$$

Portanto, $\det(sI - A)$ é igual ao polinômio característico de $G(s)$. Logo, os autovalores de A são idênticos aos polos de $G(s)$ para o caso em que a realização (2.5) e (2.6) é mínima.

2.2. Controlador Proporcional Integral Derivativo

O controlador mais utilizado na indústria é do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Suas características de confiabilidade, estrutura simples e facilidade de implementação prática justificam esse grande uso na indústria Baeta *et al.* (2015).

Uma malha de controle com realimentação negativa de um processo está representada pelo diagrama da Figura 2.1, em que $E(s)$ é o erro de rastreamento entre o sinal de referência $R(s)$ e o sinal de saída $Y(s)$.

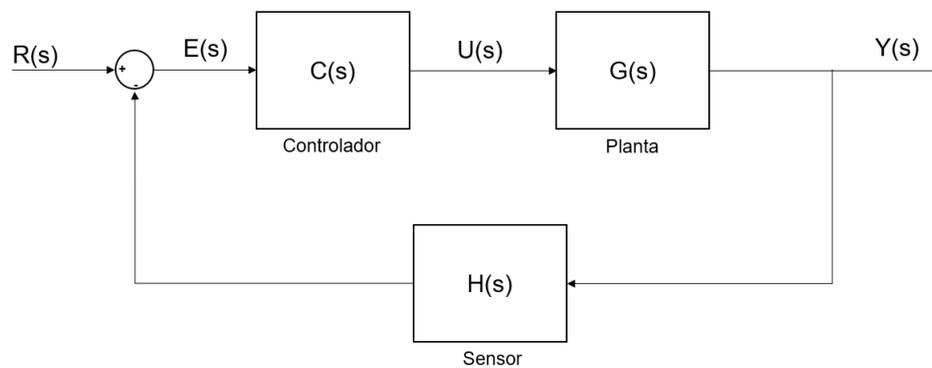


Figura 2.1: Malha de controle com realimentação negativa.

Muitas variações do controlador PID são usadas na prática, as duas formas mais comuns são, a primeira, que trata do controlador PID em série cuja função de transferência é dada por

$$C_{\text{série}}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} \frac{\tau_D s + 1}{\alpha \tau_D s + 1} \right), \quad (2.7)$$

em que K_c é o termo proporcional do controlador, τ_I , o termo integral e τ_D o termo derivativo. As versões comerciais do controlador em série têm um filtro aplicado ao termo derivado, expresso em (2.7) pelo termo α (SEBORG *et al.*, 2017). A segunda forma é a do controlador PID em paralelo que tem sua função de transferência expressa por

$$C_{\text{paralelo}}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left[1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right].$$

Outra forma de apresentar o controlador PID na forma paralela, e que será utilizada neste trabalho, é

$$C_{\text{paralelo}}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s. \quad (2.8)$$

O controle realimentado pode ser apresentado por dois métodos que são amplamente utilizados

no processo industrial, o controlador PID e o controlador *on-off* (SEBORG *et al.*, 2017).

2.3. Metodologias Clássicas de Sintonia PID SISO

Foram levantadas quais as sintonias clássicas de controle de processos são mais comumente utilizadas para um controlador PID para um sistema de uma entrada e uma saída, SISO.

Método da Integral do Erro Absoluto multiplicado pelo Tempo (ITAE)

O Método da Integral do Erro Absoluto multiplicado pelo Tempo (ITAE) é apresentado em Seborg *et al.* (2017). Esse método penaliza erros que persistem por um longo período de tempo em um sistema em malha fechada. Em geral, a utilização deste critério é preferida pois resulta em respostas mais conservadoras para o sistema. Para um sistema de primeira ordem com atraso de transporte do tipo

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s},$$

em que K é o ganho do sistema, τ é a constante de tempo e θ é o atraso de transporte, as relações de ajuste do controlador PI, descrito por Seborg *et al.* (2017), são

$$K_c = \frac{1}{K} \left(A \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^B \right), \quad \tau_I = \frac{\tau}{\left(C \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^D \right)},$$

sendo que $A = 0,859$, $B = -0,977$, $C = 0,674$ e $D = -0,680$.

Método do Modelo Interno (IMC)

Método do Modelo Interno aplicado para o controle robusto (IMC) é descrito em Seborg *et al.* (2017). Diferentes relações de sintonia IMC podem ser realizadas, dependendo do tipo de filtro passa-baixa e da aproximação do atraso de transporte selecionados. Neste estudo foram aplicadas as sintonias IMC da Tabela 2.1 de acordo com o modelo. Em Seborg *et al.* (2017, Tabela 12.3), sugere-se que a utilização de $\tau_c = 3\theta$ resulta em um controlador com características robustas.

Outra sintonia utilizada neste trabalho trata-se de uma derivação da sintonia IMC, que foi proposta por Skogestad (2003) e abreviada por SIMC. Essa sintonia é proposta pois, para modelos com atrasos de transporte grandes, os controladores IMC padrão tanto para modelos de primeira ordem quanto de segunda ordem fornecem respostas lentas, pois o τ_I calculado é muito grande. Skogestad (2003) propõe a modificação na sintonia utilizando

$$\tau_I = \min \{ \tau, 4(\tau_c + \theta) \},$$

Tabela 2.1: Sintonias IMC para o controlador PID de forma paralela (SEBORG *et al.*, 2017).

Modelo	$K_c K$	τ_I	τ_D
$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	τ	—
$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	—
$\frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	τ	—
$\frac{K(\tau_3 s + 1)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3) \tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$

e mantendo as mesmas configurações para os demais parâmetros de sintonia IMC, conforme apresentado na Tabela 2.1.

2.4. Controlador PID para Processos MIMO

O controle PID é bem conhecido e amplamente aplicado na indústria e muitos algoritmos de projeto estão prontamente disponíveis na literatura. No entanto, o projeto sistemático de controladores PID descentralizados para processos multivariáveis a fim de atender certos objetivos simultaneamente ainda é uma tarefa desafiadora (HUANG e HUANG, 2004).

2.4.1. Controle Descentralizado

Uma planta é considerada MIMO se possuir n_u entradas e n_y saídas em que $n_u > 1$ e $n_y > 1$ (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005). Assim, o modelo básico da função de transferência é $y(s) = G(s)u(s)$, em que $y \in \mathbb{R}^{n_y}$, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ e $G(s)$ é uma matriz de funções de transferência $n_y \times n_u$. A Figura 2.2 ilustra um processo MIMO com entradas e saídas e os distúrbios que podem ocorrer no sistema.

Em um processo MIMO, por exemplo, uma alteração na primeira entrada, u_1 geralmente afetará todas as saídas, y_1, y_2, \dots, y_{n_y} devido à existência de uma interação entre as entradas e saídas do sistema (SEBORG *et al.*, 2017; SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005). A maioria das técnicas aplicadas a sistemas SISO podem ser estendidas a sistemas MIMO (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005).

As estratégias gerais de controle multivariável não se limitam a simplificar o controle para que seja utilizado um controlador realimentado SISO, pode-se abordar o controle de qual-

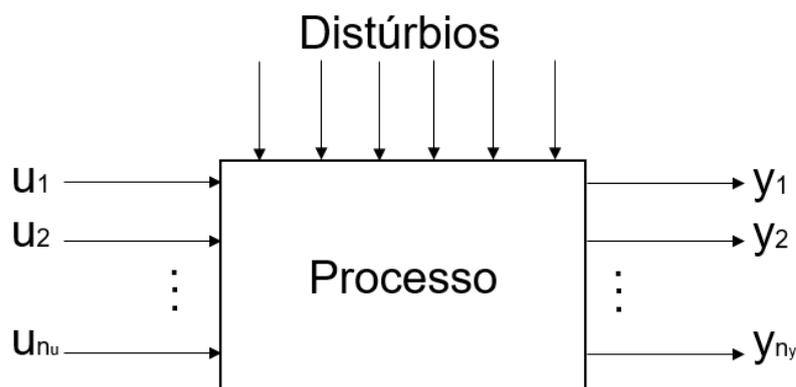


Figura 2.2: Processo de múltiplas entradas e múltiplas saídas u_{n_u} e y_{n_y} . Adaptado de Seborg *et al.* (2017).

quer número de variáveis manipuladas e variáveis controladas (SEBORG *et al.*, 2017)

Detalhes sobre processos MIMO podem ser melhor explorados em literaturas como Seborg *et al.* (2017), Skogestad e Postlethwaite (2005), dentre outras.

Conciliar critérios de desempenho e robustez em sistemas de controle para processos multivariáveis é um desafio ainda maior quando comparado ao caso SISO. O controle descentralizado é comum para sistemas MIMO por ter estrutura simples e um número reduzido de parâmetros a serem sintonizados em comparação à estrutura de controle centralizada (EUZÉBIO, 2015).

Existem algumas técnicas de controle multivariável disponíveis hoje. Por exemplo, o controle preditivo baseado em modelo (MPC) ganhou muito interesse nos últimos anos, tanto na academia quanto na indústria. A abordagem de modo geral, provou ser útil, entretanto o uso de MPC é realizado na maioria dos casos, em um nível supervisor para atribuir referências para os controladores PID que estão operando no nível regulatório (NORDFELDT e HÄGGLUND, 2006).

Os métodos de projetos de controladores para sistemas MIMO relatados na literatura podem ser classificados como controle centralizado, no qual a matriz de funções de transferências do controlador é completa, ou em controle descentralizado no qual a matriz de funções de transferências do controlador é diagonal e concentra toda a dinâmica do processo nessa diagonal (HAJARE *et al.*, 2017).

Em algumas abordagens de controle centralizado as interações são reduzidas usando um controlador de estrutura completa e as malhas de controle interagem entre si. Portanto, o ajuste para malhas SISO não pode ser realizado independentemente, o que complica o procedimento de projeto (HAJARE *et al.*, 2017).

Os métodos para controle MIMO disponíveis na literatura buscam reduzir ao máximo a interação entre as malhas. O ajuste dos parâmetros do controlador de uma malha afeta o desempenho das outras e, às vezes, leva à instabilidade de todo o sistema (HAJARE *et al.*,

2017).

Para garantir a estabilidade da malha, muitos controladores industriais descentralizados são ajustados com grandes margens de folga, o que causa operação ruim e custos mais altos de energia. Um maneira possível de superar essas dificuldades e fazer uso do métodos de projetos para controladores SISO é utilizar um desacoplador que permite o uso de malhas SISO em um sistema MIMO (HAJARE *et al.*, 2017).

2.4.2. Desacopladores

Uma abordagem simples e conceitual para o controle multivariável é dada por um procedimento de duas etapas. Na primeira, projeta-se um pré-compensador para lidar com as interações em $G(s)$. Após essa etapa, projeta-se um controlador diagonal aplicando-se métodos semelhantes aos dos sistemas SISO (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005). O pré-compensador ou desacoplador $D(s)$, que neutraliza as interações na planta $G(s)$ e resulta em um novo modelo $T(s)$ da planta, é descrito como

$$T(s) = G(s)D(s), \quad (2.9)$$

em que $D(s)$ é o desacoplador, $G(s)$ é a planta multivariável e $T(s)$ é a planta diagonal e desacoplada. A Figura 2.3 apresenta um processo de n entradas e n saídas, o uso do desacoplador permite que as sintonias utilizadas para os controladores PID, nesse caso, sejam os mesmos de processos SISO.

O resultado do sistema desacoplado $T(s)$ proposto em (2.9) é um sistema diagonal em uma determinada frequência selecionada. A escolha da frequência determina o tipo do desacoplador (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005).

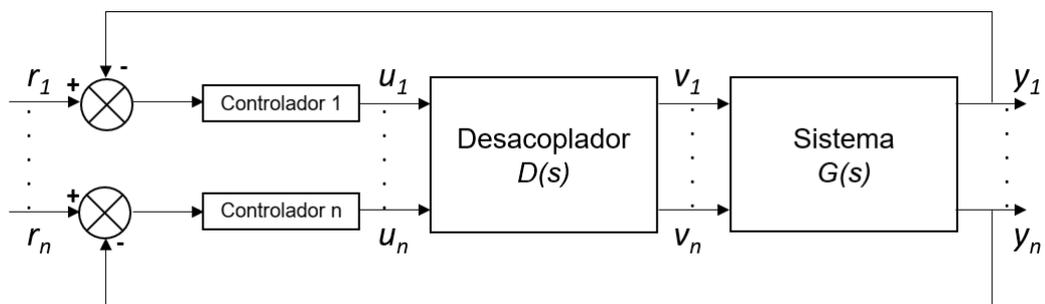


Figura 2.3: Diagrama de blocos de malha fechada para um sistema MIMO com desacoplador. Adaptado de Hajare *et al.* (2017).

Desacoplador Dinâmico

O desacoplador dinâmico $D_d(s)$, ou desacoplador de base inversa é diagonal e elimina todas as interações entre as malhas de controle em cada instante de tempo, ou seja, em todas as

frequências.

$$D_d(s) = G(s)^{-1}.$$

Sua limitação está relacionada a possíveis problemas envolvidos na realização de $G(s)^{-1}$.

Desacoplador Estático

Também descrito como desacoplador de estado estacionário, esse desacoplador é diagonal e representado por

$$D_e(s) = G(0)^{-1}.$$

Esse desacoplador elimina as interações de regime permanente de todas as malhas. Para uma planta não quadrada, pode-se usar a pseudo-inversa de $G(0)$, desde que $G(0)$ tenha posto (ou *rank*) de linha de saída completo.

Desacoplador Aproximado na Frequência

Esse desacoplador é o mais diagonal possível. Geralmente é obtido escolhendo o desacoplador

$$D_a(s) = G_0^{-1},$$

em que G_0 é uma aproximação real de $G(j\omega_0)$. A frequência da largura de banda é uma boa seleção para ω_0 pois o efeito no desempenho que reduz a interação normalmente é maior nessa frequência.

2.4.3. Aplicações de controle descentralizado e desacopladores

Muitos trabalhos da literatura empregam estratégias de controle descentralizado. Por exemplo, Hajare *et al.* (2017) apresenta um método de projeto de controlador PID para um sistema de duas entradas e duas saídas. Utiliza-se um desacoplador ideal e controladores SISO para cada malha. É realizada a análise robusta acrescentando incertezas paramétricas à planta nominal.

Nordfeldt e Hägglund (2006) apresenta um novo procedimento para um desacoplador com dinâmica mínima associada na malha de controle. Esse método é aplicado a uma simulação de uma fábrica em um sistema TITO, (do inglês, *Two-Input Two-Output*).

Huang e Huang (2004) estuda o projeto de controladores PID MIMO tal que as variáveis do processo atendam restrições de covariância generalizada. Um algoritmo computacional convergente é proposto para calcular o controlador PID de múltiplas malhas para um processo com distúrbios constantes e depois estendido para distúrbios aleatórios.

O projeto de um controlador descentralizado MIMO também é apresentado em Jin e Liu (2014). São estudados três problemas, cálculo de desacoplador, a seleção da matriz desacoplada

e o projeto do controlador. Devido à dificuldade de calcular o desacoplador dinâmico de base inversa, é introduzido o conceito da configuração de Nyquist para descrever a dinâmica do desacoplador. São propostas regras para selecionar novamente a matriz desacoplada, para o caso dessa matriz não produzir um desacoplador viável. Conclui-se apresentando uma técnica de redução de modelo e um novo princípio de sintonia IMC robusta é empregada para projetar um controlador PI descentralizado.

Um esquema baseado em projeto de PID escalar modificado e desacoplador estático é desenvolvido em Astrom *et al.* (2001), onde as características de frequência de acoplamento entre os malhas internas são levados em consideração.

Hu *et al.* (2010) estende o conceito de matriz de ganho normalizado relativo (RNGA) e propõe uma abordagem sistemática para projetar o controle descentralizado PID para sistemas MIMO contendo funções de transferência integradoras e/ou diferenciadoras. Essa técnica também permite que controladores PID descentralizados sejam sintonizados para estabilizar o sistema MIMO de forma independente.

A matriz de ganhos relativos (RGA, do inglês *Relative Gain Array*) mede as interações de sistemas com múltiplas malhas, sendo útil na análise de sistemas de controle. Os elementos da RGA são definidos como a razão entre o ganho de malha aberta e de malha fechada. Sendo o cálculo da RGA dependente dos ganhos do sistema em estado estacionário. Fornecem-se dois tipos de informações úteis. A primeira é a medida de interações dos processos e a segunda, uma recomendação sobre o melhor emparelhamento das variáveis controladas e manipuladas.

Euzébio (2015) desenvolve dois métodos de sintonia PID para processos MIMO que consideram o conflito entre desempenho e robustez por meio da solução de problemas de otimização. O primeiro trata-se do projeto de controlador PID descentralizado para processos MIMO fracamente acoplados. O método é formulado como um problema de programação linear e as interações de malha são consideradas por bandas de Gershgorin. O segundo trata-se do procedimento iterativo de sintonia de controlador PID descentralizado para processos MIMO e as interações de malha são consideradas por funções de transferências de Processo em Malha Aberta Efetivo (do inglês, *Effective Open-loop Process*).

2.5. Incertezas Politópicas

Um sistema pode apresentar parâmetros incertos podendo ser fixos ou variantes no tempo, com taxas de variação conhecidas ou com taxas de variação arbitrárias.

Existem diversas formas de se representar incertezas paramétricas de um sistema. Utiliza-se neste trabalho a representação politópica. A representação politópica pode ser obtida pela combinação convexa dos valores extremos das incertezas, ou seja, as matrizes do sistema são como

$$\dot{x} = A(\alpha)x, \quad A(\alpha) \in \mathcal{A},$$

em que $A(\alpha)$ é qualquer matriz de um sistema cujos parâmetros incertos são pertencentes a um domínio politópico, isto é, escrita como a combinação convexa de N vértices conhecidos, definida como

$$\mathcal{A} = \left\{ A(\alpha) : A(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i, \quad \alpha \in \Lambda_N \right\},$$

tal que $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$ é um vetor de parâmetros invariantes no tempo que pertence ao simplex unitário, $\alpha \in \Lambda_N$, dado por

$$\Lambda_N = \left\{ \zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_N) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^N \zeta_i = 1, \zeta_i \geq 0, i = 1, \dots, N \right\}.$$

2.6. Desigualdades Matriciais Lineares

Desigualdades matriciais lineares, LMIs (do inglês, *linear matrix inequalities*) são ferramentas matemáticas amplamente aplicadas em teoria de controle. Seu surgimento provavelmente ocorreu com os trabalhos de Lyapunov. Até recentemente, haviam poucos algoritmos para solução numérica das LMIs e, durante os últimos 20 anos, o desenvolvimento de sofisticados algoritmos numéricos tornou possível a solução de LMIs de um modo eficiente (OLIVEIRA, 2018). Esses algoritmos exploram a convexidade das LMIs para obter resultados numéricos confiáveis. Formular um problema em termos de LMIs equivale a resolver o problema e garantir, por exemplo, que a equação diferencial $\dot{x} = Ax$ é estável (trajetórias iniciando em qualquer ponto convergem para $x = 0$) se, e somente se, existir $P = P'$ tal que

$$P > 0, \quad A'P + PA < 0.$$

Empilhando as variáveis de decisão (incógnitas) em um único vetor $x \in \mathbb{R}^m$, pode-se reescrever uma LMI na forma

$$F(x) \triangleq F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_m F_m > 0,$$

com $F_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$, sendo matrizes constantes simétricas. Note que, se $F(x) > 0$ implica que $F(x)$ deve ser definida positiva para todo x , ou seja, $y'F(x)y > 0$ para todo vetor $y \neq 0$. A LMI $F(x) > 0$ é equivalente a um conjunto de n desigualdades polinomiais em x , obtidas impondo-se que os menores principais líderes de $F(x)$ devem ser todos positivos. A LMI $F(x) > 0$ é uma restrição convexa, isto é, o conjunto

$$\{x : F(x) > 0\},$$

é um conjunto convexo. Algumas desigualdades não convexas podem ser convertidas em LMIs

por meio do complemento de Schur, o qual é definido como

$$\begin{bmatrix} Q(X) & S(X) \\ S(X)' & R(X) \end{bmatrix} > 0 \Leftrightarrow R(X) > 0, \quad Q(X) - S(X)R(X)^{-1}S(X)' > 0.$$

2.7. Estabilidade de um Sistema

O sistema linear invariante e contínuo no tempo descrito por $\dot{x} = Ax$, com $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, é assintoticamente estável, conforme apresentado por Oliveira (2018), se qualquer uma das condições abaixo for verificada

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) \rightarrow 0,$$

para uma condição inicial $x(0)$ arbitrária ou

$$\max_i \operatorname{Re}\{\lambda_i(A)\} < 0 \quad i = 1, \dots, n.$$

2.7.1. Teorema de Lyapunov

A estabilidade de $\dot{x} = Ax$ (ou simplesmente a estabilidade de A) pode ser também investigada por meio de uma função de Lyapunov $V(x)$. Para que o sistema seja assintoticamente estável, duas condições devem ser verificadas

$$\begin{aligned} V(x) &> 0, & \forall x \neq 0, \\ \dot{V}(x) &< 0, & \forall x \neq 0. \end{aligned}$$

Escolhendo como candidata à função de Lyapunov uma função quadrática $V(x) = x'Px$, com $P = P'$ a determinar, tem-se

$$V(x) = x'Px > 0 \Leftrightarrow P > 0 \quad \forall x \neq 0.$$

$$\dot{V}(x) = \dot{x}'Px + x'P\dot{x} = x'(A'P + PA)x < 0 \Leftrightarrow A'P + PA < 0.$$

Portanto, para determinar se A é estável, basta procurar uma solução factível $P = P' \in \mathbb{R}^{n \times n}$ para o problema

$$P > 0, \quad A'P + PA > 0.$$

Devido à flexibilidade das LMIs, a extensão para tratar sistemas incertos é direta. Considerando um modelo descrito por $\dot{x} = A(\alpha)x$, uma condição suficiente para certificar a estabilidade do sistema pode ser obtida escolhendo como função candidata de Lyapunov $V(x) = x'Px$,

com $P = P' \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Nesse caso, tem-se que

$$\dot{V}(x) = \dot{x}'Px + x'P\dot{x} = x'(A(\alpha)'P + PA(\alpha))x < 0 \Leftrightarrow A(\alpha)'P + PA(\alpha) < 0. \quad (2.10)$$

Dado que $A(\alpha) \in \mathcal{A}$, então (2.10) pode ser reescrita como

$$A(\alpha)'P + PA(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i (A_i'P + PA_i) < 0.$$

Portanto, como $\alpha \in \Lambda_N$, uma condição suficiente para certificar $A(\alpha)$ é procurar uma solução factível $P = P' \in \mathbb{R}^{n \times n}$ para o problema

$$\begin{aligned} P &> 0, \\ A_i'P + PA_i &< 0, \quad \forall i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

2.7.2. \mathcal{D} -estabilidade

Os polos do sistema em malha fechada determinam não apenas a estabilidade do sistema, mas também outras especificações de desempenhos. O requisito padrão da posição do polo inclui o grau de amortecimento e estabilidade da resposta. Esses índices influenciam diretamente o sobressinal da resposta em malha fechada, no tempo de subida, no tempo de estabilização, no decaimento, que, normalmente, são as principais medidas de desempenho utilizadas. Quando o sistema incerto é considerado, torna-se impossível determinar a posição exata do polo. Nesse caso, uma abordagem robusta de alocação de polos determina uma região inteira no plano complexo, onde todos os polos do sistema em malha fechada devem ser colocados, conhecida como região- \mathcal{D} (ROSINOVÁ e HYPIUSOVÁ, 2019).

Assim, pode-se analisar a estabilidade de um sistema por meio da \mathcal{D} -estabilidade, a qual permite verificar se todos os autovalores do sistema incerto em malha fechada estão contidos em uma dada região \mathcal{D} . No caso contínuo, a região \mathcal{D} está contida no semiplano esquerdo, enquanto que, no caso discreto, a região \mathcal{D} é limitada externamente pelo círculo unitário centrado em 0. Uma região \mathcal{D} no plano complexo pode ser descrita como

$$\mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C} : R_{11} + R_{12}z + R'_{12}z^* + R_{22}zz^* < 0\}, \quad (2.11)$$

com $R_{11} = R'_{11} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, $R_{22} = R'_{22} \in \mathbb{R}^{d \times d}$ submatrizes de $R \in \mathbb{R}^{2d \times 2d}$ dada por

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R'_{12} & R_{22} \end{bmatrix},$$

sendo que d é a ordem da região. Assumindo-se $R_{22} \geq 0$, tem-se que \mathcal{D} representa regiões convexas simétricas em relação ao eixo real.

Inicialmente, condições suficientes baseadas em LMIs para a existência de funções Lyapunov dependentes de parâmetros foram propostas em Peaucelle *et al.* (2000). Em Koch *et al.* (2018), os autores apresentam um procedimento para a obtenção dos ganhos de um controlador PI robusto para um sistema incerto de primeira ordem a tempo contínuo, descrito por

$$G(s) = \frac{b}{s+a}, \quad (2.12)$$

cujos polos do sistema em malha fechada estejam contidos no interior da região acinzentada mostrada na Figura 2.4.

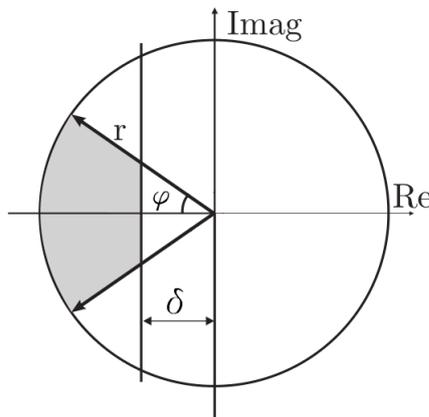


Figura 2.4: Setor para localização dos polos definidos por r , φ e δ para sistemas contínuos incertos. Extraído de Koch *et al.* (2018).

Note que a região de alocação é delimitada pelo raio r , com ângulo de abertura φ e com afastamento do eixo imaginário δ . Os parâmetros δ , φ e r estão relacionados, respectivamente, ao tempo de assentamento, ao máximo sobressinal e à banda passante do sistema. Em Rosinová e Hypiúsová (2019), são apresentadas condições LMIs para o projeto de controladores de sistemas incertos contínuos e discretos empregando a região descrita em (2.11), a qual é especializada para cada caso escolhendo-se apropriadamente as matrizes R_{11} , R_{12} e R_{22} . Além disso, com o intuito de reduzir o conservadorismo das condições também são empregadas variáveis de folga e funções de Lyapunov dependentes de parâmetros.

2.7.3. Representação Politópica em Espaço de Estados

Considere a seguinte classe de sistemas incertos com atraso de transporte:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_{n_u}s^{n_u}}{a_0 + a_1s + \dots + a_{n_y-1}s^{n_y-1} + a_{n_y}s^{n_y}} e^{-\theta s}, \quad n_y > n_u, \quad (2.13)$$

em que $U(s)$ é o sinal de entrada e $Y(s)$ é a saída controlada. Admite-se que os coeficientes do sistema são desconhecidos e invariantes no tempo e os limites inferiores e superiores são

conhecidos e descritos como

$$\underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i, i = 0, \dots, n-1, \quad e \quad \underline{b}_j \leq b_j \leq \bar{b}_j, j = 0, \dots, n_u, \quad (2.14)$$

O sistema (2.13) pode ser escrito na forma de α -parâmetros. da seguinte forma:

$$G(s) = \frac{b_0(\alpha) + b_1(\alpha)s + \dots + b_{n_u}(\alpha)s^{n_u}}{a_0(\alpha) + a_1(\alpha)s + \dots + a_{n_y-1}(\alpha)s^{n_y-1} + a_{n_y}(\alpha)s^{n_y}} e^{-\theta s}, \quad n_y > n_u. \quad (2.15)$$

Para o projeto de um controlador PID, o sistema politópico (2.15) é representado em um novo domínio de espaço de parâmetros convexos, facilitando a implementação numérica e a construção de condições convexas para o uso de LMIs (OLIVEIRA, 2018).

Para o projeto do controlador PID (2.8), o sistema (2.13) deve ser reescrito como um problema de controle de realimentação de estados. A estrutura politópica em espaço de estados do sistema em malha fechada é

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\alpha)x(t) + B(\alpha)u(t - \theta) + B_w r(t - \theta), \\ u(t) &= Kx(t), \\ y(t) &= C(\alpha)v(t), \\ e(t) &= -C(\alpha)v(t) + d_w r(t), \end{aligned} \quad (2.16)$$

em que $e(t) = r(t) - y(t)$ é o erro de rastreamento, $r(t)$ é a entrada de referência, $x(t)$ é o vetor de estado e $v(t)$ é uma entrada de controle artificial. Se a estrutura geral (2.13) for considerada com o controlador PI (2.8), tem-se as seguintes matrizes para o sistema em espaço de estados (2.16)

$$A(\alpha) = \left[\begin{array}{c|cccc} \mathbf{0}_{(n,1)} & & & & I_n \\ \hline 0 & -a_0(\alpha) & -a_1(\alpha) & \dots & -a_{n-1}(\alpha) \end{array} \right], \quad (2.17)$$

$$B(\alpha) = \left[\begin{array}{cccc} \mathbf{0}_{(n,1)} & \mathbf{0}_{(n,1)} & \dots & \mathbf{0}_{(n,1)} \\ -b_0(\alpha) & -b_1(\alpha) & \dots & -b_{n_u}(\alpha) \end{array} \right]$$

e

$$K = \begin{bmatrix} k_i & k_p & k_d & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_i & k_p & k_d & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & k_i & k_p & k_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & k_d \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_u+1 \times n+1}. \quad (2.18)$$

Assim para um sistema de primeira ordem, indicado em (2.15), no qual $n_y = 1$ e $n_u = 0$,

têm-se os valores de $A(\alpha)$ e $B(\alpha)$ em (2.17) como

$$A(\alpha) = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline 0 & -a_0(\alpha) \end{array} \right], \quad B(\alpha) = \left[\begin{array}{c} 0 \\ -b_0(\alpha) \end{array} \right]. \quad (2.19)$$

2.7.4. Metodologias Robustas

A seguir, apresentam-se as condições LMI utilizadas neste trabalho para cálculo dos controladores PI. Por simplicidade, as provas são omitidas e podem ser encontradas nas referências citadas nos cabeçalhos dos teoremas.

Teorema 1 (Adaptado de Niculescu *et al.* (1997)). *Se existir uma matriz simétrica definida positiva $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, uma matriz $W \in \mathbb{R}^{n_u \times n}$ e escalares $\beta_1, \beta_2, \theta > 0$ e $\delta > 0$ tais que*

$$\left[\begin{array}{cc} \left(\begin{array}{c} \frac{1}{\theta} [QA_\delta(\alpha)' + A_\delta(\alpha)Q] + (\beta_1 + \beta_2)Q \\ + \frac{1}{\theta} [B_\delta(\alpha)W + W'B_\delta(\alpha)'] \end{array} \right) & B_\delta(\alpha)W \\ W'B_\delta(\alpha)' & -\frac{1}{2}Q \end{array} \right] \leq 0,$$

$$\left[\begin{array}{cc} -\beta_1 Q & A_\delta(\alpha)Q \\ QA_\delta(\alpha)' & -Q \end{array} \right] \leq 0,$$

$$\beta_1 \left[\begin{array}{cc} -Q & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} 0 & B_\delta(\alpha)W \\ W'B_\delta(\alpha)' & -Q \end{array} \right] \leq 0,$$

sejam satisfeitas, com $A_\delta(\alpha) = A(\alpha) + \delta I$ e $B_\delta(\alpha) = e^{\delta\theta} B(\alpha)$, então o sistema (2.16) em malha fechada é assintoticamente estável por meio de uma lei de controle do tipo $u(t) = Kx(t)$, $K \in \mathbb{R}^{n_u \times n}$, para todo atraso $\theta(t)$ que satisfaça $0 \leq \theta(t) \leq \theta$. Além disso, os ganhos do controlador são dados por $K = WQ^{-1} = [K_i \quad K_p]$.

Teorema 2 (Oliveira (2018)). *Se existirem matrizes simétricas definidas positivas $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e uma matriz $Z \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ e um dado escalar $\delta > 0$ tal que*

$$\left[\begin{array}{ccc} \Lambda_{11} & \theta^2 B_\delta(\alpha)Z + \theta W & \theta^2 W A_\delta(\alpha)' \\ \star & -\theta^2 X - \theta W & \theta^2 Z B_\delta(\alpha)' \\ \star & \star & -\theta W \end{array} \right] \leq 0,$$

com $A_\delta(\alpha) = A(\alpha) + \delta I$, $B_\delta(\alpha) = e^{\delta\theta} B(\alpha)$ e $\Lambda_{11} = (\theta)^2 (W A_\delta(\alpha)' + A_\delta(\alpha)W + X(\alpha)) - \theta W$, seja satisfeita. Então o sistema (2.16) em malha fechada é assintoticamente estável com $K = ZW^{-1} = [K_i \quad K_p]$.

Teorema 3 (Koch *et al.* (2018)). *Dados $r > 0$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ e $\delta > 0$ e matrizes A_i e B_i , $i = 1, \dots, 4$, se existirem matrizes simétricas definidas positivas $X \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $Z \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ tais que*

$$A_i X + X A_i' + B_i Z + Z' B_i' + 2\delta X < 0,$$

$$\begin{bmatrix} -rX & \star \\ A_iX + B_iZ & -rX \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \text{sen}(\varphi)(A_iX + XA'_i + B_iZ + Z'B'_i) & \cos(\varphi)(A_iX - XA'_i + B_iZ - Z'B'_i) \\ \star & \text{sen}(\varphi)(A_iX + XA'_i + B_iZ + Z'B'_i) \end{bmatrix} < 0$$

são factíveis, para $i = 1, \dots, 4$, então $K = ZX^{-1} = [K_i \quad K_p]$ fornece os ganhos de um controlador PI que garante: (i) a localização dos polos de malha fechada no setor mostrado na Figura 2.4 e (ii) a estabilidade do sistema de malha fechada sob variações arbitrárias de a e b , dados em (2.12), sendo que

$$a \in [a_{\min} \quad a_{\max}], \quad b \in [b_{\min} \quad b_{\max}],$$

Observação: É possível selecionar o caso em que a região de busca da solução seja mais amplo. Ao escolher os valores de r tão grande quanto possível, φ igual a $\frac{\pi}{2}$ e $\delta > 0$, o espaço de busca torna-se o semiplano esquerdo do plano complexo. Tais valores são selecionados a critério do projetista.

Teorema 4 (Oliveira (2018)). Se existirem matrizes simétricas definidas positivas $W(\alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $V(\alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $X(\alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e matrizes $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $Z \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ tais que

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \theta(Q' - B_\delta(\alpha)Z) \\ \star & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \star & \star & \Gamma_{33} \end{bmatrix} < 0,$$

com

$$\Gamma_{11} = \theta V(\alpha) + Q(\alpha) + Q(\alpha)', \quad \Gamma_{12} = \theta(W(\alpha) - A_\delta(\alpha)Q + Q'),$$

$$\Gamma_{22} = -\theta^2(A_\delta(\alpha)Q + Q'A_\delta(\alpha)' - X(\alpha)) - \theta V(\alpha),$$

$$\Gamma_{23} = \theta V(\alpha) - \theta^2(B_\delta(\alpha)Z + Q'A_\delta(\alpha)'),$$

$$\Gamma_{33} = -\theta V(\alpha) - \theta^2(B_\delta(\alpha)Z + Z'B_\delta(\alpha)' + X(\alpha)),$$

então o sistema de malha fechada (2.16) é assintoticamente estável com $K = ZQ^{-1} = [K_i \quad K_p]$.

Observação: Nos Teoremas 2 e 4, para estabelecer a estrutura (2.14) algumas restrições devem ser impostas nas variáveis que sintetizam o ganho de realimentação de estado. No Teorema 2, deve-se impor a matriz de Lyapunov como diagonal e Z com a mesma estrutura de K . Essa consideração torna a matriz de Lyapunov muito restritiva. Para o Teorema 4 a restrição é imposta na variável de folga Q e possibilita a matriz de Lyapunov ser dependente de parâmetro, o que reduz o conservadorismo da condição.

Uma alternativa para relaxar a estrutura diagonal em Q no Teorema 4 é projetar o ganho K em duas etapas:

- 1) Resolve-se o Teorema 4 impondo a estrutura de K em Z e sem restrições em Q .
- 2) Resolve-se novamente o Teorema 4 com Q encontrado na etapa 1 e defina $Z = KQ$, em que K é a variável de decisão com a estrutura desejada.

3. Características do Processo de Moagem

O processo de moagem em muitos casos apresenta controle ineficiente gerando moagem em excesso do material e grandes gastos energéticos (CRAIG e MACLEOD, 1995; REIS, 2018). Parte desses problemas podem estar associados a dificuldades de modelagem. São apresentados neste capítulo um descritivo do processo de moagem, as variações e as incertezas associadas aos equipamentos e a modelagem do processo. Ao final, são apresentados três processos que são utilizados neste estudo.

3.1. Descrição do Processo de Moagem

Na indústria mineral, a cominuição é iniciada no desmonte do minério, quer seja com explosivos ou outros métodos. Nas usinas, a cominuição de minérios se dá, predominantemente, nas etapas de britagem e moagem, de forma a gerar produtos que atendam as especificações para liberação de minerais, aumento de área específica, adequação para transporte ou mesmo comercialização direta (DA LUZ *et al.*, 2018).

A moagem é o último estágio do processo de cominuição. Nessa etapa, as partículas são reduzidas a um tamanho adequado à liberação do mineral de interesse, geralmente, a ser concentrado nos processos subsequentes ou a uma granulometria requerida a um produto comercial, pela combinação de forças de impacto, compressão, abrasão e atrito. Cada minério tem um tamanho ótimo para ser moído, dependendo de muitos fatores, incluindo a distribuição do mineral útil na ganga¹ e o processo de separação que vai ser usado em seguida (DA LUZ *et al.*, 2018).

Um circuito típico de moagem e classificação na mineração está ilustrado na Figura 3.1. A alimentação de um moinho a úmido consiste tipicamente de quatro elementos. Os sólidos, que são o produto do processo de britagem e têm granulometria superior a 10 mm, água de processo, corpos moedores² e o *underflow* dos hidrociclones. O *underflow* é a saída do hidrociclone que contém a maior parte das partículas grossas que foram separadas no hidrociclone. No moinho, os sólidos são reduzidos a granulometria inferior a 10 mm pelos corpos moedores. A saída do moinho possui um tanque que recebe a polpa, mistura de água com sólidos que é bombeada para hidrociclones que separam as partículas minerais por densidade e tamanho. As partículas menos densas e menores são direcionadas para o *overflow*, saída do hidrociclone que contém a maioria das partículas finas e que foram classificadas, e, posteriormente, para o processo de flotação. As partículas mais pesadas e mais densas retornam para o moinho para serem novamente moídas até chegarem a uma granulometria inferior a 10 mm e seguirem para a flotação na etapa de concentração.

A seguir, apresentam-se os três principais equipamentos da moagem que são citados

¹O mineral ou conjunto de minerais não aproveitados de um minério.

²Tipicamente, bolas ou barras de aço utilizadas na cominuição de minérios.

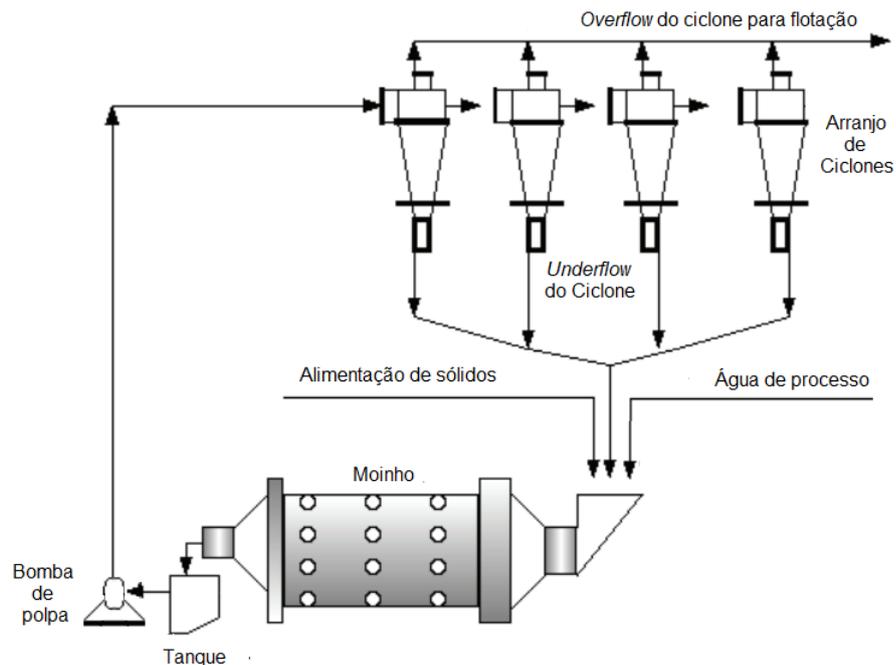


Figura 3.1: Diagrama esquemático de um circuito de moagem e classificação. Adaptado de (PERES, 2002).

como mais importantes e que possuem variações nos parâmetros.

Moinho de Bolas

O moinho de bolas é largamente utilizado na mineração de ferro. Na moagem via úmida, que é uma das características do circuito de moagem estudado, o material é misturado com água suficiente para formar uma polpa na entrada do moinho. Das variáveis de processo importantes desse equipamento, podem-se destacar a potência do motor e o percentual de sólidos da polpa que alimenta o moinho. O percentual de sólidos é controlado com a adição de água na alimentação, que depende da granulometria do material da alimentação e do tipo do moinho. O controle da potência do moinho é comumente realizado a partir da adição de bolas para regular a potência ideal de operação sempre que a potência ficar abaixo de um limite estabelecido (LUZ *et al.*, 2010).

Hidro ciclones

Segundo LUZ *et al.* (2010), as propriedades geométricas do ciclone, as propriedades físicas dos materiais que compõem a polpa e as condições operacionais são fatores que influenciam no desempenho do equipamento. As variáveis operacionais dos ciclones que podem ser controladas para seu melhor desempenho na classificação são o percentual de sólidos e a pressão da alimentação. O percentual de sólidos influencia significativamente o diâmetro de corte e a pressão, a qual, por sua vez, pode ser controlada a partir da abertura ou fechamento de ciclones.

Bombas de Polpa

Os equipamentos auxiliares presentes no processo de moagem são as bombas centrífugas que podem aparecer na alimentação e descarga do moinho, acoplada em uma caixa de polpa (REIS, 2018).

A principal variável para o controle desses equipamentos são a vazão no recalque e a velocidade. Nas plantas de beneficiamento mais modernas, as bombas possuem inversores de frequência que possibilitam a variação da velocidade. Assim, o sistema de controle das bombas centrífugas tem o objetivo de manter uma vazão de polpa estável por meio da variação da velocidade (REIS, 2018).

Variações na Moagem

O moinho de bolas é o principal equipamento do processo e as variações que ocorrem nele afetam fortemente a moagem. Em Rockwell Automation (2016), citam-se as principais variações no processo que podem ocorrer: comportamento oscilatório; desvio de *set-point*; controle ineficiente da qualidade do produto (granulometria); desgaste desnecessário do moinho (aço com aço) e o moinho não operando com máxima eficiência energética. Cita ainda que os objetivos do controle na moagem são o controle da granulometria do produto próximo a P_{80} (é a abertura em μm de uma peneira que permite a passagem 80% da massa do produto) manter a pressão de entrada no hidrociclone abaixo dos limites toleráveis; manter nível do reservatório dentro da faixa de operação e manter a corrente da bomba de circulação abaixo dos limites.

3.2. Modelos Incertos na Moagem

Os processos de liberação mineral são de difícil modelamento devido à complexidade das texturas mineralógicas que ocorrem naturalmente e à complexidade associada aos processos de fraturamento que aparecem quando o tamanho de partícula do minério é reduzido (CRAIG, 2012).

Craig e MacLeod (1995) discorre sobre alguns modelos que devem considerar as incertezas que formam o conjunto de todas as possíveis variações da planta que podem ocorrer na prática em circuitos de moagem.

Modelos matemáticos propostos na literatura para aplicações em ciclones são apenas aproximações da realidade física e, por isso, possuem limitações, o que quer dizer que erros de dados medidos são incluídos no modelo e, conseqüentemente, na previsão gerada (SILVA, 2014).

Craig (2012) discorre que os circuitos de moinhos SAG são geralmente difíceis de controlar devido à presença de fortes distúrbios externos, modelos de processos ruins e indisponibilidade de medições de variáveis importantes do processo. Além disso, é difícil controlar de forma independente variáveis importantes, como o granulometria do produto final, taxa de

transferência e densidade do produto final, porque o controle independente da quantidade, tamanho e dureza da moagem média no moinho não é possível. Alterações na dureza e tamanho, portanto, introduzem distúrbios significativos que exigem o uso de controle realimentado para que a planta opere com eficiência.

As incertezas da planta, segundo Craig e MacLeod (1995), são um problema nos sistemas MIMO, pois não é possível precisar onde exatamente as incertezas ocorrem, nas entradas do sistema ou nas saídas do sistema, o que dificulta a síntese de controladores para sistemas precisamente conhecidos.

Alterações na distribuição do tamanho de alimentação da ROM (do inglês, *run of mine*) e dureza do material são as principais causas do grande número de incertezas em modelos de moagem Craig e MacLeod (1995).

3.3. Modelos de Processo de Moagem

Essa seção retrata modelos de circuitos de moagem os quais apresentam incertezas no modelo e no processo. São detalhados os processos que serão utilizados como exemplos para testes de controladores neste trabalho referenciados como robustos, pois são independentes dos parâmetros incertos do modelo.

3.3.1. Processo de Moagem descrito por Ivezić e Petrović (2003)

O modelo estudado em Ivezić e Petrović (2003) trata do circuito de moagem da mina de cobre de Majdanpek, Sérvia.

O circuito é exibido na Figura 3.2 e consiste em dois moinhos de bolas primários e dois moinhos de bolas secundários fechados por hidrociclones. Além disso, no circuito secundário existem duas células de flotação unitária que impedem o excesso de material grosso e material flotado de alta densidade.

Em seu estudo, Ivezić e Petrović (2003) consideram incertezas de $\pm 10\%$ nos elementos da matriz de transferência que caracteriza o processo. Portanto, introduzindo esse modelo de incerteza, formalmente, todas as outras matrizes de transferência que poderiam ser usadas como modelo do sistema são abordadas.

A dinâmica do processo pode ser representada pelo modelo multivariável

$$\begin{bmatrix} \Delta GPF \\ \Delta VAH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0,9362}{1164s + 1} e^{-350s} & \frac{10,252 + 2,819 \times 10^{-3}}{80218s^2 + 652s + 1} e^{-200s} \\ \frac{36,49}{792s + 1} & \frac{1,1405}{179s + 1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta TAS \\ \Delta AAH \end{bmatrix}$$

em que as variáveis manipuladas do sistema multivariável são (i) taxa de alimentação de sólidos

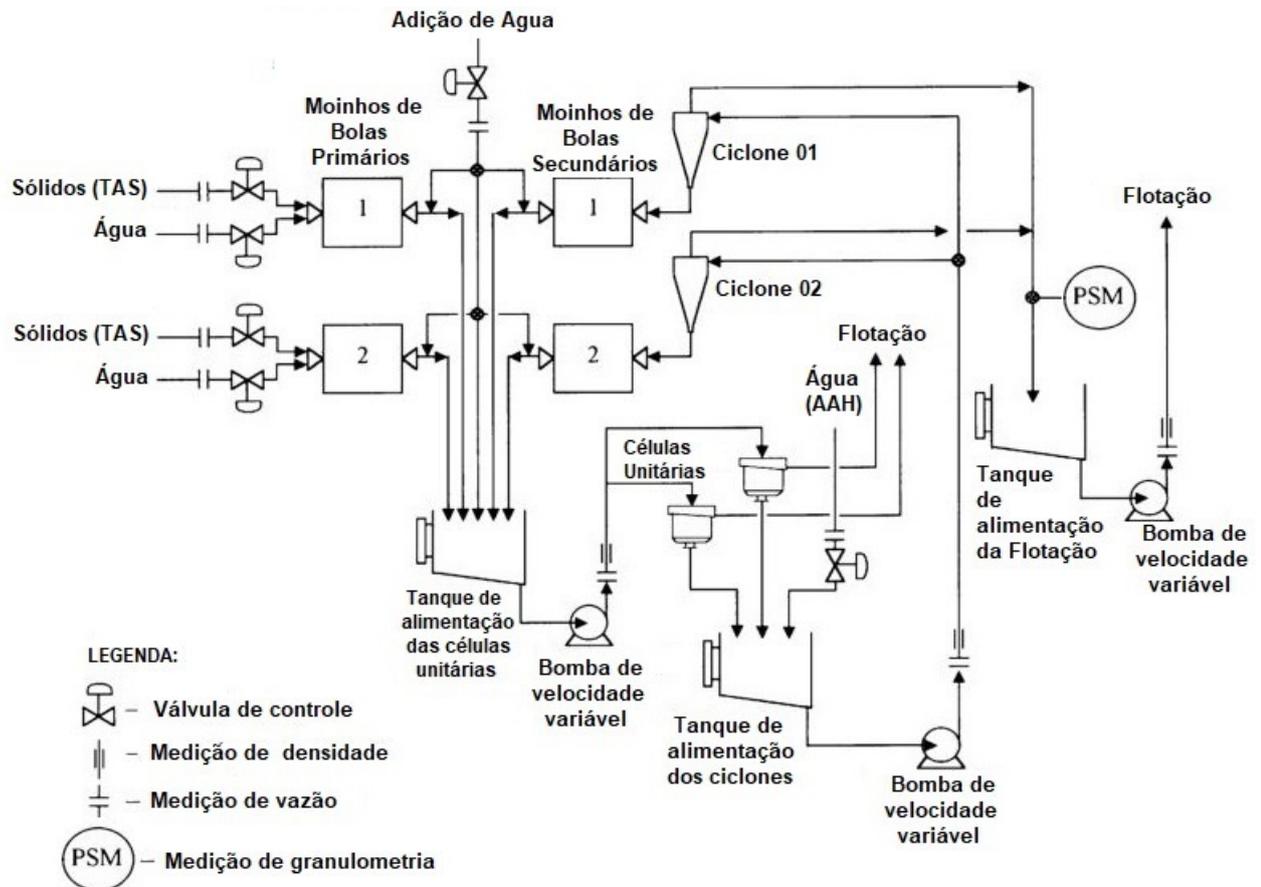


Figura 3.2: Diagrama esquemático circuito de controle de planta de moagem. Adaptado de Ivezic e Petrovic (2003).

- Δ TAS (juntamente com a sua diluição por água) e (ii) adição de água no hidrociclone - Δ AAH. As variáveis controladas dos processo são (i) granulometria do produto final - Δ GPF e (ii) vazão de alimentação do dos hidrociclones - Δ VAH.

3.3.2. Processo de Moagem descrito por Craig (2012)

O processo descrito por Craig (2012) é retratado no diagrama do circuito de moagem da Figura 3.3. Cerca de 100 t de minério de ouro são moídos por hora pelo circuito para produzir um material contendo cerca de 70% a 75% de material com granulometria menor que 75 μ m. A usina que recebe a ROM é operada em circuito fechado com um hidrociclone e o produto é bombeado para espessadores. A polpa de minério é descarregada do moinho para um tanque, onde é misturada com água e depois bombeada para um hidrociclone. O *underflow* do ciclone, a água adicional e minério lavrado alimentam o moinho.

Existem controladores PI nas malhas internas do processo os quais podem ser considerados controladores ‘escravos’ que recebem referências de um controlador multivariável operando em um nível supervisor. Esse processo é caracterizado como multivariável e fortemente acoplado (HULBERT, 1990). As variáveis manipuladas desse sistema multivariável são (i) taxa de

adição de água no tanque - ΔAAT , (ii) taxa de alimentação de sólidos no moinho - ΔTAS , (iii) alimentação do hidrociclone - ΔADH . As variáveis controladas do processo por sua vez foram estabelecidas como (i) granulometria do produto final - ΔGPF , (ii) carga do moinho - ΔCDM e (iii) nível do tanque de polpa - ΔNTP . O modelo identificado para o sistema é descrito por

$$\begin{bmatrix} \Delta GPF \\ \Delta CDM \\ \Delta NTP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0,105}{83s+1}e^{-65s} & \frac{-0,082}{1766s+1}e^{-80s} & \frac{-0,0575}{167s+1}e^{-460s} \\ \frac{-0,0468}{1864s+1}e^{-140s} & \frac{0,000122}{s} & \frac{0,115}{1981s+1}e^{-120s} \\ \frac{0,00253}{s} & 0 & \frac{-0,00299}{s} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta AAT \\ \Delta TAS \\ \Delta TAH. \end{bmatrix}$$

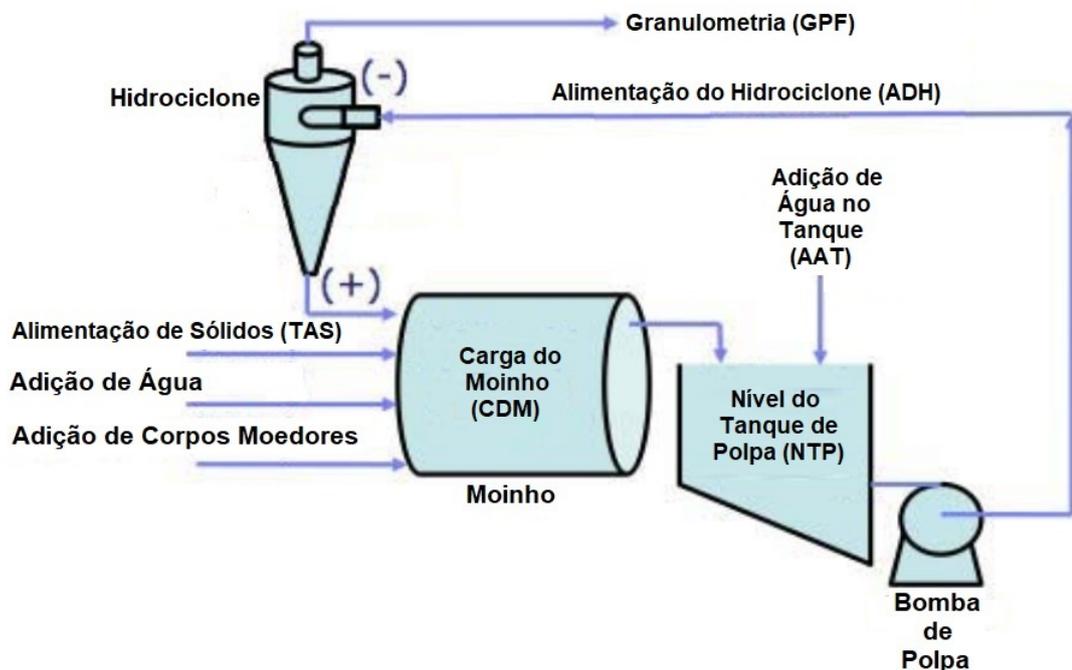


Figura 3.3: Diagrama esquemático circuito de controle de planta de moagem. Adaptado de (CRAIG, 2012).

Craig (2012) descreve que grandes incertezas estão associadas a alguns parâmetros da função de transferência do circuito estudado. Essas incertezas chegam a valores máximos de 65% de variação em algumas funções de transferência ao se comparar com o sistema precisamente conhecido.

3.3.3. Processo de Remoagem da Samarco descrito por Reis (2018)

Reis *et al.* (2018) descreve o processo de moagem da Samarco, também chamado de moagem secundária, ou remoagem. O processo é alimentado pelo concentrado do circuito de flotação com uma vazão nominal de 1455 t/h por linha.

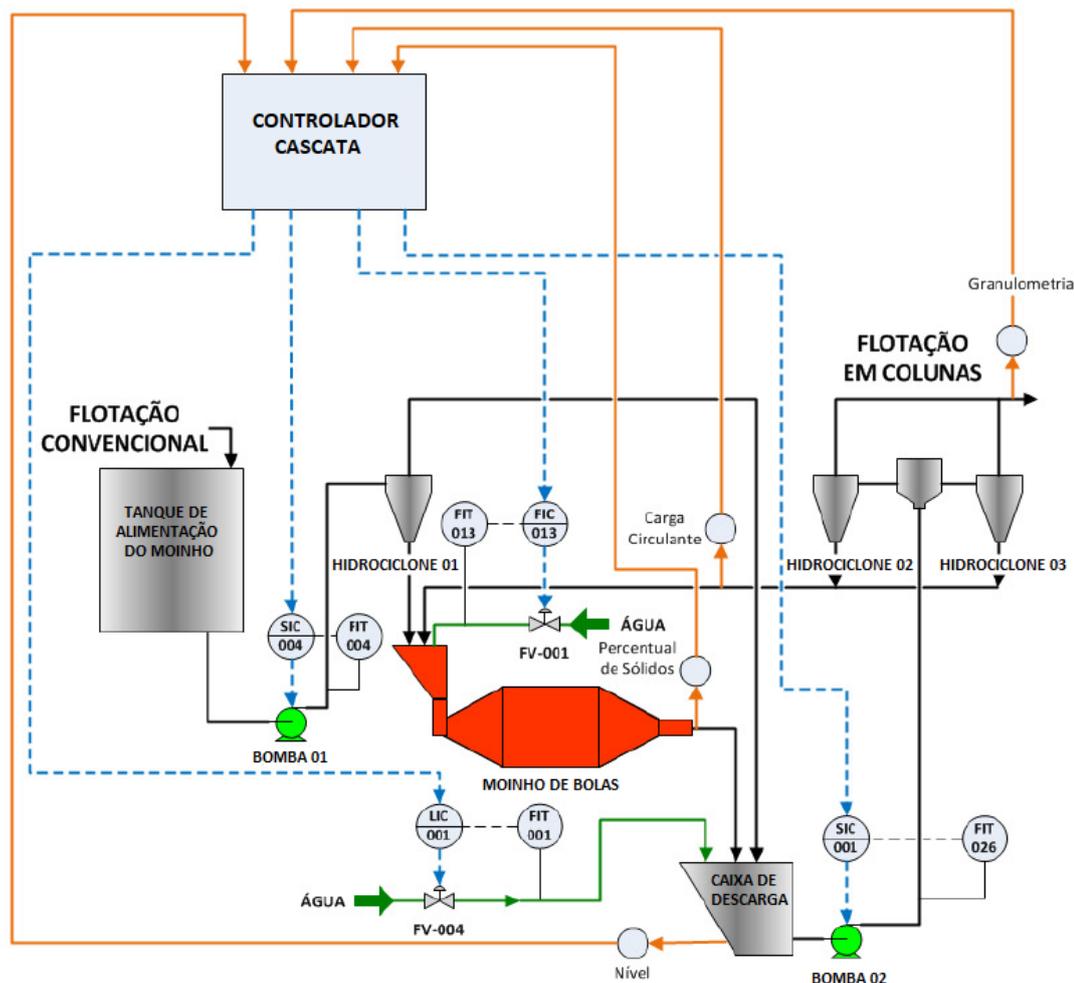


Figura 3.4: Diagrama esquemático do controle em cascata aplicado ao circuito de remoagem. Adaptado de (REIS, 2018).

Os dois moinhos trabalham em paralelo, em circuito inverso com ciclones de 0,25 m (10”). A pré-classificação é feita em circuito aberto por meio de uma bateria com 18 ciclones, onde o número de ciclones em operação depende da pressão na alimentação. Na Figura 3.4 é mostrado um fluxograma do processo de remoagem da Samarco no qual se destacam o moinho de bolas, os hidrociclones 01, 02 e 03 e as bombas de polpa 01 e 02. O novo circuito de remoagem da Samarco proposto por Reis (2018) trata o controle do processo por um circuito em cascata nos quais as malhas internas controlam vazão e as malhas externas, na camada supervisória, geram referências para as malhas internas. As quatro malhas para o controle de vazão são malhas de um processo SISO e utilizam controladores PI. As malhas são identificadas como SIC-004, que controla a vazão da bomba 01; a malha FIC-013, que controla vazão de água no moinho de bolas; a LIC-001, que controla o nível da caixa de descarga e; por fim, a malha SIC-001 que controla a vazão da bomba 02.

As malhas externas do processo têm o objetivo de controlar a granulometria do produto final e a redução da moagem em excesso do material. Essa parte do sistema é caracterizada como MIMO, pois as variáveis possuem forte acoplamento entre elas e têm, portanto, influência

de umas nas outras. As variáveis controladas foram definidas como (i) percentual de sólidos no moinho (%) - ΔPS , (ii) carga circulante (t/h) - ΔCC , granulometria do produto final (% - 325 mesh) - ΔGPF e nível da caixa da descarga do moinho (%) - ΔNCM . Logo, as variáveis manipuladas para a malha externa são as referências (SP) das malhas de controle de vazão existentes. São apresentadas as funções de transferência identificadas em Reis (2018) para a malha externa, as quais são dadas por

$$\begin{bmatrix} \Delta PS \\ \Delta CC \\ \Delta GPF \\ \Delta NCM \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0,032}{(2,307s+1)(2,307s+1)} e^{-3s} & \frac{-0,467}{25,385s+1} e^{-3s} \\ \frac{-0,089}{27,692s+1} e^{-9s} & \frac{-0,003}{4,615s+1} e^{-95s} \\ \frac{0,018}{(33,058s+1)(8,48s+1)} e^{-3s} & \frac{0,156}{36,923s+1} e^{-15s} \\ \frac{1,935}{(142,76s+1)(51,083s+1)} e^{-3s} & \frac{0,044}{(128,918s+1)(39,543s+1)} e^{-54s} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{-0,041}{(41,011s+1)(5,143s+1)} e^{-6s} & \frac{0,172}{39,231s+1} e^{-3s} \\ \frac{-0,038}{(28,049s+1)(1,951s+1)} e^{-3s} & \frac{0,927}{23,077s+1} e^{-3s} \\ \frac{-0,017}{(32,354s+1)(9,185s+1)} e^{-15s} & \frac{0,156}{27,692s+1} e^{-3s} \\ \frac{0,396}{(132,864s+1)(56,367s+1)} e^{-15s} & \frac{-1,265}{(127,877s+1)(61,354s+1)} e^{-15s} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta SP-SIC-004 \\ \Delta SP-FIC-013 \\ \Delta SP-LIC-001 \\ \Delta SP-SIC-001 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Reis (2018) explana três situações comuns na operação da planta que podem ser caracterizadas como incertezas do processo. A primeira que está relacionada à mudança do tipo de material na alimentação do moinho devido às diferentes lavras do minério, evento que ocorre rotineiramente, e outras duas que referem-se ao percentual de minério na polpa de alimentação.

3.4. Controladores PI em Processos de Remoagem

Ao realizar o controle no circuito de moagem, busca-se fazer com que as saídas dos processos controlados sigam as referências de controle e que estejam dentro de faixas de operação ótimas (ZHOU *et al.*, 2016). Uma grande porcentagem das indústrias ainda usa controladores PID ou apenas PI em seus circuitos de moagem. Entretanto, os controladores PID geralmente não conseguem lidar com variações de parâmetros, perturbações, ruídos, restrições nas variáveis e no controle de forma robusta, em comparação com outras técnicas.

Desvantagens dos controladores PI convencionais são apontadas por Zhou *et al.* (2008) que infere que controladores PI/PID MIMO convencionais, geralmente tornam-se lentos, le-

vando a desempenhos de controle insatisfatórios e o controle preciso do processo torna-se quase impossível na prática. Ivezić e Petrović (2003) afirma que controladores convencionais, ajustados para sistemas nominais obtidos a partir de uma condição operacional específica, oferecem desempenho adequado apenas para uma determinada faixa em torno do ponto de operação nominal. A principal desvantagem desses controladores é que eles não podem garantir o desempenho geral do sistema com condições operacionais variáveis.

Apesar das implementações avançadas de controle que o mercado oferece, o controle PID SISO ainda é de longe a tecnologia de controle mais empregada no controle de moinhos (CRAIG, 2012).

Existem várias razões que tornam importante e desafiador estudar o processamento de minerais e o controle de moinhos, em particular: os modelos de processo geralmente são ruins e o melhor que se pode esperar é um modelo que produz respostas razoavelmente precisas (CRAIG, 2012).

Devido a isso, as vantagens citadas para o controlador PID podem ser potencializadas e suas desvantagens podem ser minimizadas quando combinadas com outras técnicas e metodologias de controle de processos.

Estudos de caso como o realizado por Baeta *et al.* (2015) apresentam a utilização do PID com estratégia de controle preferencial com restrições de processo. É ressaltado que o controlador com as configurações supracitadas atende de maneira satisfatória a necessidade da usina de beneficiamento de minério em estudo.

Em outros estudos de casos, são combinados o controlador PID e Lógica *Fuzzy* para controle de um moinho em uma mina de cobre (ZHOU *et al.*, 2010). Para malha simples aplica-se o controle PID, mas para a malha complexa é aplicado controle em cascata adicionado a Lógica *Fuzzy*. Assim como em Zou *et al.* (2010) que relaciona a mesma combinação na qual o sistema usa a associação da Lógica *Fuzzy* com o controle PID.

Controladores FOPID (do inglês, *Fractional Order Proportional Integral Derivative*), método não convencional de sintonia de controladores PID, foram utilizados em Camacho *et al.* (2017). Algumas vantagens citadas como menores tempos de resposta e, conseqüentemente, menor atraso e maior estabilidade tornam o método mais vantajoso, se comparado ao tradicionais PID.

O PID pode ter características de um controlador robusto desde que a sua sintonia seja feita em uma técnica que proporcione resultados robustos ao PID. Ivezić e Petrović (2003) considera que o objetivo do projetista é obter um controlador que seja robusto as incertezas do modelo e funcione na planta real em uma situação real, a fim de alcançar o controle do processo.

O controle robusto aplicado ao processo de moagem foi estudado, por exemplo, por Su *et al.* (2009), por Ivezić e Petrović (2003), por Zhou *et al.* (2008) e por Galán *et al.* (2002). Em Su *et al.* (2009), os autores propõem dois controladores robustos para uma planta de moagem de carvão. O primeiro é baseado em RFN (do inglês, *Reverse Frame Normalized*) e o segundo baseado na norma \mathcal{H}_∞ . É proposto em Ivezić e Petrović (2003) o controle para

uma planta de moagem utilizando a metodologia da matriz inversa de Nyquist. É projetado um controlador ótimo robusto e introduzidas incertezas do modelo do circuito de moagem. A robustez do sistema multivariável realimentado é testada e comparada com diferentes controladores multivariáveis. Em seu estudo, Zhou *et al.* (2008) propõe um controlador por modelo interno desacoplado e multivariável para lidar com a complexidade do processo de moagem. Foram realizadas simulações para problemas de controle servo e regulador, além da capacidade de rejeição de distúrbios e robustez a incertezas do processo. Em Galán *et al.* (2002), os autores estudam o controle robusto em moinhos semiautógenos e apresentam um projeto de controle robusto para uma usina de moagem semi-autógena (SAG). São propostos controladores robustos que realizam um controle rígido sobre o consumo de energia do moinho SAG a partir do ajuste da taxa de alimentação ao moinho.

Pomerleau *et al.* (2000) apresenta um projeto no qual busca-se encontrar um algoritmo de controle e um procedimento de ajuste que tenha um desempenho robusto para um controle regulador e servo especificado. Sua primeira abordagem usa controladores PID descentralizados e métodos de ajuste que levam em consideração as interações da malha fechada. Outra técnica consiste em adicionar desacopladores ou pseudo-desacopladores aos controladores descentralizados. Ao fim, comparam-se as duas técnicas com o projeto de um controlador totalmente multivariável.

Em seu trabalho, Zhou e Chai (2011) propõe o controle em cascata para um circuito de moagem, no qual a malha interna é sintonizada com PID distribuído. A malha externa possui um controlador *feedforward* e um compensador realimentado que automaticamente ajusta as referências da malha interna na presença de incertezas significantes e distúrbios no circuito. É proposto para a malha externa um método de controle desacoplado estendido para 2 graus de liberdade ($2 - DOF$) e também é apresentado um método de aproximação de modelo baseado na técnica de resposta ao degrau por múltiplos pontos.

A Austrália Manta Controls Pty Ltd desenvolveu um *software* baseado em modelo chamado *Manta Cube* para controle avançado em circuitos de moagem. Este *software* de controle integra otimização de restrição baseada em modelo de tecnologia de controle desacoplado para suprimir as variações da composição do minério de alimentação e tamanho de partículas, de modo a estabilizar e otimizar a produção. A aplicação do *software* demonstrou uma melhoria de cerca de 6% no rendimento na taxa de moagem (ZHOU *et al.*, 2016).

Em uma pesquisa realizada por Wei e Craig (2009), as técnicas de controle mais usadas na indústria para o controle em processos de moagem são o controle PID, seguidos dos controladores MPC.

Desgastes devido ao uso do equipamento, a falta ou a manutenção precária e até mesmo uma modelagem ruim do processo real podem justificar a aplicação de um controlador robusto. Conclui-se, portanto, que a utilização de controladores PID robustos pode ser relevante para aplicação em processos de moagem.

3.5. Simulação do Processo de Remoagem

Légaré *et al.* (2016) afirma que a simulação do processo é uma ferramenta atraente para se projetar, avaliar e pré-comissionar estratégias de controle avançado. Afirma também que a programação feita por blocos permite simular várias situações com mais facilidade do que em plantas reais e ainda são flexíveis para modificações futuras ou atualizações de modelo.

Simuladores dinâmicos são mais apropriados para avaliar o impacto de variabilidade de entrada e desempenho de controle de processo (LÉGARÉ *et al.*, 2016). O *software* industrial de simulação de processos da Andritz Automation IDEAS™ é utilizado por Légaré *et al.* (2016) na simulação de um circuito dinâmico de moagem. Guerrero *et al.* (2016) utiliza o IDEAS™ como *software* de simulação de processos minerais. Publicações que também utilizam o IDEAS™ em processos de mineração são Magalhães e Euzébio (2018) e Lopes Jr *et al.* (2018). Outro *software* empregado neste estudo e amplamente utilizado como simulador e controlador de processo é o MATLAB/Simulink® do qual Guerrero *et al.* (2016) utiliza em um processo de controle de um moinho SAG e realiza a interface entre IDEAS™ e MATLAB/Simulink® via OPC.

Kallembach (2012) apresenta em seu trabalho um sistema de Controle Preditivo Linear visando a otimização do processo de moagem contendo moinho de bolas e classificador dinâmico. Acrescenta ainda que a modelagem e simulação do processo foi implementada nos *software* MATLAB/Simulink®.

Parte do desenvolvimento deste trabalho será realizado em simulações que integram IDEAS™ e MATLAB/Simulink® para avaliar os resultados da malha interna do processo descrito por Reis (2018) e outra parte irá avaliar os resultados da malha externa utilizando simulação dinâmica dos modelos apresentados em Ivezić e Petrović (2003), Craig (2012) e Reis (2018) via MATLAB/Simulink®

4. Projeto de Controladores PI para Sistemas SISO

Empregando LMI para um Processo de Moagem

O problema a ser resolvido neste capítulo consiste em determinar ganhos K_p e K_i para um controlador PI em um circuito de retroalimentação negativa que controle as malhas internas do circuito de moagem de Reis (2018) descrito na Seção 3.3.3. São discutidas cinco metodologias para o cálculo dos ganhos, dentre as quais três metodologias são clássicas e as outras duas são robustas.

4.1. Descrição e Modelagem da Malha Interna do Sistema

A identificação das malhas foi realizada com erro máximo de 8,5% para o pior caso e resultou em modelos de primeira ordem que apresentam pequenos atrasos de transporte na ordem de 2 s, descritos genericamente por

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}, \quad (4.1)$$

em que θ é o atraso de transporte, K é o ganho do sistema e τ é a constante de tempo do modelo. Os modelos das malhas estão listados na Tabela 4.1. Para a identificação dos modelos,

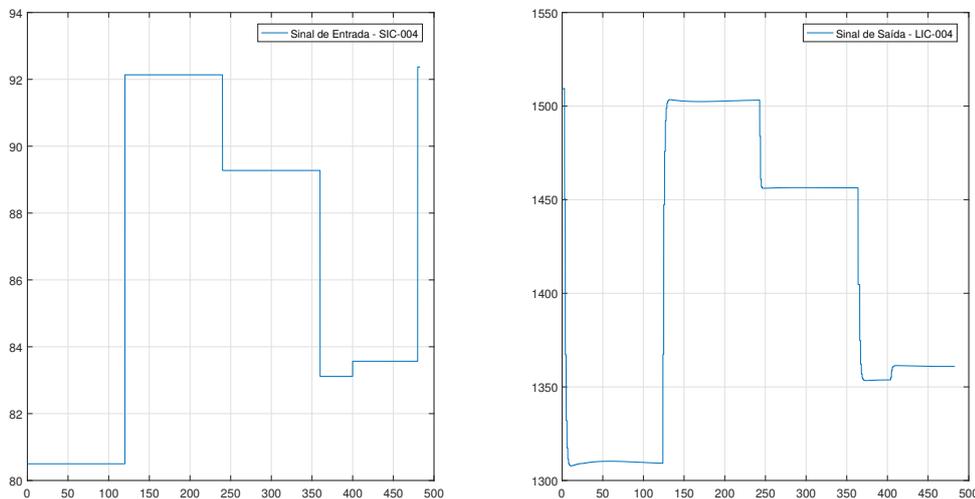


Figura 4.1: Sinal randômico utilizado para identificação da malha SIC-004.

foi utilizando um sinal randômico aplicado ao modelo desenvolvido e validado do IDEASTM por Reis (2018) e a identificação de sistema via *System Identification* do MATLAB[®]. O sinal randômico aplicado na identificação da malha SIC-004 está ilustrado na Figura 4.1. A validação da identificação da malha SIC-004 pode ser observada na Figura 4.2. Confirmou-se o descrito

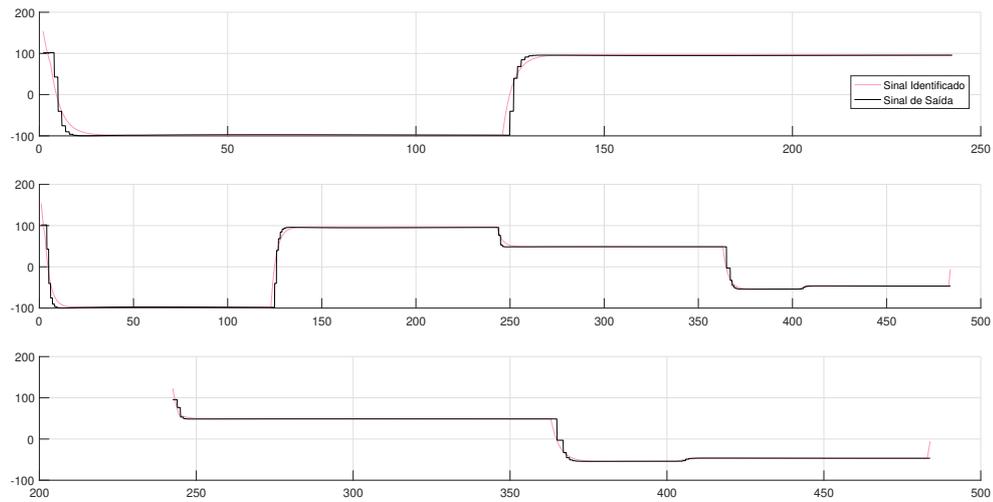


Figura 4.2: Sinal identificado e validações para malha SIC-004.

por Reis (2018) que parte dos problemas de controle na moagem estão ligados a sistemas com atrasos de transporte. Os modelos apresentados na Tabela 4.1 foram utilizados para o cálculo dos ganhos dos controladores. Essas malhas estão ilustradas na Figura 3.4.

Tabela 4.1: Modelos identificados para as malhas internas estudadas.

Malha	Função de Transferência
SIC-004	$\frac{16,7608}{2,7174s + 1} e^{-2s}$
FIC-013	$\frac{2,1045}{1,7895s + 1} e^{-1,8s}$
LIC-001	$\frac{11,6279}{1,0668s + 1} e^{-2,5s}$
SIC-001	$\frac{36,5620}{2,4522s + 1} e^{-2s}$

4.2. Sintonias Clássicas

Foram testadas as metodologias clássicas para a sintonia de controle de processos as quais estão descritas na Seção 2.3 . Os valores de sintonia dos ganhos do controlador PI estão apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Ganho dos Controladores Clássicos.

Malha	SIMC		ITAE		IMC-R	
	K_p	K_i	K_p	K_i	K_p	K_i
SIC-004	0,0739	0,0199	0,0463	0,0155	0,0203	0,0075
FIC-013	0,4733	0,1760	0,2770	0,1337	0,1181	0,0660
LIC-001	0,0531	0,0299	0,0231	0,0139	0,0092	0,0086
SIC-001	0,0315	0,0091	0,0193	0,0071	0,0084	0,0034

4.3. Sintonias Robustas

As sintonias robustas aplicadas nesta seção para o cálculo dos controladores empregam um procedimento de modelagem para representar funções de transferências incertas com atraso para um sistema politópico em espaço de estados, conforme indicado em (2.16) e (2.17). Os ganhos dos controladores PI são obtidos como um problema de realimentação de estados como em (2.18).

A sintonia robusta apresentada em Niculescu *et al.* (1997) e denominada como Robusto NF, garante a estabilidade para sistemas em malha fechada para atrasos de transporte suficientemente pequenos. As condições LMI utilizadas estão descritas no Teorema 1 assim como o modo de recuperação dos ganhos K_p e K_i . Semelhantemente, a sintonia proposta em Oliveira (2018) e intitulada como Robusto GT, é apresentada no Teorema 2 que também recupera os ganhos do controlador. Essas condições LMI são baseadas em um funcional de Lyapunov-Krasovskii e no Lema de Finsler.

Para ambas as metodologias, utilizaram-se os parâmetros K e τ apresentados em (4.1) e uma variação de 14% em relação aos modelos identificados e listados na Tabela 4.1. Definiu-se ainda uma região de alocação, de forma empírica, para os polos limitada por $\delta > 0,11$, ou seja, todos os polos são alocados à esquerda de $-0,11$. Além disso, empregou-se a representação em espaço de estados e a descrição dos politopos conforme proposto em (2.17) com $n = 1$ e $n_u = 0$, gerando politopos de quatro vértices.

Os ganhos K_p e K_i obtidos para as malhas apresentadas na Tabela 4.1 por meio das metodologias Robusto NF e Robusto GT são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Ganho dos Controladores Robustos.

Malha	Robusto NF		Robusto GT	
	K_p	K_i	K_p	K_i
SIC-004	0,0365	0,0143	0,0437	0,0162
FIC-013	0,1860	0,1150	0,2537	0,1301
LIC-001	0,0189	0,0195	0,0295	0,0170
SIC-001	0,0150	0,0065	0,0179	0,0071

4.4. Comparação das Metodologias Utilizadas e Resultados

Nesta seção, apresenta-se uma comparação de cinco metodologias apresentadas para o cálculo dos ganhos K_p e K_i para o sistema de moagem descrito como malha interna da Figura 3.4. A comparação entre os sinais foi realizada por meio de simulações de distúrbios e situações comuns que ocorrem na referida planta de moagem descrita por Reis (2018).

Descrito como experimento I, esse evento caracteriza-se pelo aumento do percentual de sólidos da polpa da alimentação da remoagem. O experimento II consiste em uma queda brusca da taxa de alimentação da usina. Finalmente, o experimento III descreve a variação da granulometria da alimentação da remoagem.

Tais eventos também foram modelados com o intuito de verificar a viabilidade de utilização de um controlador robusto nesse processo. Repetindo a mesma metodologia para a identificação dos modelos da planta, aplicação de um sinal PRBS, comparou-se o modelo em condições sem distúrbio, com os modelos nos quais os distúrbios ocorriam. Verificou-se que o percentual de incertezas dos experimentos com distúrbios quando comparados com a planta sem o distúrbio, variavam de 3% para o experimento I, 14% para o experimento II e 18% para o experimento III.

Esses experimentos também foram observados por Galán *et al.* (2002) em seu estudo. Ele cita que condições de operação em um circuito de moagem são frequentemente tais que a produção é significativamente reduzida devido aos efeitos das perturbações do processo, principalmente associadas com o minério de alimentação.

O processo foi simulado utilizando o modelo validado por Reis (2018) no *software* IDEASTM, o controle do processo foi realizado no *software* MATLAB[®] e a comunicação entre eles foi realizada via OPC. O tempo de simulação foi de 3500 s e igual para todos os experimentos, a amostragem dos dados foi de 0,1 s.

Notou-se que para as malhas 02 e 03 não houve variação significativa no desvio dos valores medidos em relação as referências. As oscilações dos valores medidos foram inferiores a 0,01% nos três experimentos. Por isso não estão listados neste estudo os resultados dessas malhas.

4.4.1. Experimento I

Os resultados do experimento I (aumento do percentual de sólidos da polpa de alimentação) aplicados à malha SIC-004 e à malha SIC-001, estão mostrados nas Figuras 4.3 e 4.5, respectivamente. Os sinais de controle para as respostas SIC-004 e SIC-001 estão apresentados, respectivamente, nas Figuras 4.4 e 4.6. A comparação dos resultados para a malha SIC-004 está apresentada na Tabela 4.4. Percebe-se que as metodologias robustas possuem tempo de acomodação aproximadamente iguais aos das metodologias clássicas não ultrapassando os limites inferior e superior de 2% do sinal de referência. Além disso, a metodologia Robusto NF possui

Tabela 4.4: Comparação das Metodologias – Experimento I – malha 01 (SIC-004).

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Tempo de acomodação	Igual	Igual
Sobressinal	0,12% da referência (RNF)	0,24% da referência (ITAE)
Alcance da referência	300s	170s
Outros	Poucas oscilações	Muitas oscilações

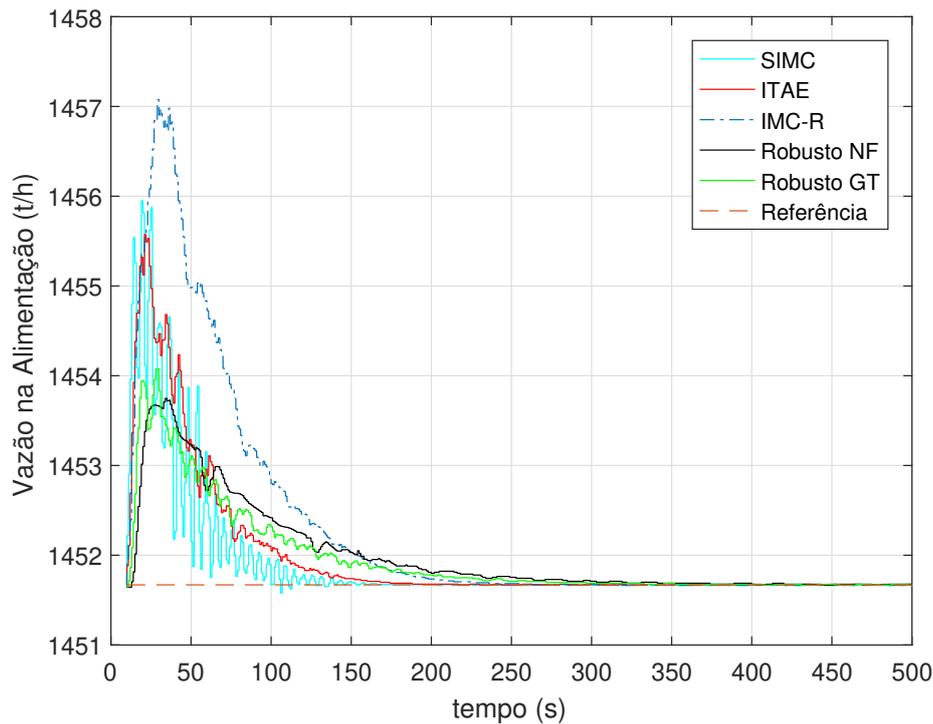


Figura 4.3: Resposta da malha SIC-004 ao experimento I para as metodologias utilizadas.

um sobressinal menor do que a metodologia clássica ITAE, os quais são os dois menores sobressinais para as sintonias robustas e clássicas, respectivamente. Percebe-se que, nesse caso, a metodologia Robusto NF obteve o menor sobressinal e a metodologia SIMC e ITAE foram as primeiras a alcançar a referência, apesar da metodologia SIMC apresentar muitas oscilações. A metodologia Robusto GT alcança a referência no instante 300 s enquanto a metodologia SIMC, no tempo 170 s.

Para a malha SIC-001 (Figura 4.5), cuja comparação está mostrada da Tabela 4.5, percebe-se que as metodologias robustas e clássicas possuem o mesmo tempo de acomodação e não ultrapassam os limites inferior e superior de 2% do sinal de referência. Nota-se também que as metodologias robustas alcançam a referência antes das metodologias clássicas. Outra observação é que as metodologias robustas possuem um sobressinal menor com relação a referência, considerando os melhores casos de cada representante, RNF e ITAE. Percebe-se que nesse caso

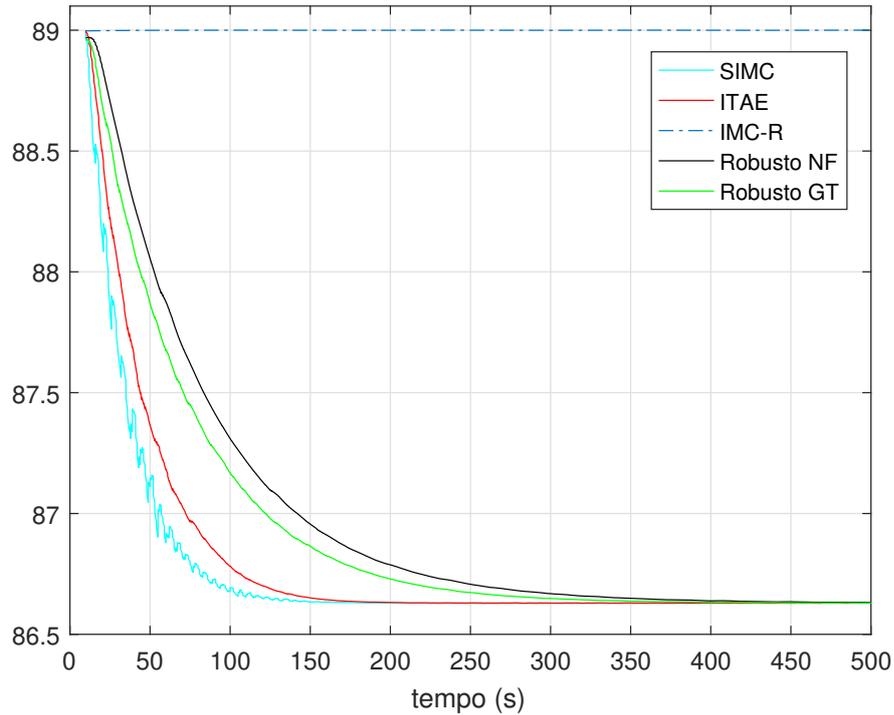


Figura 4.4: Sinal de controle para a resposta da malha SIC-004 ao experimento I para as metodologias utilizadas.

Tabela 4.5: Comparação das Metodologias – Experimento I – malha 04 (SIC-001).

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Tempo de acomodação	Igual	Igual
Sobressinal	0,02% da referência (RNF)	0,05% da referência (ITAE)
Alcance da referência	900s	1200s
Outros	Poucas oscilações, menor IAE, ITAE	Muitas oscilações

as metodologias Robusto NF e Robusto GT obtiveram resultados similares e que as metodologias ITAE e SIMC resultaram em sinais mais oscilatórios se comparados aos demais. O fato das sintonias clássicas alcançarem a referência, queda repentina ilustrada na Figura 4.5 próximo ao tempo 1200 s, deve-se a uma saturação que limita o sinal de controle e está evidenciado na Figura 4.6. Além dessas análises, são calculados os critérios de desempenho da integral do erro absoluto (IAE) (do inglês, *Integral Absolute Error*) e da integral do erro absoluto vezes o tempo (ITAE) (do inglês, *Integral Time Absolute Error*), os quais estão indicados na Tabela 4.6. Os valores permitem inferir que a sintonia Robusto GT, tem erros menores se comparada às demais para ambos os critérios.

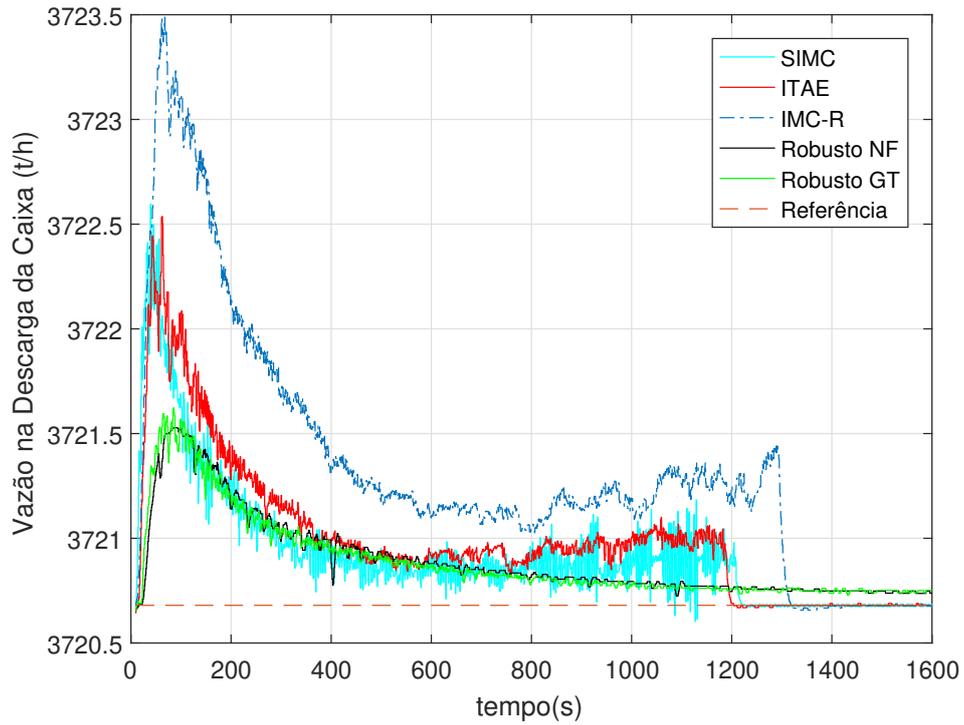


Figura 4.5: Resposta da malha SIC-001 ao experimento I para as metodologias utilizadas.

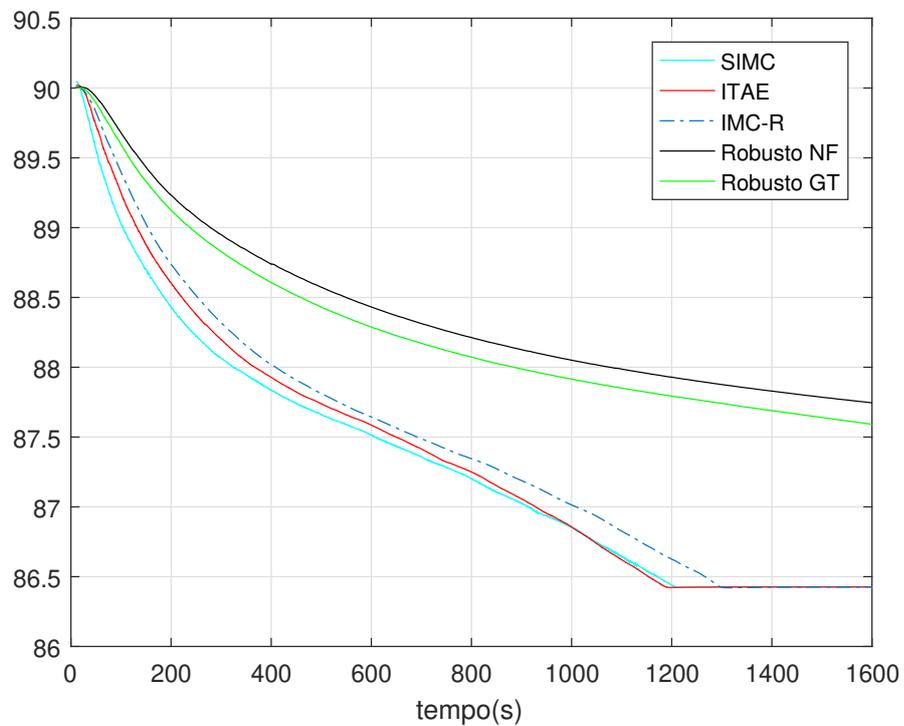


Figura 4.6: Sinal de controle para a resposta da malha SIC-001 ao experimento I para as metodologias utilizadas.

Tabela 4.6: Calculo do Erro Absoluto (IAE) para a Resposta SIC-001 - Experimento I.

Sintonia	SIMC	ITAE	IMC-R	Robusto NF	Robusto GT
IAE	0,2429	0,3076	0,6404	0,2122	0,2061
ITAE	989,1714	1,3214e+03	3,0395e+03	1,0105e+03	960,0352

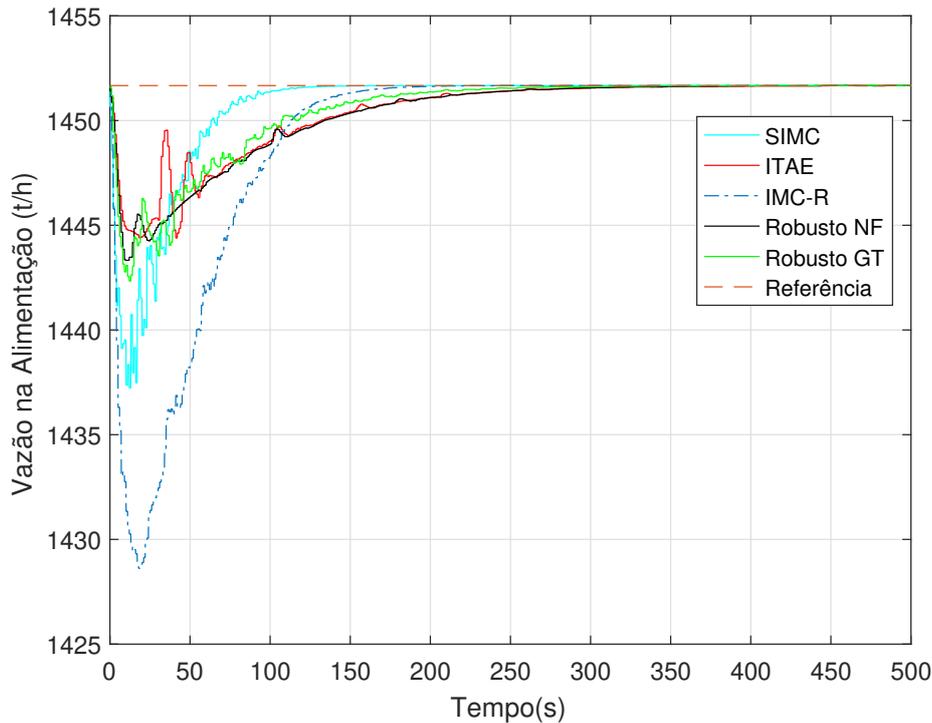


Figura 4.7: Resposta da malha SIC-004 ao experimento II para as metodologias utilizadas.

4.4.2. Experimento II

Os resultados do experimento II (queda brusca da taxa de alimentação da usina) aplicados à malha SIC-004 e a malha SIC-001, estão mostrados nas Figuras 4.7 e 4.9, respectivamente. O sinal de controle para as malhas SIC-004 e SIC-001 estão ilustrados nas Figuras 4.8 e 4.10.

Para a malha SIC-004 (Figura 4.7), nota-se que as metodologias robustas e clássicas não ultrapassam os limites inferior e superior de 2% do sinal de referência. A comparação das metodologias clássicas e robustas está exibida na Tabela 4.7. Outra observação importante refere-se ao sobressinal gerado pelos controladores robustos que é 0,58% enquanto para os clássicos 0,51% considerando o menor sobressinal dos dois tipos de metodologias. A metodologia clássica SIMC alcança a referência próximo de 150 s enquanto a metodologia Robusta GT alcança próximo ao tempo 275 s. As metodologias ITAE e SIMC apresentam sinais mais oscilatórios se comparadas as metodologias robustas.

Para a malha SIC-001 (Figura 4.9) e comparações na Tabela 4.8, percebe-se a neces-

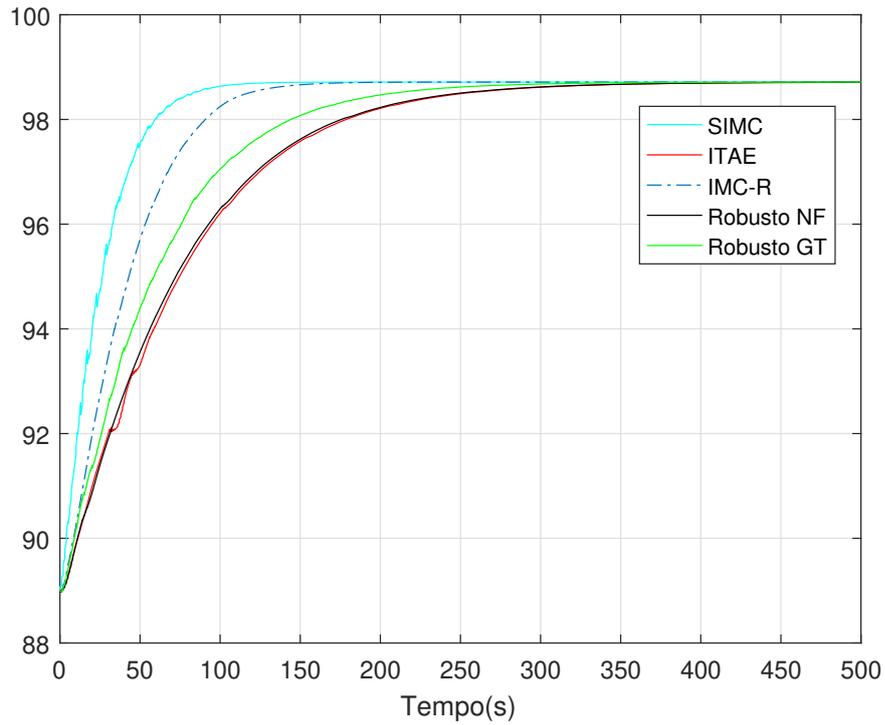


Figura 4.8: Sinal de controle para a resposta da malha SIC-004 ao experimento II para as metodologias utilizadas.

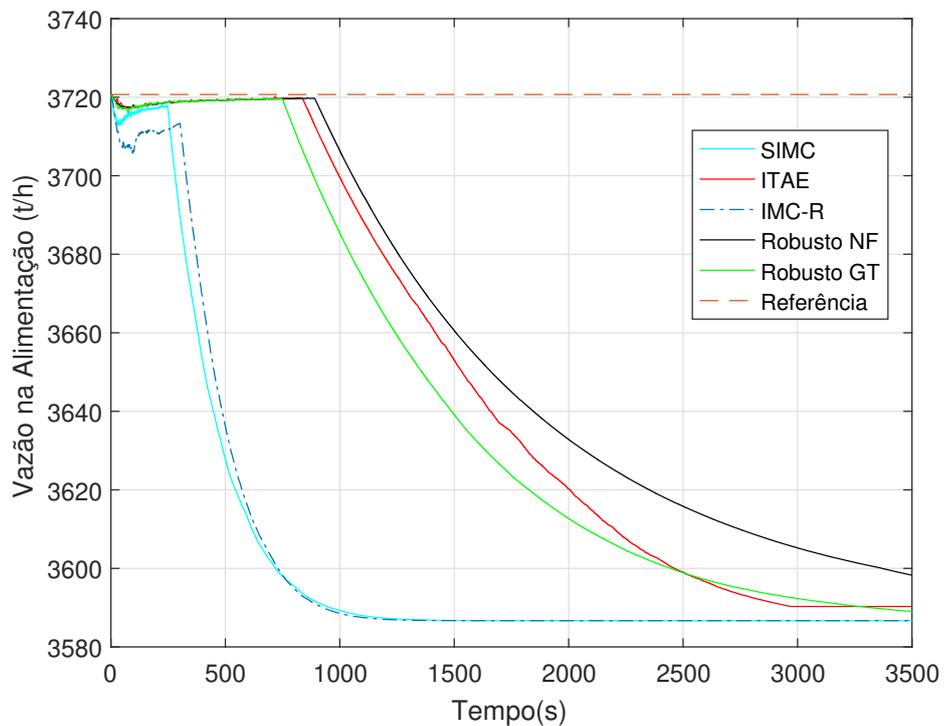


Figura 4.9: Resposta da malha SIC-001 ao experimento II para as metodologias utilizadas.

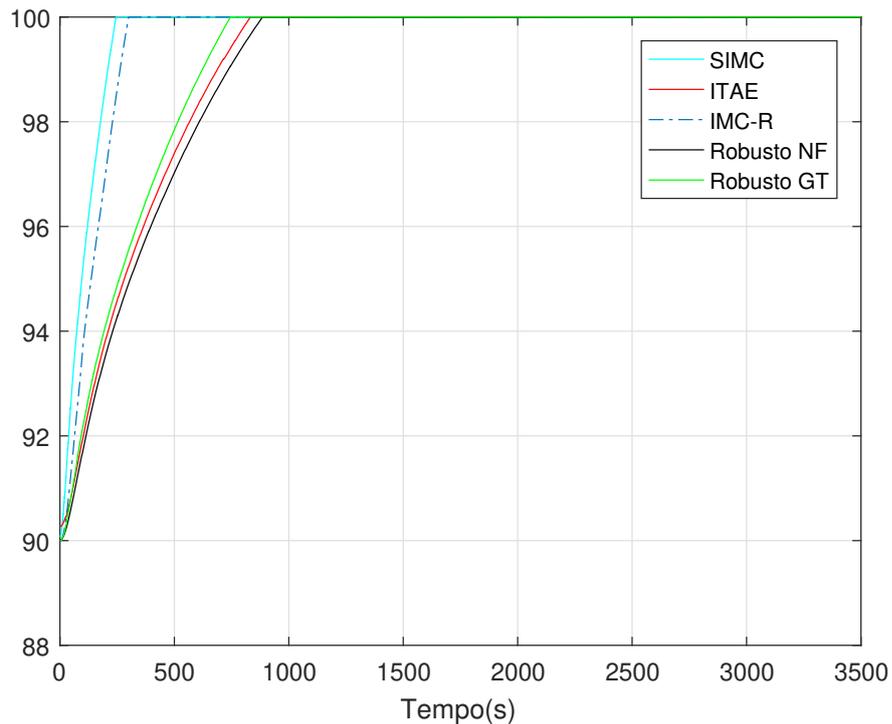


Figura 4.10: Sinal de controle para a resposta da malha SIC-001 ao experimento II para as metodologias utilizadas.

Tabela 4.7: Comparação das Metodologias – Experimento II – malha 04 (SIC-001).

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Tempo de acomodação	Igual	Igual
Sobressinal	0,58% da referência (RNF)	0,51% da referência (ITAE)
Alcance da referência	275s	150s
Outros	Poucas oscilações	Muitas oscilações

sidade da aplicação de um controle em cascata pois as sintonias aplicadas não são capazes de retornar o sinal para a referência exigida. Entretanto a metodologia Robusta NF é a que

Tabela 4.8: Comparação das Metodologias – Experimento II – malha 04 (SIC-001).

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Tempo de acomodação	-	-
Sobressinal	-	-
Alcance da referência	0s	900s
Outros	Controle Supervisório	Controle Supervisório

consegue manter por maior tempo a referência para à malha perdurando pelo período de 0 a 900 s. Observa-se a necessidade de um controle supervisorío que garanta o acompanhamento

da referência para essa malha.

4.4.3. Experimento III

O resultado do experimento III (variação da granulometria da alimentação) aplicado à malha SIC-001 é mostrado na Figura 4.11 e o sinal de controle retratado na Figura 4.12 e a comparação dos resultados na Tabela 4.9. O resultado da malha SIC-004 não está apresentado neste estudo pois as variações que ocorreram não foram significativas sendo inferiores a 0,01% do valor de referência e não justificando a análise desta malha. A análise do sobressinal indica que as metodologias robustas alcançaram números menores, em ambos considerou-se o menor sobressinal das metodologias testadas. Para essa malha as metodologias clássicas tornam o sinal instável a partir do tempo 1400 s enquanto as robustas mantêm a estabilidade até aproximadamente o tempo de 3500 s.

Para esse experimento especificamente a função de transferência que o modelou tinha variações de 18% se comparada ao modelo da planta. Pode-se inferir que neste caso, mesmo que a incerteza do sistema seja maior que a projetada é possível que o controlador robusto estabilize o sistema.

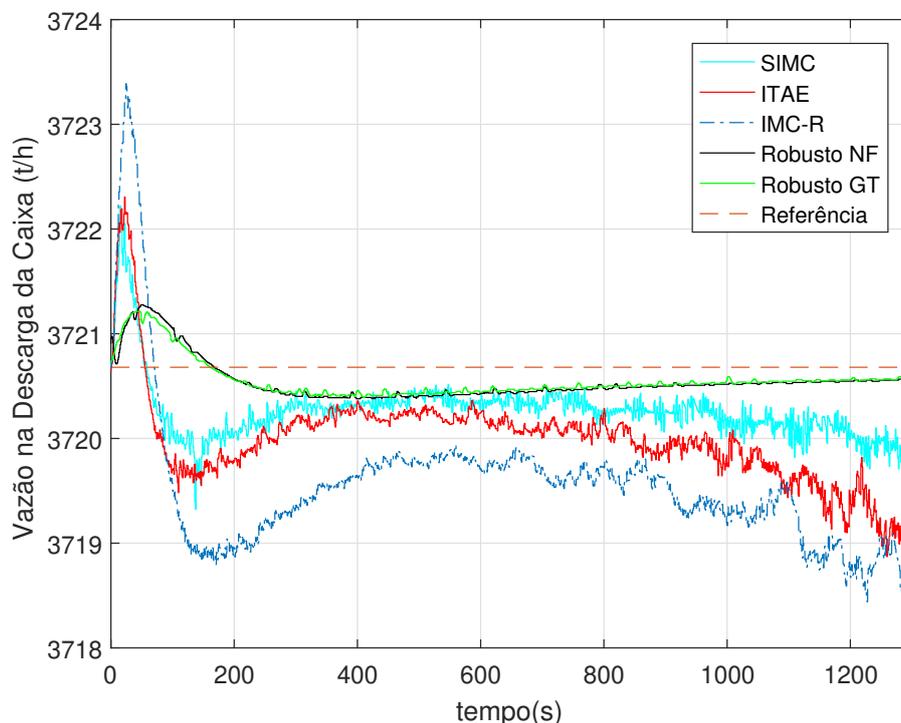


Figura 4.11: Resposta da malha SIC-001 ao experimento III para as metodologias utilizadas.

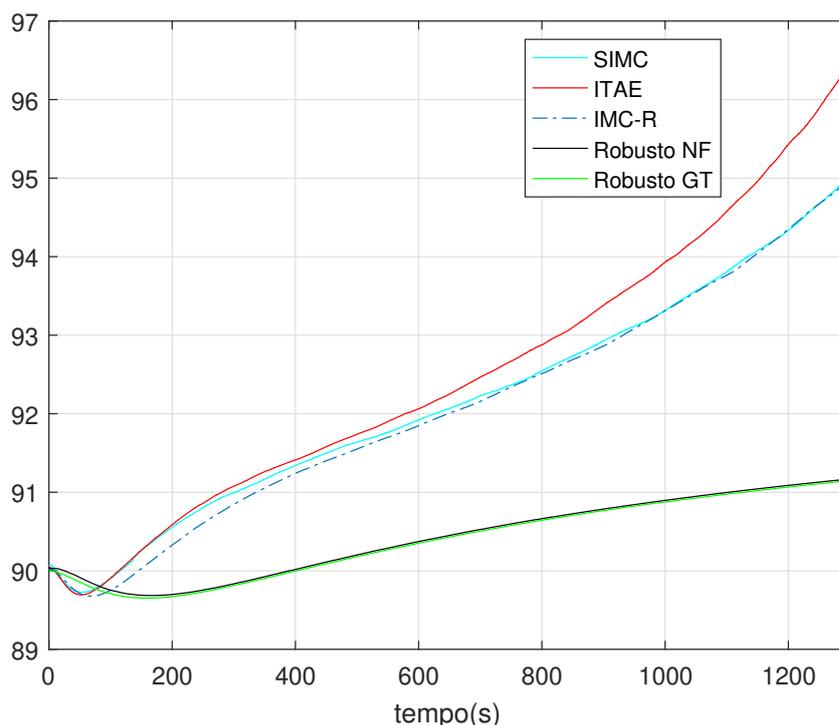


Figura 4.12: Sinal de controle para a resposta da malha SIC-001 ao experimento III para as metodologias utilizadas.

Tabela 4.9: Comparação das Metodologias Utilizadas e Resultados – Experimento III – Malha 04 (SIC-001).

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Tempo de acomodação	Igual	Igual
Sobressinal	0,01% da referência (RGT)	0,04% da referência (ITAE)
Alcance da referência	1400s	3500s
Outros	Variações de 18%	Variações de 18%

4.5. Conclusões Parciais

Foram propostos três experimentos que ocorrem na planta da Samarco e que podem ser caracterizados como incertezas do processo. Foram comparadas estratégias denominadas robustas e estratégias clássicas. A análise dos experimentos indica que os controladores robustos demonstram bom desempenho no amortecimento dos distúrbios. Notou-se que, de modo geral, os controladores robustos possuem menor sobressinal e tempo de acomodação menores que os controladores clássicos para processos que possuem incertezas ou variações no processo. Além disso, demonstrou-se que o processo pode ser aprimorado utilizando-se um controlador em cascata, como notado no experimento II, o qual gera valores de referência para as malhas internas permitindo o alcance da referência com maior precisão e rapidez.

5. Projeto de Controladores PI para Sistemas MIMO Empregando LMI para Processos de Moagem

Esse capítulo aborda a aplicação do controle robusto via LMI em três circuitos de moagem encontrados na literatura e com características semelhantes. A metodologia empregada para o cálculo dos controladores, uma comparação como sintonias clássicas e os resultados são discutidos nesta parte do estudo.

5.1. Metodologia para Realização dos Testes

Pretende-se avaliar a aplicação de controladores robustos para sistemas MIMO sujeitos a incertezas. Para tal aplica-se aos sistemas de moagem MIMO apresentados em Ivezić e Petrović (2003), Craig (2012) e Reis (2018) desacopladores estáticos que permitirão o uso sintonias projetadas para sistemas SISO. O projeto das sintonias robustas está baseado nas LMIs propostas nos teoremas 2-4.

Para o projeto de controlador para os circuitos de moagem MIMO propostos foram necessárias quatro etapas, descritas no fluxograma da Figura 5.1

A primeira consiste em projetar um desacoplador estático que torna o sistema em estado estacionário uma matriz diagonal e assim proporciona o uso de controladores SISO para cada malha. A escolha de desacopladores estáticos é justificada pois não interferem na dinâmica do processo, pois tem atuação somente no estado estacionário do sistema, logo, as incertezas das variáveis da planta ficam restritas ao processo e não ao desacoplador. O desacoplador estático foi projetado conforme Jin e Liu (2014).

A segunda etapa constitui-se em aproximar as funções $T_{ij}(s)$ com $(i, j = 1, 2, \dots, n)$ do sistema desacoplado em modelos de primeira ordem ou do tipo integrador os quais servem de base para o projeto dos controladores. Um exemplo do sistema com um desacoplador estático é retratado a seguir

$$T_{(i,j)}(s) = \begin{bmatrix} \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s} & 0 \\ 0 & \frac{K}{s} \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Na terceira etapa, foi calculado o modelo incerto para os circuitos de moagem. Aplicaram-se às funções de primeira ordem, segunda ordem e funções integradoras, que caracterizam os processos de moagem estudados nesse capítulo, variações α que caracterizarão os sistemas como incertos. As funções de primeira ordem, segunda ordem e integradora utilizadas para o cálculo dos sistemas incertos são apresentadas respectivamente a seguir,

$$\frac{K}{\tau(\alpha)s + 1}, \quad \frac{K}{\tau(\alpha)s + 1} e^{-\theta s}, \quad \frac{b_1(\alpha)s + b_0}{s^2 + a_0(\alpha)s + 1} e^{-\theta s}, \quad \frac{K}{s}. \quad (5.2)$$

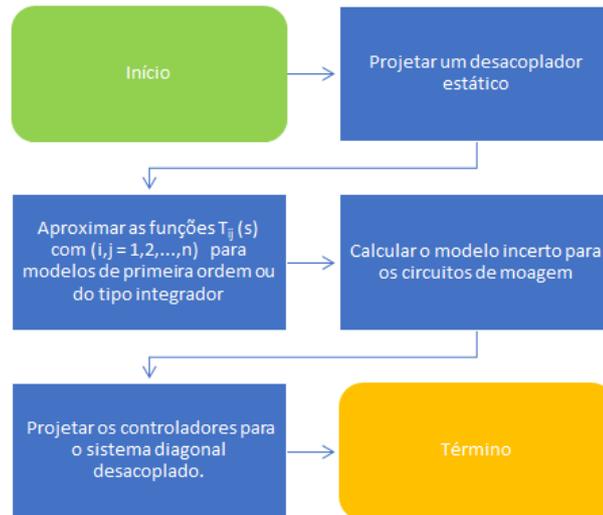


Figura 5.1: Fluxograma das etapas para projetar o controlador desacoplado.

A última etapa baseia-se em projetar os controladores para o sistema diagonal desacoplado, como em (5.1). Utilizam-se os teoremas 2-4 para o cálculo dos ganhos dos controladores robustos via LMI, essa sintonia foi nomeada RLMI. Foram calculados os ganhos para as sintonias IMC e SIMC descritas na Seção 2.3. As sintonias IMC e SIMC foram calculadas utilizando a Tabela 2.1. O valor de $\tau_c = 3\tau$, foi utilizado para a sintonia IMC como sugerido por Seborg *et al.* (2017) para caracterizar um controlador como robusto. Na sintonia SIMC foi utilizado τ_c igual a $\tau/3$, que dá características agressivas ao controlador conforme Seborg *et al.* (2017).

São realizadas simulações dos processos por meio do *software* MATLAB/Simulink[®] no qual buscou-se avaliar o controlador respondendo ao controle servo e ao controle regulatório também estudado por Pomerleau *et al.* (2000). Além dessa avaliação, é proposta a avaliação da capacidade de robustez dos controladores ante às incertezas que podem ocorrer no processo ou do modelo conforme discutido na Seção 3.2.

Os sistemas estudados apresentam um diagrama de blocos semelhante ao apresentado na Figura 2.3.

5.2. Avaliação do Controle Robusto via LMI para o Processo Descrito em Ivezic e Petrovic (2003)

Esta seção discute o projeto de controlador para o circuito de moagem MIMO proposto por Ivezic e Petrovic (2003), apresentado na Seção 3.3.1 e os resultados da avaliação das respostas dos controladores à ocorrência de distúrbios nos sinais de controle e a mudanças de referência.

5.2.1. Projeto do Desacoplador Estático

Foi projetado o desacoplador estático que torna o sistema em estado estacionário uma matriz diagonal.

$$D_e(0) = \begin{bmatrix} 0,9121 & 0,0027 \\ -29,1832 & 0,9121 \end{bmatrix}.$$

Modelos Utilizados para Cálculo dos Controladores

Nesse circuito foi possível aproximar os modelos que representam o produto, sistema precisamente conhecido 3.3.1 e desacoplador, $D_e(0)$ por funções de transferência de primeira ordem, sendo dadas por

$$T(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,93713}{1164s + 1} e^{-350s} & 0 \\ 0 & \frac{1,141}{179s + 1} \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Esse modelo 5.3 é usado somente para o projeto dos controladores. A identificação dos modelos e o cálculo dos controladores foram realizados via MATLAB[®]

Proposição de um modelo incerto para avaliação do desacoplador

O modelo incerto estudado nesta seção é gerado supondo uma variação de 10% em relação ao valor nominal do parâmetro se comparado ao sistema 3.3.1. Os modelos incertos são criados utilizando-se as funções descritas em (5.2). Os valores de α_1 e α_2 ilustram um exemplo de modelo incertos para esse sistema.

Selecionando

$$\alpha_1 = [0,8011 \quad 0,1989],$$

para as funções de primeira ordem e utilizando (2.14) e (2.19), o modelo incerto pode ser descrito como

$$A(\alpha_1) = \alpha_{11} \left[\begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline 0 & -\underline{a_0} \end{array} \right] + \alpha_{12} \left[\begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline 0 & -\overline{a_0} \end{array} \right] \quad (5.4)$$

$$B(\alpha_1) = \alpha_{11} \left[\begin{array}{c} 0 \\ -\underline{b_0} \end{array} \right] + \alpha_{12} \left[\begin{array}{c} 0 \\ -\overline{b_0} \end{array} \right].$$

Para as funções de segunda ordem definiu-se α_2

$$\alpha_2 = [0,1850 \quad 0,0628 \quad 0,1246 \quad 0,1721 \quad 0,2193 \quad 0,2362],$$

cuja obtenção do modelo incerto segue a estratégia apresentada em (5.4). Esses valores resultaram em incertezas de até 10% se comparados ao sistema precisamente conhecido. A resposta ao degrau unitário para o sistema incerto com variação de 10% é apresentada na Figura 5.2. É possível perceber pela Figura 5.2 que os valores das funções que estão fora da diagonal principal tendem a zero em regime permanente. Foi considerada também a avaliação na qual o sistema apresenta incertezas de até 14%, assemelhando-se ao que foi proposto no Capítulo 4.

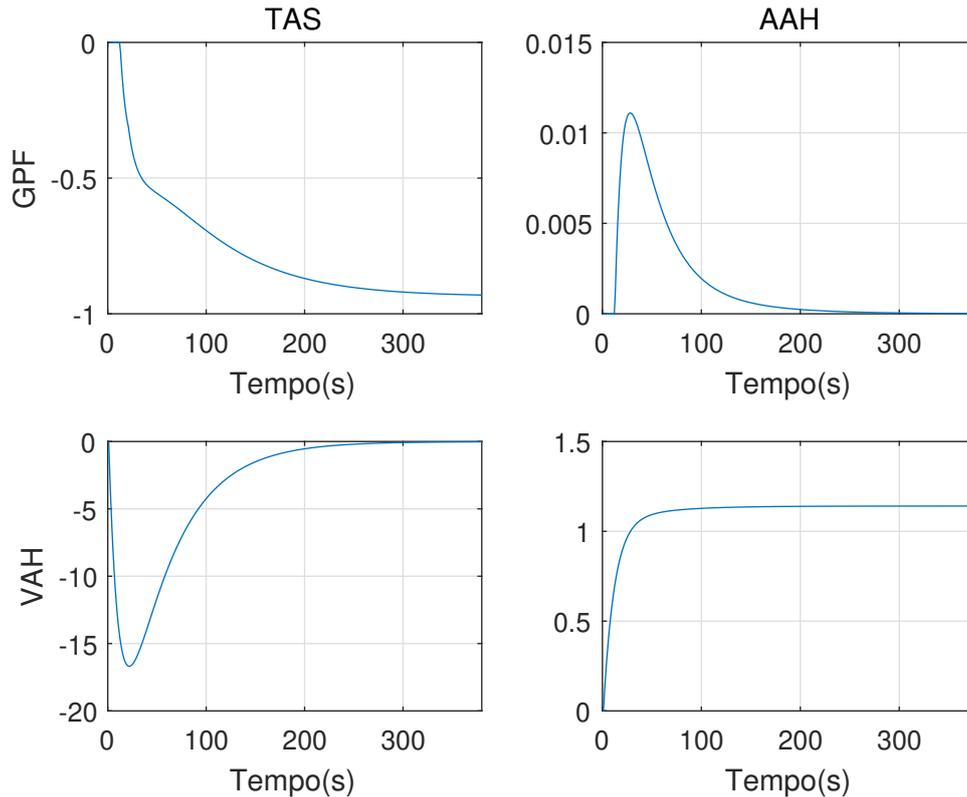


Figura 5.2: Sistema desacoplado com incertezas de até 10% se comparadas ao modelo precisamente conhecido.

5.2.2. Projeto dos Controladores

Ao projetar os controladores considerou-se o modelo (5.3) e incertezas de $\pm 10\%$ se comparadas ao sistema precisamente conhecido descrito na equação 3.3.1. A sintonia que calcula os ganhos dos controladores robustos via LMI, foi nomeada RLMI. O cálculo dos ganhos para a malha TAS, via sintonia RLMI, considerou para fins de projeto o Teorema 2 e $\delta = 0$. Para sintonia da entrada AAH, que utilizaram-se o Teorema 3 empregou-se os valores $\delta = 0$, $r = 25$ e $\varphi = \frac{\pi}{10}$. A escolha desses valores foi empírica, e o objetivo é limitar a localização dos polos pelo setor ilustrado em 2.4. Foram calculados os ganhos para as sintonias IMC e SIMC. As sintonias para os controladores PI são indicadas na Tabela 5.1

Tabela 5.1: Ganho dos controladores para o sistema descrito em Ivezić e Petrović (2003).

Malha	RLMI		IMC		SIMC	
	K_p	K_i	K_p	K_i	K_p	K_i
TAS	-2,3800	-0,00319	-0,3233	$-2,7774 \times 10^{-4}$	-1,6830	-0,0014
AAH	$1,413 \times 10^6$	$7,526 \times 10^5$	0,2921	0,0016	2,6293	0,0147

5.2.3. Resultados

São avaliados os resultados das sintonia proposta, RLMI e dos métodos IMC e SIMC considerando sistemas precisamente conhecidos e sistemas incertos. Para a avaliação do controle regulatório foram aplicados distúrbios ao sinal de controle em forma de degrau com valores de 30% e 20% maiores que a referência, respectivamente, nas malhas TAS e AAH. A avaliação para a mudança de referência dos dois sinais foi realizada de forma não simultânea aplicando um acréscimo de 15% em forma de degrau em ambas as referências. Todas as sintonias abordadas foram capazes de estabilizar o sistema e amortecer os distúrbios aplicados. Verificou-se também que na avaliação da mudança de referência as sintonias foram eficientes.

O distúrbio aplicado à entrada TAS resultou em um sobressinal de decréscimo próximo a 10% na saída GPF para as sintonias RLMI e SIMC e um sobressinal de decréscimo de 17% para a sintonia IMC, conforme observado na Figura 5.3. Quanto ao tempo de assentamento, a sintonia RLMI alcança-o próximo do tempo 2000 s e a sintonia SIMC próximo de 4000 s, enquanto a sintonia IMC alcança-o em um tempo superior a 9000 s. Quanto a saída VAH, demonstrado na Figura 5.3, esse distúrbio não causou variação significativa avaliando-se a sintonia RLMI, contudo o efeito do distúrbio aplicado a entrada GPF, causou sobressinal superior a 120% e tempo de assentamento maior que 1200 s, quando analisadas as sintonias IMC e SIMC. Nas figuras, as legendas indicam qual sintonia foi utilizada e, entre parênteses, o modelo no qual a sintonia foi avaliada. Como exemplo, a legenda RLMI($I_{10\%}$) indica a utilização da sintonia RLMI aplicada ao sistema com variações de até 10%. O resultado da variação aplicada à entrada AAH foi insignificante para as saídas, GPF e VAH, demonstrando o bom funcionamento das sintonias empregadas.

Tabela 5.2: Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Ivezić e Petrović (2003) – Análise servo aplicada à saída GPF.

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Alcance da referência (GPF)	2000s	>3000s
Sobressinal (GPF)	12% da referência	0,0% da referência
Alcance da referência (VAH)	0s	150s
Sobressinal (VAH)	0,0% da referência	150% da referência

Quanto à mudança de referência aplicada à entrada TAS, nota-se pela Figura 5.4 e pela

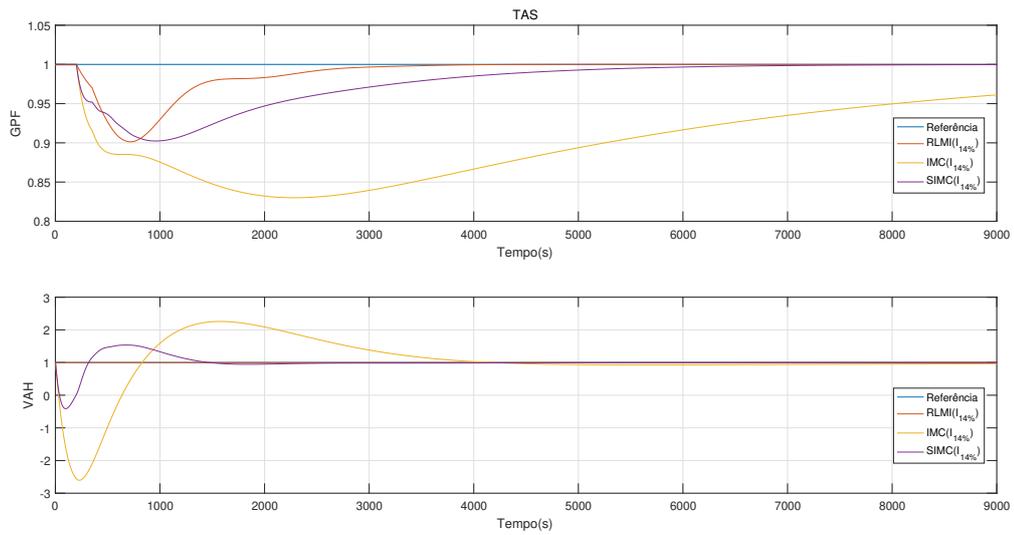


Figura 5.3: Resultado do distúrbio aplicado à entrada TAS e seu efeito nas saídas do sistema.

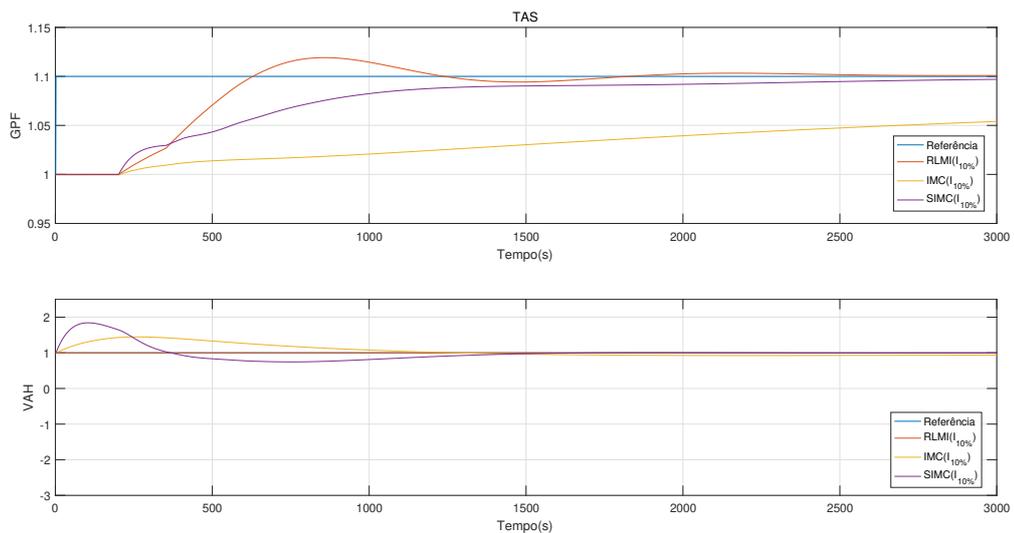


Figura 5.4: Resultado da mudança de referência aplicada saída GPF e seu efeito nas demais saídas do sistema.

Tabela 5.2 que a sintonia RLMI é capaz de seguir a mudança de sinal. Avalia-se que o sobressinal esteja próximo de 12% e que o tempo de acomodação esteja próximo de 2000 s. A análise das sintonias IMC e SIMC, não indica sobressinal, entretanto para a sintonia IMC o sinal alcança a referência em um tempo superior 3000 s e para a sintonia SIMC esse tempo é próximo dos 3000 s. A mudança de referência aplicada a entrada AAH demonstrou variações insignificantes nas saídas GPF e VAH, quando aplicada a sintonia RLMI, contudo para as estratégias IMC e SIMC têm-se um sobressinal de próximo de 150% e 200%, respectivamente. Essa avaliação demonstra a eficiência da estratégia RLMI e do desacoplador aplicado.

5.3. Avaliação do Controle Robusto via LMI para o Processo Descrito em Craig (2012)

Essa seção apresenta o projeto de controlador para o circuito de moagem MIMO proposto por Craig (2012) descrito na Seção 3.3.2 e os resultados da avaliação das respostas dos controladores na ocorrência de distúrbios no sinal de controle e a mudanças de referência.

5.3.1. Projeto do Desacoplador Estático

O desacoplador estático que torna o sistema em estado estacionário uma matriz diagonal é dado por

$$D_e(0) = \begin{bmatrix} 1,7459 & 11496 & 8079,5 \\ -0,059175 & 9610,4 & -1051,2 \\ 1,4773 & 9727,3 & 16836 \end{bmatrix}.$$

Modelos Utilizados para o Cálculo dos Controladores

Aproximaram-se os modelos que representam o sistema desacoplado, sistema precisamente conhecido 3.3.2 e desacoplador $D_e(0)$, por funções de transferência de segunda ordem com atraso e funções integradoras sem atraso de transporte, dadas por

$$T(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.0018048(s+0.00389)}{(s+0.00568)(s+0.012)}e^{-65s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.000122}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-0.00299}{s} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Esse modelo 5.5 é usado somente para o projeto dos controladores. A identificação dos modelos e o cálculo dos controladores foram realizados via MATLAB[®]

Proposição de um modelo incerto para avaliação do desacoplador

Nesta seção é gerado um modelo incerto supondo uma variação de 14% se comparado ao sistema 3.3.2. Os modelos incertos são criados utilizando-se as funções descritas em (5.2). O valor de α ilustra um exemplo de modelo incertos para esse sistema, assim como demonstrado em (5.4), é dado

$$\alpha = [0,86636 \quad 0,13364].$$

Esses valores resultaram em incertezas de até 14% se comparados ao sistema precisamente conhecido. A resposta ao degrau para o sistema incerto levando em conta o α citado e com variações de até 14% é apresentada na Figura 5.5. Percebe-se que em estado estacionário as funções que estão fora da diagonal principal, ao se considerar os somatórios de cada sinal de saída, tendem a zero, ou a valores negativos que tendem a zero. Como exemplo considera-se a saída CDM, somando-se as contribuições de cada sinal em estado estacionário das entradas, AAT, TAS e TAH, percebe-se que enquanto a entrada TAS é positiva de ordem de 10^4 as entradas AAT e TAH possuem grandezas negativas da ordem de 10^{-1} e 10^3 , respectivamente.

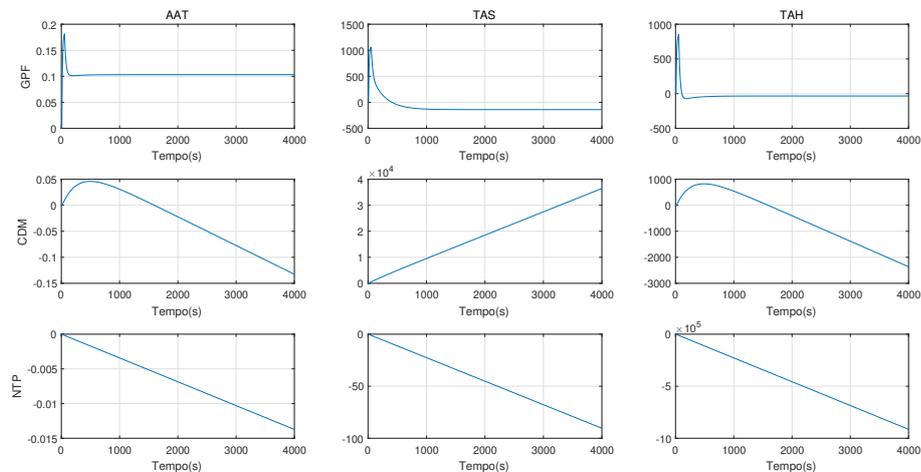


Figura 5.5: Sistema desacoplado com incertezas de até 14% se comparadas ao modelo precisamente conhecido.

5.3.2. Projeto dos Controladores

Para o projeto dos controladores considerando o modelo (5.5) utilizou-se o Teorema 3 para as sintonias das malhas TAS e TAH e o Teorema 4 para a malha AAT. A sintonia robusta via LMI também foi nomeada RLMI. O cálculo dos ganhos pela sintonia RLMI considerou para fins de projeto, incertezas de $\pm 14\%$ se comparadas ao sistema precisamente conhecido e $\delta = 0,11$ para as entradas AAT e TAS, enquanto que para a entrada TAH selecionou-se $\delta = 0$. Foram calculados os ganhos para as sintonias IMC e SIMC. As sintonias para os controladores PI são indicadas na Tabela 5.1 A sintonia das malhas com entradas TAS e TAH empregou o Teorema 3 e valores empíricos de $\varphi = \pi/6$ e valores de $r = 1$ e $r = 5$, respectivamente. Para a malha AAT foi utilizado o Teorema 4. As sintonias IMC e SIMC foram calculadas utilizando a Tabela 2.1 e valores de $\tau_c = 3\tau$ para IMC, ao passo que para a sintonia SIMC, $\tau_c = \tau/3$.

Tabela 5.3: Ganho dos controladores para o sistema descrito em Craig (2012).

Malha	RLMI		IMC		SIMC	
	K_p	K_i	K_p	K_i	K_p	K_i
AAT	0,039707	0,0082491	0,1175	8,5196	0,1175	9,7952
TAS	8380	1689	$5,4645 \times 10^3$	910,7468	$4,9180 \times 10^4$	$4,9180 \times 10^4$
TAH	-1214	-524,3	-222,9654	-37,1609	$-2,0067 \times 10^3$	$-2,0067 \times 10^3$

5.3.3. Resultados

Semelhantemente ao exemplo avaliado anteriormente, utilizam-se a sintonia RLMI e os métodos IMC e SIMC aplicados a sistemas precisamente conhecidos e sistemas incertos. Para avaliação do controle regulatório, foram aplicados distúrbios no sinal de controle em forma degrau com acréscimo de 15% em relação as referências das três malhas desse circuito. A avaliação para a mudança de referência foi realizada de forma não simultânea aplicando-se um degrau que acrescenta 5% a referência. Para esse sistema as sintonias IMC e SIMC não puderam estabilizar o sistema e, por isso, não são analisadas. É possível que as escolhas feitas para os parâmetros das sintonias IMC e SIMC justifiquem o fato da não estabilização deste sistema por essas sintonias.

Em resumo, a sintonia RLMI foi capaz de estabilizar o sistema e amortecer os distúrbios aplicados ao sistema. Também verificou-se que na avaliação da mudança de referência a sintonia RLMI alcançou seu objetivo.

O distúrbio aplicado a entrada AAT resultou em um pequeno sobressinal próximo a 2% da saída GPF. Esse sinal possui tempo de acomodação nulo, considerando a tolerância aceitável de $\pm 2\%$. O resultado da análise regulatória esta organizado na Tabela 5.5. Quanto às demais saídas, esse distúrbio não causou variação significativa, como demonstrado na Figura 5.6.

Nas figuras, as legendas indicam qual sintonia utilizada e entre parênteses o modelo no qual a sintonia foi avaliada. O resultado da avaliação para o controle regulatório para as entradas TAS e TAH resultou em pequenas oscilações que demonstram o bom funcionamento da sintonia aplicada.

A análise do controle servo para esse sistema demonstrou um desempenho satisfatório como pode ser notado nas figuras 5.7 e 5.8 que representam, respectivamente, a mudanças na referência nas saídas GPF e CDM. A Tabela 5.4 sintetiza os resultados a avaliação do controle servo. Verifica-se que quando a mudança de referência acontece na saída GPF, o controlador alcança a referência próximo aos 4000 s e o controlador é capaz seguir a mudança de sinal. As demais saídas não apresentam alterações devido a mudanças na primeira entrada.

A análise da mudança de referência na saída CDM resultou em um sobressinal de 60% na saída GPF. Entretanto o controlador projetado foi capaz de amortecer a perturbação com aproximadamente 1000 s.

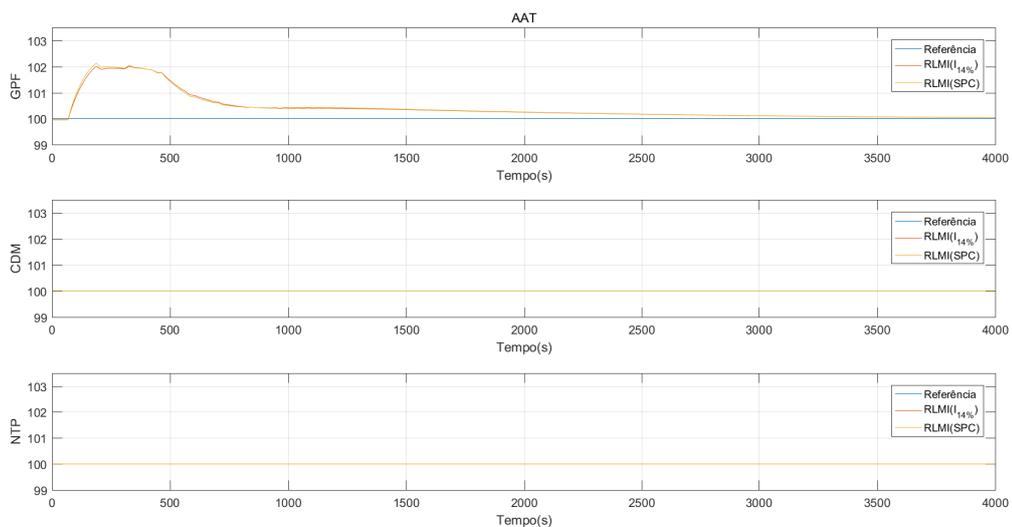


Figura 5.6: Resultado do distúrbio aplicado a entrada AAT e seu efeito nas saídas do sistema .

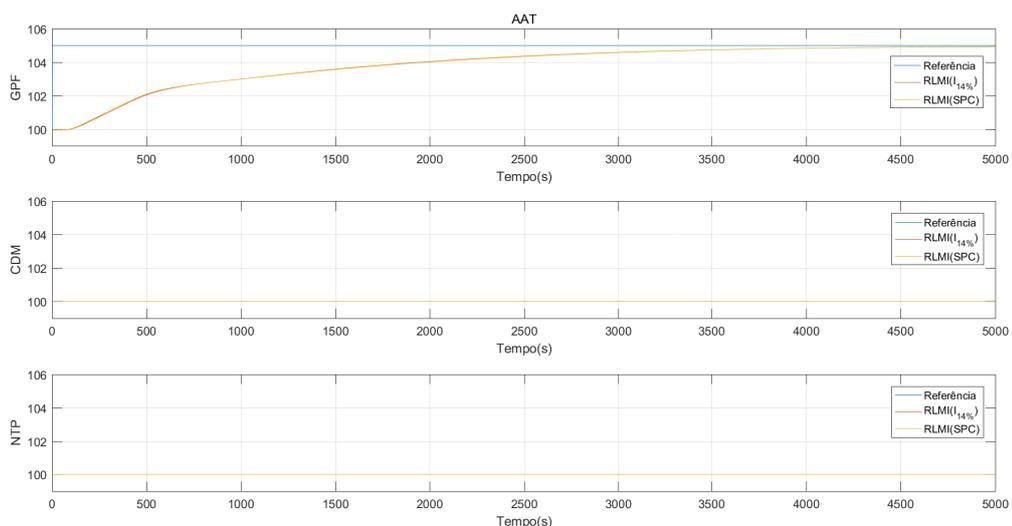


Figura 5.7: Resultado da mudança de sinal aplicada a saída GPF e seu efeito nas demais saídas do sistema .

Tabela 5.4: Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Craig (2012) – Análise regulatória aplicada à entrada AAT.

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Tempo de acomodação (GPF)	0s	Não estabilizou o modelo.
Sobressinal (GPF)	2% da referência	
Tempo de acomodação (CDM/NTP)	0s	
Sobressinal (CDM/NTP)	0,0% da referência	

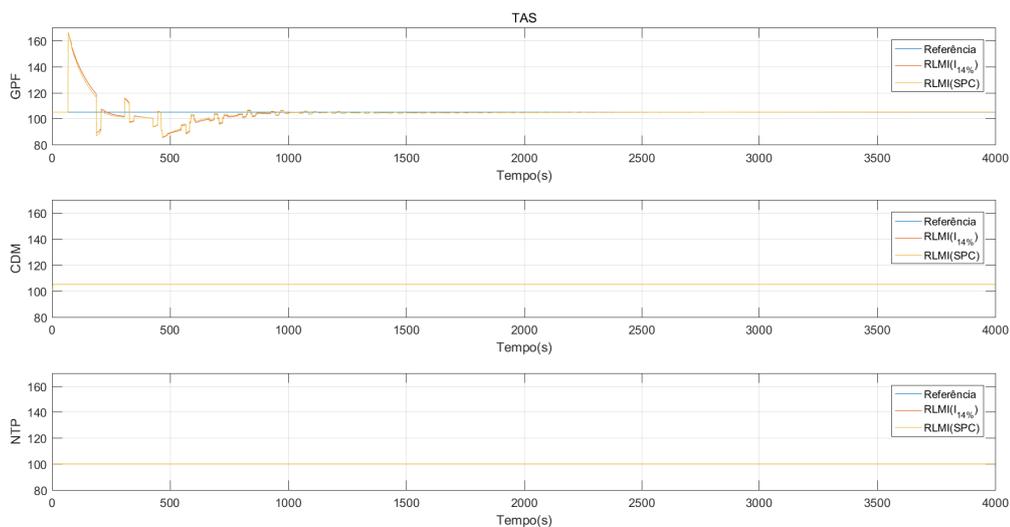


Figura 5.8: Resultado da mudança de sinal aplicada a saída CDM e seu efeito nas demais saídas do sistema.

A mudança de referência aplicada a entrada NTP demonstrou variações insignificantes nas saídas GPF e CDM comprovando a efetividades do controlador e do desacoplador aplicado.

Tabela 5.5: Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Craig (2012) – Análise servo aplicada à saída GPF.

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Alcance da referência (GPF)	4000s	Não estabilizou o modelo.
Sobressinal (GPF)	0% da referência	
Alcance da referência (CDM/NTP)	0s	
Sobressinal (CDM/NTP)	0,0% da referência	

5.4. Avaliação do controle Robusto via LMI para o processo Reis (2018)

Essa seção apresenta o último caso de projeto de controlador para o circuito de moagem MIMO. Proposto por Reis (2018) e descrito na Seção 3.3.3, utiliza-se desse exemplo para avaliar os efeitos dos controladores nos sinais de entrada e saída do sistema considerando a ocorrência de distúrbios no sinal de controle e a mudanças de referência.

5.4.1. Desacoplador Estático

Foi projetado o desacoplador estático que torna o sistema em estado estacionário uma matriz diagonal.

$$D_e(0) = \begin{bmatrix} 0,0074 & -0,0082 & 0,2914 & -1,6365 \\ -0,0655 & -0,0044 & 0,0588 & -0,8047 \\ -0,0314 & 0,0317 & -0,3920 & 8,7171 \\ -0,0008 & -0,0027 & 0,0121 & 0,1976 \end{bmatrix}$$

Modelos Utilizados para Cálculo dos Controladores

Aproximaram-se os modelos que representam o sistema desacoplado, ou seja, o sistema precisamente conhecido 3.1 e o desacoplador $D_e(0)$, por funções de transferência de primeira ordem com atraso de transporte, dadas por

$$T(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,0319}{25,39s+1}e^{-3s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-0,0030}{23,08s+1}e^{-3s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0,3961}{174,5s+1}e^{-15s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{0,1560}{40s+1}e^{-15s} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Esse modelo 5.6 é usado somente para o projeto dos controladores. A identificação dos modelos e o cálculo dos controladores foram realizados via MATLAB[®]

Proposição de um modelo incerto para avaliação do desacoplador

Supõe-se para o exemplo desta seção, variações de 20% se comparado ao sistema precisamente conhecido 3.1. Os modelos incertos são criados utilizando-se as funções descritas em (5.2). Para isso foram selecionados valores de α que representem os vértices do sistema incerto. Esse valores resultaram em sistemas com limites inferiores e superiores exatos de 20% de incertezas. Ou seja, nos termos que possuem incertezas são considerados o valor de 80% do valor precisamente conhecido (3.1) para o limite inferior e 120% do valor precisamente conhecido para o limite superior. A resposta ao degrau para o sistema incerto com variação de 20% considerando o limite superior é mostrada na Figura 5.9

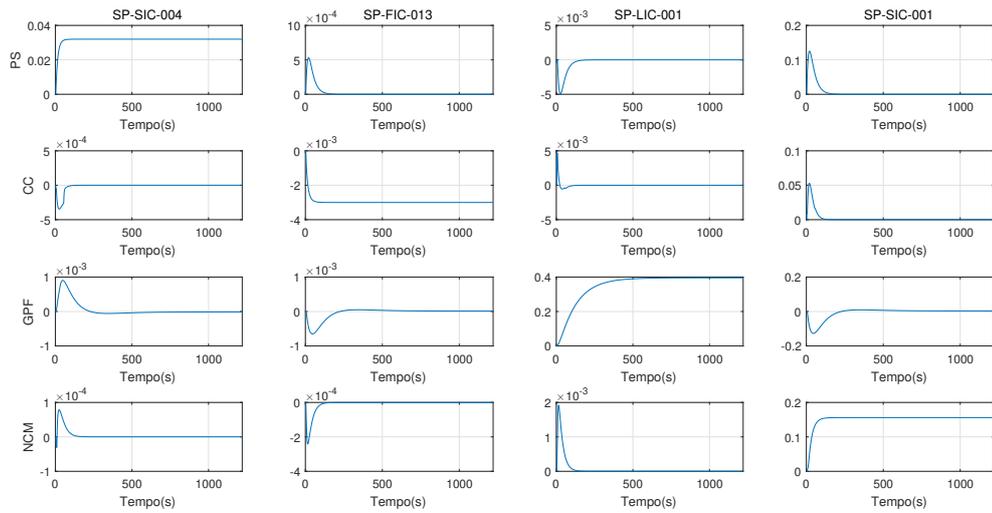


Figura 5.9: Sistema desacoplado com incertezas de até 20% se comparadas ao modelo precisamente conhecido.

Nota-se que em estado estacionário as funções que estão fora da diagonal principal tendem a zero.

5.4.2. Projeto dos Controladores

O projeto dos controladores utilizou o modelo (5.6) e o Teorema 2 para as malhas SP-SIC-004, SP-LIC-001 e SP-SIC-001 e o Teorema 4 para a malha SP-FIC-013. Também nomeada RLMI, essa sintonia considerou para fins de projeto incertezas de $\pm 20\%$ se comparadas ao sistema precisamente conhecido e $\delta = 0$ para todas as entradas. As sintonias IMC e SIMC foram calculadas utilizando a Tabela 2.1 e valores de $\tau_c = 3\tau$ para IMC, ao passo que para a sintonia SIMC, $\tau_c = \tau/3$.

Tabela 5.6: Ganho dos controladores para o sistema descrito em Reis (2018).

Malha	RLMI		IMC		SIMC	
	K_p	K_i	K_p	K_i	K_p	K_i
SP-SIC-004	177	19,4	10,0534	0,3960	69,4322	2,7346
SP-FIC-013	$-1,71 \times 10^3$	-192	-106,4969	-4,6142	-719,4514	-31,1721
SP-LIC-001	21,2	0,395	0,8181	0,0047	6,0211	0,0345
SP-SIC-001	12	0,331	1,8993	0,0475	9,0498	0,2262

5.4.3. Resultados

A análise dos resultados é realizada usando as sintonias RLMI, IMC e SIMC aplicadas ao sistema precisamente conhecidos e aos sistemas incertos. Para avaliação do controle regulatório

foram aplicados distúrbios em forma degrau com valor de 120% da referência para a entrada SP-SIC-004, e 110%, 90%, e 120% para as entradas SP-FIC-013, SP-LIC-001 e SP-SIC-001, respectivamente. A análise para a mudança de referência foi realizada de forma não simultânea aplicando-se degraus que resultaram de 106%, 105%, 103% e 94% dos valores ditos nominais para as entradas SP-SIC-004, SP-FIC-013, SP-LIC-001 e SP-SIC-001, respectivamente.

Em termos gerais, as três sintonias testadas conseguem estabilizar o sistema, absorver os distúrbios inseridos e são capazes de seguir as mudanças de referências. O distúrbio aplicado

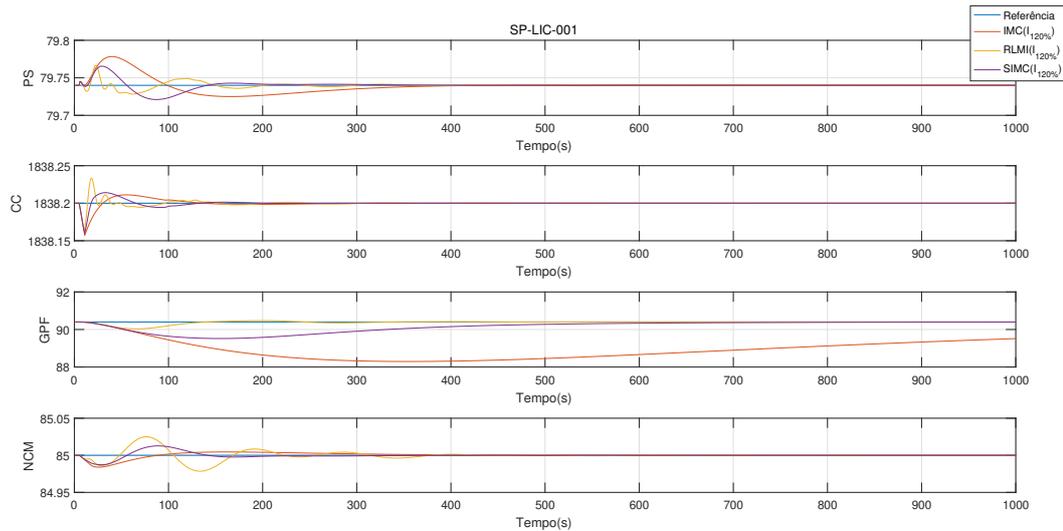


Figura 5.10: Resultado do distúrbio aplicado a entrada SP-LIC-001 e seu efeito nas saídas do sistema.

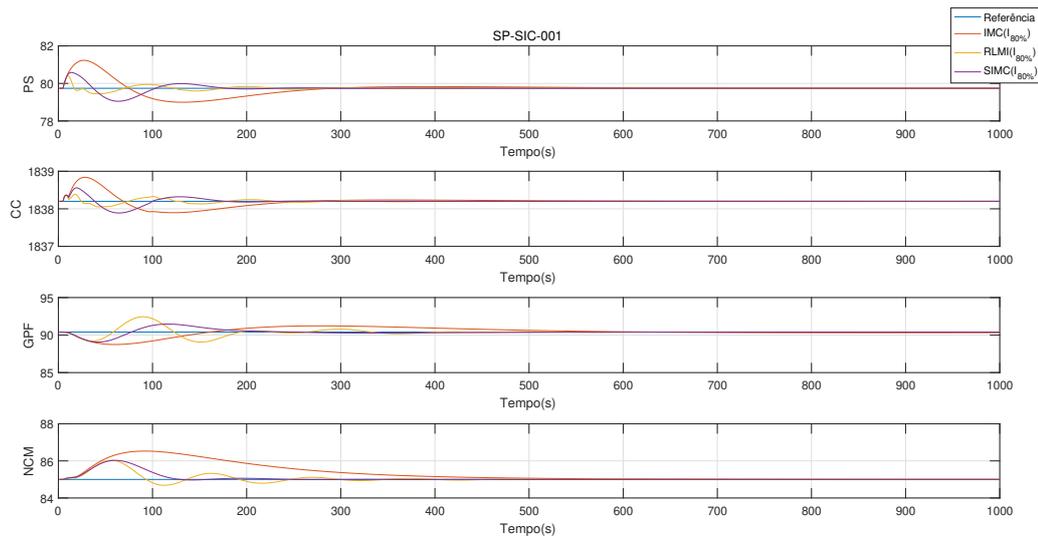


Figura 5.11: Resultado do distúrbio aplicado a entrada SP-SIC-001 e seu efeito nas saídas do sistema.

a entrada SP-LIC-01 representa 20% da referência da saída NCM. A avaliação do controle

regulatório para esse circuito de moagem demonstra que em todos os casos os três projetos de controladores são capazes de amortecer os distúrbios aplicados ao sistema. Um exemplo está retratado na Figura 5.10 e na Figura 5.11. Nas figuras, as legendas indicam qual sintonia utilizada e entre parênteses o modelo no qual a sintonia foi avaliada, ou seja, $RLMI(I_{120\%})$ indica o uso da sintonia RLMI avaliada para o sistema incerto de acrescido exatamente 20%. Apesar das muitas oscilações mostradas essas não ultrapassam o limite de $\pm 2\%$ em cada um das saídas mostradas. Percebe-se de modo geral que a sintonia RLMI possui menos oscilações e menor tempo de alcance da referência se comparadas as sintonias IMC e SIMC.

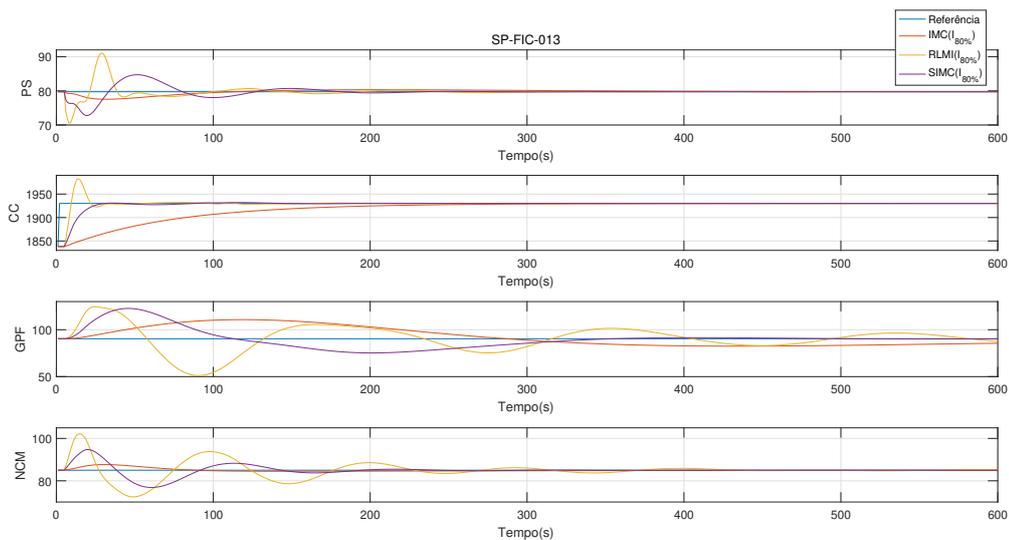


Figura 5.12: Resultado da mudança de sinal aplicada a saída SP-FIC-013 e seu efeito nas demais saídas do sistema.

A análise do controle servo para esse sistema demonstrou um desempenho satisfatório como pode ser notado na figuras 5.12, 5.13 e 5.14 e na Tabela 5.7. Essas três figuras representam os casos mais críticos na análise de mudança de referência. Na Figura 5.12, que mostra a mudança de referência para a saída CC, percebe-se que a alteração se reflete em distúrbios nas demais saídas, entretanto as sintonias são capazes de conduzir o sinal novamente a referência. Utilizando como critério de desempenho a rapidez da resposta em retornar a referência, pode-se inferir que a estratégia RLMI e a estratégia SIMC são melhores que a estratégias IMC. Nesse caso a estratégia RLMI apresenta maiores sobressinais que as demais estratégias.

As Figuras 5.13 e 5.14 retratam, respectivamente, a mudança de referencial para a saída NCM considerando um sistema incerto e um sistema precisamente conhecido. Nota-se que a saída GPF e a saída NCM tem as maiores oscilações. As sintonias SIMC e RLMI possuem o menor tempo para retorno a referência em ambas figuras. As saídas PS e CC não apresentam variações próximas de 2% da referência em ambos os casos.

Tabela 5.7: Comparação das metodologias utilizadas no sistema de Reis (2018) – Análise regulatória aplicada à entrada SP-LIC-001.

Parâmetro	Met. Robustas	Met. Clássicas
Alcance da referência (GPF)	120s	600s
Sobressinal (GPF)	0,44% da referência	0,89% da referência
Alcance da referência (Demais saídas)	menor	maior
Sobressinal (Demais saídas)	Poucas oscilação	Muitas oscilação

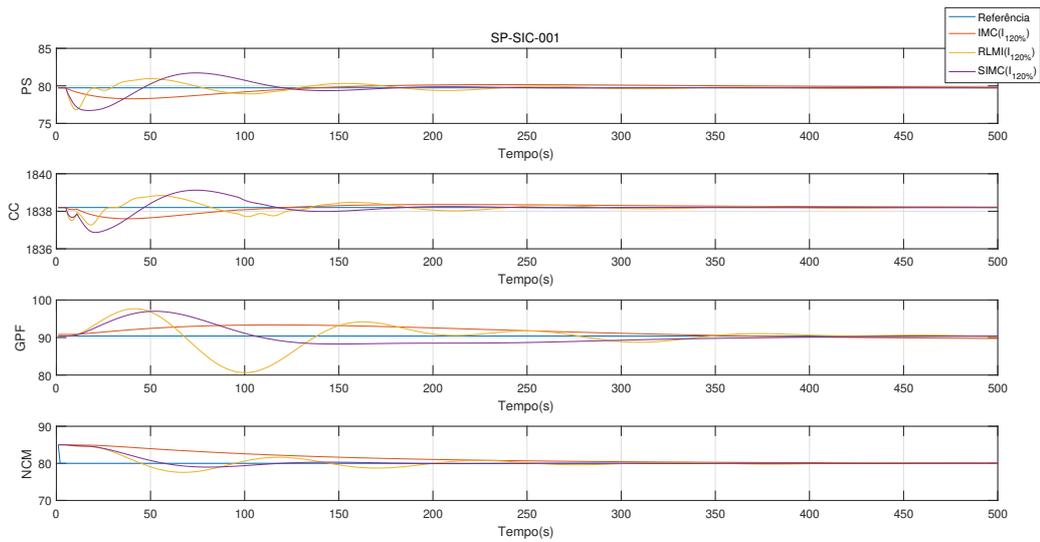


Figura 5.13: Resultado da mudança de sinal aplicada a saída SP-SIC-001 em um sistema incerto e seu efeito nas demais saídas do sistema.

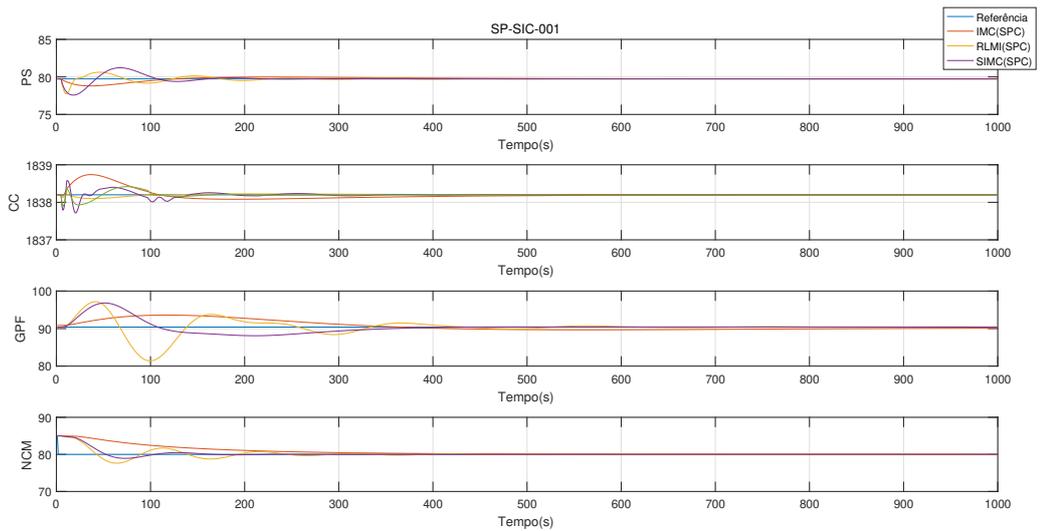


Figura 5.14: Resultado da mudança de sinal aplicada a saída SP-SIC-001 em um sistema precisamente conhecido e seu efeito nas demais saídas do sistema.

5.5. Conclusões Parciais

Foi exposto nesse capítulo o projeto de controladores desacoplados para circuitos de moagem multivariável. Os circuitos de moagem estudados por Ivezić e Petrović (2003), Craig (2012) e Reis (2018) foram utilizados para a aplicação e comparação das estratégias de controle robusta via LMI, IMC e SIMC. Foram aplicadas incertezas a esses circuitos e projetados desacopladores e controladores que pudessem responder a distúrbios nos sinais de controle e mudanças de referencial.

O resultado mostrou que, em um caso, os controladores tradicionais IMC e SIMC não puderam estabilizar o sistema. Possivelmente essa afirmação se deve ao fato de dois dos modelos possuírem em seu circuito funções com características integradoras ou ainda devido à aproximação utilizada para gerar o desacoplador.

Os controladores RLMI, projetados por meio dos teoremas 2, 3 e 4, estudados neste trabalho, foram capazes de estabilizar os sistemas avaliados e garantir poucas variações diante da aplicação de distúrbios e da mudança de sinal. Em termos práticos, isso significa que é possível manter uma única sintonia mesmo que o processo tenha modificações em seus parâmetros decorrentes de desgaste de equipamentos, variações do tipo da polpa de alimentação, entre outros fatores que podem acarretar em incertezas ao processo.

No caso em que os controladores IMC e SIMC também puderam estabilizar o sistema, a estratégia RLMI ainda obteve resultados melhores. Considerando a análise regulatória, os sobressinais apresentados por essa estratégia foram menores se comparados as estratégias IMC e SIMC. Na avaliação servo, a estratégia RLMI também obteve valores melhores, sendo a mais rápida a alcançar a referência, seguida da estratégia SIMC.

6. Conclusão, Trabalhos Futuros e Publicações

6.1. Conclusões

Neste trabalho foi estudado o projeto de controladores PI para sistemas SISO e MIMO para processos de moagem. Os processos de moagem podem conter várias incertezas, desde variações que ocorrem nos equipamentos com o decorrer do tempo de operação até incertezas relacionadas à modelagem das plantas. Foram apresentadas os principais equipamentos da moagem e as variações e incertezas que fazem parte do processo e dos equipamentos. Além disso, circuitos de moagem são, normalmente, caracterizados como processos multivariáveis e fortemente acoplados. Para tanto, faz-se necessário um estudo que viabilize o uso controladores PID, que são os mais utilizados pela indústria, que sejam capazes de mitigar os efeitos das incertezas no processo e de estratégias que viabilizem o controle de processos MIMO via controladores PID.

As sintonias para os controladores dividiram-se em dois grupos, as clássicas, amplamente utilizadas na indústria e em trabalhos acadêmicos, e as robustas, empregadas neste trabalho com o fim de solucionar as dificuldades que as incertezas atribuem ao processo de moagem. As estratégias de controle robustas foram baseadas em LMIs, as quais calculam a partir de um processo de otimização, ganhos para o controlador PI. Os ganhos dos controladores são calculados a fim de que, mesmo que hajam variações no processo, não seja necessário um ajuste constante nos controladores.

São simulados três experimentos que ocorrem na planta da Samarco. Esses experimentos estão inseridos em um controle em cascata cujas malhas internas controlam variáveis de vazão do processo SISO. Para tal são comparados e analisados os usos de controladores clássicos e robustos nesses sistemas. Notou-se que, de modo geral, os controladores robustos possuem menor sobressinal e tempo de acomodação menores que os controladores clássicos para processos que possuem incertezas ou variações no processo. Além disso, os controladores robustos apresentam-se como uma estratégia viável prática.

São indicadas três plantas de moagem neste estudo que servem de modelos para os testes que são simulados em ambiente MATLAB®.

A avaliação dos circuitos de moagem como sistemas MIMO e fortemente acoplados foi tratada em uma abordagem que utiliza desacopladores e que tornam o controle MIMO em um controle SISO. Foram realizados simulações que permitiram a comparação entre sintonias clássicas e robustas para sistemas MIMO incertos. Foram analisados os critérios de controle servo e controle regulatório. Conclui-se que em um caso os controladores clássicos não puderam estabilizar o sistema. Em contrapartida, os controladores robustos foram capazes de estabilizar os sistemas propostos e garantir poucas variações diante da aplicação de distúrbios e da mudança de referência. No caso em que os controladores clássicos também puderam estabilizar o sistema, a estratégia que emprega controladores robustos ainda obteve resultados melhores.

Constatou-se que o controlador robusto empregado tem melhor desempenho no controle da granulometria que os controladores clássicos expostos quando aplicado a processos de moagem com incertezas. Ademais, esses controladores foram capazes de mitigar os efeitos dos distúrbios aplicados nos sinais de controle e nas mudanças de sinais de referência, também de maneira mais satisfatória. A implementação desses controlador não requer investimentos em novos equipamentos e podem melhorar significativamente o desempenho do processo de moagem.

Finalmente, após feitas tais considerações sobre este estudo, é possível responder as perguntas levantadas na Seção 1.3 da Introdução.

1. Como controlar processos SISO de moagem utilizando controladores robustos?

Alguns processos de moagem possuem modelagens que caracterizam-se como sistemas SISO, como abordado neste trabalho, e é possível controlar tais processos utilizando-se controladores PID com sintonia robusta, cuja principal característica é que, mesmo que ocorram variações no processo, não é necessário proceder um novo ajuste das constantes dos controladores, desde que a variação seja contemplada no projeto original. Essa sintonia é obtida por meio de LMIs e resultaram, nos experimentos, no controle do processo e em resultados de sinal de saída e sinal de controle melhores dos que as sintonias clássicas apresentadas.

2. Como controlar processos MIMO de moagem utilizando controladores robustos?

Certos processos de moagem podem ser modelados por sistemas MIMO fortemente acoplados, como os caracterizados na Seção 3.3, e, para a realização do controle desses processos, apresentou-se uma solução utilizando controladores PID acrescidos de desacopladores estáticos. Os controladores PID são sintonizados a partir de soluções LMI que garantem a estabilidade do sistema e a robustez dos controladores. Os resultados apresentados se mostram melhores quando comparados com sintonias clássicas da literatura.

3. Como controlar processos MIMO utilizando controladores PID SISO em processos de moagem?

O controle de um processo MIMO utilizando controladores PID SISO foi viável com o acréscimo de desacopladores estáticos ao processo. Esses desacopladores permitem que em regime permanente o processo se concentre apenas nos elementos da diagonal principal da matriz de transferência que caracteriza o sistema. Logo, o controle se restringe apenas a controladores PID SISO.

A pergunta cerne deste estudo foi:

- Como controlar a granulometria do produto final do processo de moagem na mineração, utilizando sintonias robustas em controladores PI?

Esta tarefa é realizável utilizando-se desacopladores estáticos que, acrescidos de controladores PID SISO, permitem que os sistemas de moagem, normalmente caracterizados como MIMO, possam ser controlados.

6.2. Trabalhos Futuros

Como trabalho futuro, sugere-se:

- Propor novas estruturas de desacopladores com um viés para aplicação em sistemas incertos;
- Obter condições LMI menos conservadoras que permitam projetar controladores PID para sistemas com atraso de transporte que, além de atender ao critério de tempo de assentamento, permita definir o máximo sobressinal para o projeto;
- Empregar o Regulador Linear Quadrático para garantir que as restrições de limitações na entrada de controle sejam atendidas;
- Verificar a aderência entre o desempenho dos controladores projetados na simulação e no sistema físico.

6.3. Publicações

Parte dos resultados apresentados nesse trabalho foram apresentados e publicados:

- CASTRO, F. F., BRAGA, M. F. “Estudo Comparativo Entre Controladores PID e MPC Aplicados A Moinhos De Bolas Para Beneficiamento De Minério”. Em: ABMWeek, pp. p. 435 – 443, São Paulo, 2018.
- CASTRO, F., EUZÉBIO, T. A. M., BRAGA, M. “Projeto e Análise de Controladores Robustos aplicados a Moagem na Mineração.” In: Anais do 14º Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, Ouro Preto, 2019.

Referências Bibliográficas

- ASTROM, K. J., JOHANSSON, K. H., QING-GUO WANG. “Design of decoupled PID controllers for MIMO systems”. Em: *Proceedings of the 2001 American Control Conference.*, v. 3, pp. 2015–2020 vol.3, Arlington, USA, 2001.
- BAETA, E. J. S., SILVA, C., SILVA, M. C. “Estratégia de controle preferencial em plantas de beneficiamento de minério de ferro: aplicações práticas e benefícios”. Em: *19º Seminário de Automação & TI*, pp. 52–61., Rio de Janeiro, Brasil, 2015.
- CAMACHO, N., LE ROUX, J., MERMOUD, M., et al.. “Control of a grinding mill circuit using fractional order controllers”, *Journal of Process Control*, v. 53, pp. 80–94, 2017.
- CASTRO, F. F., BRAGA, M. F. “Estudo Comparativo Entre Controladores PID e MPC Aplicados A Moinhos De Bolas Para Beneficiamento de Minério”. Em: *ABMWeek*, pp. p. 435–443, São Paulo, Brasil, 2018.
- CRAIG, I. K. “Grinding mill modeling and control: Past, present and future”. Em: *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference*, pp. 16–21, Hefei, China, 2012.
- CRAIG, I., MACLEOD, I. “Specification framework for robust control of a run-of-mine ore milling circuit”, *Control Engineering Practice*, v. 3, n. 5, pp. 621 – 630, 1995.
- DA LUZ, A. B., FRANÇA, S. C. A., BRAGA, P. F. A. *Tratamento de minérios*. 6 ed. Rio de Janeiro, CETEM/MCTIC, 2018.
- DONDA, J. *Um método para prever o consumo específico de energia na (re)moagem de concentrados de minério de ferro em moinhos de bolas*. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.
- EUZÉBIO, T. A. M. *Sintonia Ótima de Controlador PID Descentralizado para Processos MIMO*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, 2015.
- GALÁN, O., BARTON, G., ROMAGNOLI, J. “Robust control of a SAG mill”, *Powder Technology*, v. 124, n. 3, pp. 264 – 271, 2002. Control of Particulate Processes IV.

- GUERRERO, F., BOUCHARD, J., POULIN, E., et al.. “Real-Time Simulation and Control of a SAG Mill”. Em: *17th IFAC Symposium on Control, Optimization and Automation in Mining, Mineral and Metal Processing MMM*, v. 49, pp. 61 – 66, Vienna, Austria, 2016.
- HAJARE, V., PATRE, B., KHANDEKAR, A. E. A. “Decentralized PID controller design for TITO processes with experimental validation.” *International Journal of Dynamics and Control*, v. Control 5, pp. 583–595, 2017.
- HONGWEI, Z., YIMING, Q., JIYE, Z., et al.. “Based on multi-agent model for grinding process control research”. pp. 576–581, Changchun, China, 2010.
- HU, W., CAI, W.-J., XIAO, G. “Decentralized Control System Design for MIMO Processes with Integrators/Differentiators”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 49, n. 24, pp. 12521–12528, 2010.
- HUANG, X., HUANG, B. “Multi-loop decentralized PID control based on covariance control criteria: An LMI approach”, *ISA Transactions*, v. 43, n. 1, pp. 49 – 59, 2004.
- HULBERT, D.G., C. I. C. M. A. T. D. “Multivariable control of a run-of-mine milling circuit”, *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, v. 90, n. 7, pp. 173–181, 1990.
- IVEZIĆ, D. D., PETROVIĆ, T. B. “New approach to milling circuit control—robust inverse Nyquist array design”, *International Journal of Mineral Processing*, v. 70, n. 1, pp. 171 – 182, 2003.
- JIN, Q. B., LIU, Q. “Decoupling Proportional–Integral–Derivative Controller Design for Multivariable Processes with Time Delays”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 53, n. 2, pp. 765–777, 2014.
- KALLEMBACK, G. M. *Otimização e Controle Preditivo Não Linear de Circuito de Moagem A Seco*. Tese de Mestrado, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (Coppe) da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2012.
- KOCH, G. G., GABBI, T. S., VIEIRA, R. P., et al.. “Linear Matrix Inequality Based Synthesis of PI Controllers for PMSM with Uncertain Parameters”, *Revista Eletrônica de Potência*, v. Volume 23, n. 3, pp. 310–319, 2018.
- LE ROUX, J. D., PADHI, R., CRAIG, I. K. “Optimal control of grinding mill circuit using model predictive static programming: A new nonlinear MPC paradigm”, *Journal of Process Control*, v. 24, n. 12, pp. 29 – 40, 2014.
- LÉGARÉ, B., BOUCHARD, J., POULIN, . “A Modular Dynamic Simulation Model for Comminution Circuits”, *IFAC-PapersOnLine*, v. 49, n. 20, pp. 19 – 24, 2016.

- LOPES JR, Ê., FERREIRA, A., MOREIRA, V., et al.. “Fuzzy Fault Tolerant Controller Applied in an Iron Ore Concentrate Dewatering Plant”. Em: *6th International Congress on Automation in Mining*, Santiago, Chile, 2018. GECAMIN.
- LUZ, A. B. D., SAMPAIO, J. A., FRANÇA, S. C. A. *Tratamento de minérios*. Relatório técnico, Centro de Tecnologia Mineral (CETEM), 2010.
- MAGALHÃES, S., EUZÉBIO, T. “Supervisory Fuzzy Controller for Thickener Underflow Solids Concentration on a Simulated Platform”. Em: *6th International Congress on Automation in Mining*, Santiago, Chile, 2018. GECAMIN.
- NICULESCU, S.-I., FU, M., LI, H. “Delay Dependent Closed Loop Stability of Linear Systems with Input Delay: An LMI Approach”. San Diego, USA, 1997.
- NORDFELDT, P., HÄGGLUND, T. “Decoupler and PID controller design of TITO systems”, *Journal of Process Control*, v. 16, n. 9, pp. 923–936, 2006.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 4^a Edição, 2003.
- OLIVEIRA, G. A. *Projeto de Controladores PID Robustos para Sistemas Politópicos Sujeitos à Atraso Incerto: Uma Abordagem LMI*. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2018.
- PEAUCELLE, D., ARZELIER, D., BACHELIER, O., et al.. “A new robust D-stability condition for real convex polytopic uncertainty”, *Systems & Control Letters*, v. 40, n. 1, pp. 21 – 30, 2000.
- PERES, A. E. C. E. A. *Extração de ouro: princípios, tecnologia e meio ambiente*. N. p.23-58. Rio de Janeiro, CETEM/MCT, 2002. Cap.2. Beneficiamento de minérios de ouro.
- POMERLEAU, A., HODOUIN, D., DESBIENS, A., et al.. “A survey of grinding circuit control methods: from decentralized PID controllers to multivariable predictive controllers”, *Powder Technology*, v. 108, n. 2, pp. 103 – 115, 2000.
- REIS, L., JÚNIOR, Ê. L., EUZÉBIO, T. “Hardware-in-the-Loop Testing Platform of a Predictive Controller Applied to a Simulated Regrinding Circuit”. Em: *6th International Congress on Automation in Mining*, Santiago, Chile, 2018. GECAMIN.
- REIS, L. A. *Controle de um circuito simulado de remoagem de minério de ferro por controle preditivo por modelo*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale, Ouro Preto, 2018.
- ROCKWELL AUTOMATION, I. *Otimização utilizando controle preditivo multivariável em mineração*. Relatório técnico, 2016.

- ROSINOVÁ, D., HYPIUSOVÁ, M. “LMI Pole Regions for a Robust Discrete-Time Pole Placement Controller Design”, *Algorithms*, v. 12, n. 8, pp. 167, 2019.
- SEBORG, D. E., MELLICHAMP, D. A., EDGAR, T. F., et al.. *Process Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, 2017.
- SILVA, J. P. *Caracterização dos Hidrociclones Utilizados nas Etapas de Classificação dos Concentradores I e II da Samarco Mineração*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, 2014.
- SKOGESTAD, S. “Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning.” *Journal of Process Control*, v. 13, pp. 291–309., 2003.
- SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: Analysis and Design*. Hoboken, US-NJ, John Wiley, 2005.
- SU, J., ZHANG, X., ZENG, X., et al.. “Design and simulation of robust ball grinding mill control system”. Em: *2009 Chinese Control and Decision Conference*, pp. 2813–2818, Guilin, China, 2009.
- VIEIRA, M. G. *Produção de um pellet feed a partir da concentração do rejeito da flotação mecânica da SAMARCO*. Tese de Mestrado, Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- WEI, D., CRAIG, I. “Grinding mill circuits: a survey of control and economic concerns”, *International Journal of Mineral Processing*, v. 90, n. (1–4), pp. 56–66, 2009.
- ZHOU, P., CHAI, T. “Grinding circuit control: A hierarchical approach using extended 2-DOF decoupling and model approximation”, *Powder Technology*, v. 213, n. 1, pp. 14 – 26, 2011.
- ZHOU, P., CHAI, T., WANG, H., et al.. “Multivariable decoupling internal model control for grinding circuit”. Em: *American Control Conference*, pp. 2475–2480, Seattle, USA, 2008.
- ZHOU, P., LU, S., MENG, Y., et al.. “Survey on higher-level advanced control for grinding circuits operation”, *Powder Technology*, v. 288, pp. 324–338, 2016.
- ZHOU, X., ZUO, N., SU, H. “Study on intelligent control for ore grinding and grading process”. pp. 364–367, Shanghai, China, 2010.
- ZOU, J., CHEN, W., TANG, Z., et al.. “Fuzzy Intelligent Control for Ore-giving System of Grinding Classification”. pp. 329–332, Changsha City, China, 2010.